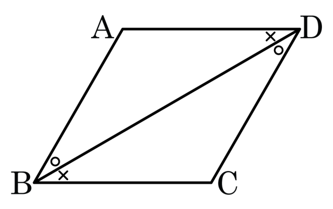
1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 의 합동 조건은?



평행사변형 ABCD 에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ 이다.

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① SSS 합동　　② SAS 합동　　③ ASA 합동

④ SSA 합동　　⑤ AAS 합동

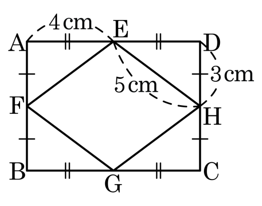
해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

2. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



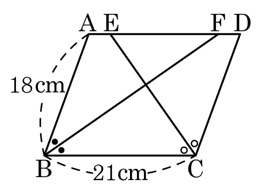
① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18cm$, $\overline{BC} = 21cm$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

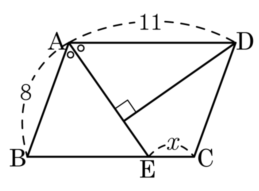


① 15cm ② 18cm ③ 20cm
④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AB} = 18$ (cm)
$\overline{CD} = \overline{DE} = 18$ (cm)
$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21$ (cm) 이므로
$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15$ (cm)

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

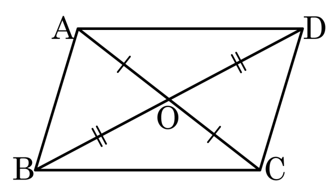
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 11$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{AEB}$ (엇각)

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}} = 8$

$\therefore\ x = 11 - 8 = 3$

5. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{\text{ㄱ}}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB = \boxed{\text{ㄴ}}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$

② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$

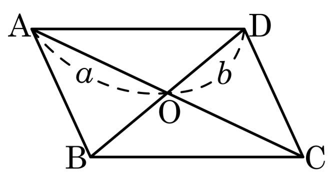
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: $\angle OCD$

6. 다음 □ABCD에서 두 대각선의 길이의 합은 20cm이다. 이 사각형이 평행사변형이 되기 위해서 $a+b$의 값이 얼마여야 하는지 구하여라.

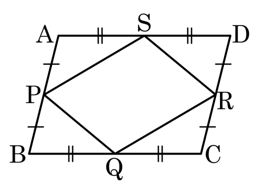


▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이므로
$2(a+b)=20$에서 $a+b=\frac{20}{2}=10\,\mathrm{cm}$이다.

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?

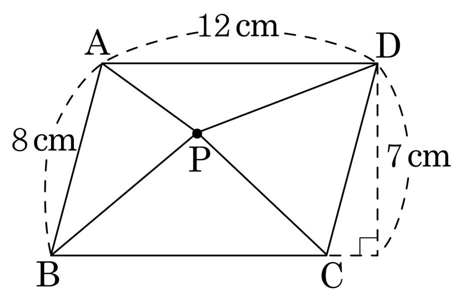


① 정사각형 ② 마름모
③ 직사각형 ④ 평행사변형
⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았을 때, $\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

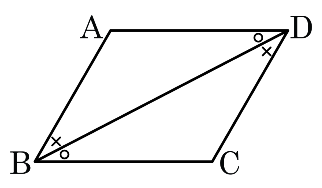
▷ 정답 : $42\,\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형의 넓이 : $12\times7=84(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD}$ 의 넓이 : $84\times\frac{1}{2}=42(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) ⋯㉡

$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)

∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

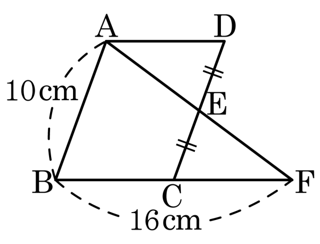
① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\angle ABD$　③ ㄷ : $\angle CDB$

④ ㄹ : $\overline{BD}$　⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

10. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

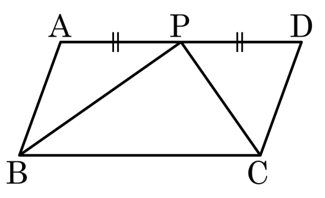


① 4 cm　② 5 cm　③ 6 cm　④ 9 cm　⑤ 8 cm

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?

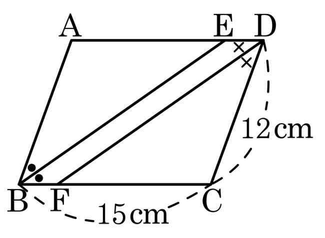


① $60°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$
$\angle ABP = \angle APB$, $\angle DPC = \angle DCP$
$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로
$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$
$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$
$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$
$= 180° - 90° = 90°$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면 ?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \cdots$ ㉡

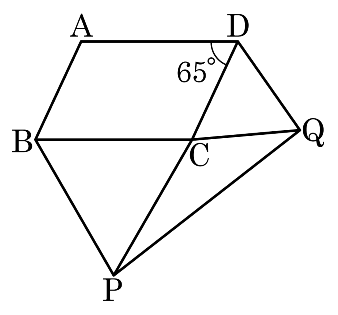
㉠, ㉡에서 □EBFD 는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = 12\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\triangle$BPC 와 $\triangle$DCQ 는 각각 정삼각형이다. $\angle ADC = 65°$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기는 ?

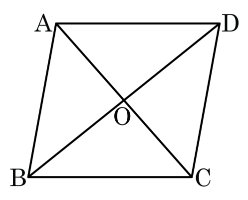


① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

해설

$\angle DCB = 180° - 65° = 115°$
$\angle BCP = \angle DCQ = 60°$
$\therefore \angle PCQ = 360° - (115° + 60° + 60°)$
$= 360° - 235°$
$= 125°$

14. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?

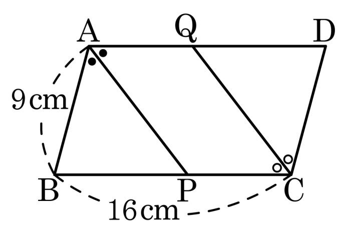


① SSS 합동　② SAS 합동
③ ASA 합동　④ RHA 합동
⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.
$\angle ABD = \angle BDC, \angle BAC = \angle ACD$
$\overline{AB} = \overline{DC}$
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{CQ}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = 9\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이는?

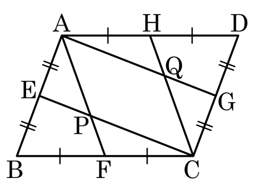


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle\mathrm{QAP} = \angle\mathrm{APB}$ (엇각)
$\therefore \overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AB}} = 9(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PC}} = 16 - 9 = 7(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}} = 14(\mathrm{cm})$

16. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P , $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AD} // \overline{CB}$

② $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AH} // \overline{FC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

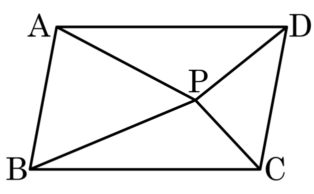
④ $\overline{AP} // \overline{QC}$, $\overline{AQ} // \overline{PC}$

⑤ $\overline{AP} = \overline{QC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

해설

$\overline{AE} // \overline{CG}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{AG} // \overline{EC}$, 즉 $\overline{AQ} // \overline{PC} \cdots$ ①
$\overline{AH} // \overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{AF} // \overline{CH}$, 즉 $\overline{AP} // \overline{QC} \cdots$②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD의 넓이는 60cm^2이고, △ABP의 넓이는 △CDP의 넓이의 2배일 때, △CDP의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

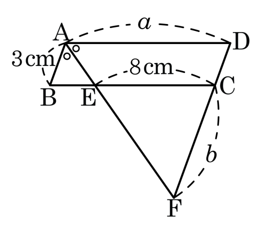
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$이므로

$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$이다.

$\triangle\text{ABP} = 2\triangle\text{CDP}$이므로 $3\triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{CDP} = \frac{1}{6}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle$DAF $=$ $\angle$CEF ($\because$ 동위각)

$\angle$BAE $=$ $\angle$CFE ($\because$ 엇각)

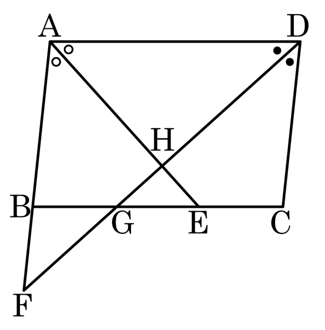
$\triangle$CEF 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8$cm

$\triangle$DAF 도 이등변삼각형이 되고, □ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11$cm

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19$(cm)

19. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AE}}, \overline{\mathrm{DF}}$ 는 각각 $\angle \mathrm{A}, \angle \mathrm{D}$ 의 이등분선이다. $\angle \mathrm{ABC} = 84^{\circ}$ 일 때, $\angle \mathrm{AEC} + \angle \mathrm{DCE}$ 의 크기를 구하여라.



① 208° ② 228° ③ 238° ④ 248° ⑤ 250°

해설

$\angle \mathrm{A} = 180^{\circ} - \angle \mathrm{B} = 180^{\circ} - 84^{\circ} = 96^{\circ}$

$\angle \mathrm{AEC} = 180^{\circ} - \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$

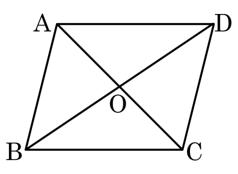
$= 180^{\circ} - \frac{1}{2} \times 96^{\circ}$

$= 180^{\circ} - 48^{\circ} = 132^{\circ}$

$\angle \mathrm{C} = \angle \mathrm{A} = 96^{\circ}$

$\therefore \angle \mathrm{AEC} + \angle \mathrm{DCE} = 132^{\circ} + 96^{\circ} = 228^{\circ}$

20. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 가 평행사변형이 아닌 것은?



① $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

② $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

③ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 일 때, □ABCD는 평행사변형이다.