

1. 수열 $\log 3, \log 9, \log 27, \dots$ 의 제 101 항은?

① $10 \log 3$

② $99 \log 3$

③ $100 \log 3$

④ $101 \log 3$

⑤ $102 \log 3$

해설

$$a_1 = \log 3$$

$$a_2 = \log 9 = 2 \log 3$$

$$a_3 = \log 27 = 3 \log 3$$

$\vdots$

$$a_n = n \log 3$$

$$\therefore a_{101} = 101 \log 3$$

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38

② 39

③ 41

④ 42

⑤ 43

해설

$$a_{20} = S_{20} - S_{19}$$

$$S_{20} = 20^2 + 40 - 1 = 439,$$

$$S_{19} = 19^2 + 38 - 1 = 398$$

$$\therefore a_{20} = 439 - 398 = 41$$

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 40

② 43

③ 46

④ 49

⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n - 1) \cdot 3$ 이므로

$$a_4 = a + 9, a_9 = a + 24$$

이때, $(a + 9) : (a + 24) = 2 : 5$ 에서

$$5(a + 9) = 2(a + 24)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a_{15} = 1 + (15 - 1) \cdot 3 = 43$$

4. 첫째항이 6, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -44는 제 몇 항인가?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

첫째항이 6이고, 공차가 5이므로 일반항은 a_n 은

$$a_n = 6 + (n - 1) \cdot (-5) = -5n + 11$$

$$-5n + 11 = -44$$

$$5n = 55 \quad \therefore n = 11$$

5. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

$$\text{따라서 20번째 항은 } 3 \times 20 + 2 = 62$$

6. 세 수 $-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면 $5 + x$ 가 등차중항
이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

7. 조화수열 12, 6, 4, 3, ...의 일반항은?

- ① $\frac{12}{n}$ ② $\frac{8}{n}$ ③ $\frac{6}{n}$ ④ $\frac{3}{n}$ ⑤ $\frac{2}{n}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$$

$$= \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \dots$$

따라서 등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $\frac{n}{12}$

$$\therefore a_n = \frac{12}{n}$$

8. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10인 등차수열의 합 S_{10} 을 구하면?

① 150

② 170

③ 190

④ 210

⑤ 230

해설

$a = 3, d = 4, n = 10$ 이므로

$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ 에 대입하면

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot 3 + (10-1) \cdot 4\}}{2} = 210$$

9. 등차수열 2, 5, 8, 11, ...의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $n(3n + 2)$

② $\frac{1}{2}n(3n + 1)$

③ $\frac{1}{3}n(n + 3)$

④ $n(2n - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}n(n + 1)$

해설

$a = 2, d = 5 - 2 = 3$ 이므로

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1) \cdot d\}}{2} \text{에 대입하면}$$

$$= \frac{n\{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3\}}{2}$$

$$= \frac{n(4 + 3n - 2)}{2}$$

$$= \frac{n(3n + 1)}{2}$$

10. 등차수열 $3, 7, 11, 15, \dots$ 에 대하여 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} [\ominus] &= \frac{3 + [\omin�]}{2} \\ [\omin�] &= \frac{[\omin�] + 15}{2} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$7 = \frac{3 + 11}{2}$, $11 = \frac{7 + 15}{2}$ 가 성립하므로

$\ominus$ 는 7, $\omin�$ 는 11, $\omin�$ 는 7이다.

$\therefore \ominus + \omin� + \omin� = 7 + 11 + 7 = 25$

11. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 31$$

$$a_{11} = a + 10d = 13$$

$$6d = -18$$

$$d = -3$$

$$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$$

$$\therefore a_n = 43 + (n - 1) \times (-3)$$

$$= -3n + 46$$

$-3n + 46 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$46 < 3n$$

$$15.\dot{\times} < n$$

$$\therefore n = 16$$

12. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 등차수열 $\{2a_n\}$, $\{3a_n + 2\}$ 의 공차의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_{n+1} - a_n = 2$$

수열 $\{2a_n\}$ 의 공차를 d_1 이라 하면

$$d_1 = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2 \times 2 = 4$$

수열 $\{3a_n + 2\}$ 의 공차를 d_2 이라 하면

$$d_2 = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) = 3(a_{n+1} - a_n) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 4 + 6 = 10$$

13. 어떤 등차수열의 첫째항부터 10까지의 합이 100 이고, 11 항부터 20 항까지의 합이 300 일 때 21 항부터 30 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 500

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 100$$

$$2a + 9d = 20$$

$$S_{20} - S_{10} = \frac{20(2a + 19d)}{2} - 100 = 300$$

$$10(2a + 19d) = 400$$

$$2a + 19d = 40$$

$$2a + 9d + 10d = 40$$

$$20 + 10d = 40$$

$$d = 2$$

$$\therefore 2a = 2, a = 1$$

$$\begin{aligned} S_{30} - S_{20} &= \frac{30(2a + 29d)}{2} - (100 + 300) \\ &= \frac{30(2 + 29 \times 2)}{2} - 400 \\ &= 15 \times 60 - 400 \\ &= 500 \end{aligned}$$

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6$, $a_5 = -2$ 일 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 284

해설

공차를 d 라 하면

$$a_5 = 6 + 4d = -2 \quad \therefore d = -2$$

$$\therefore a_n = 6 + (n - 1) \times (-2) = -2n + 8$$

이때, $a_n \geq 0$ 에서 $-2n + 8 \geq 0$, 즉 $n \leq 4$ 이므로

$$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}| = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - (a_5 + a_6 + \cdots + a_{20})$$

$$= 2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}) = 2S_4 - S_{20}$$

$$= 2 \cdot \frac{4(6 + 0)}{2} - \frac{20(6 - 32)}{2} (\because a_4 = 0, a_{20} = -32)$$

$$= 24 + 260 = 284$$

15. 보기의 등차수열 중 첫째항이 a 일 때, $S_{15} - S_{14} = 43a$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

(단, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$)

보기

㉠ $a_n = -3n + 2$

㉡ $a_n = \frac{3}{2}n - 1$

㉢ $a_n = \sqrt{2}(3n - 2)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$S_{15} - S_{14} = a_{15}$$

$$a_{15} = a + (15 - 1)d = 43a$$

$$14d = 42a$$

$$d = 3a$$

즉 공차가 초항의 3배인 등차수열을 찾으면 된다.

㉠ $a_n = -3n + 2 = -3(n - 1) - 1$

초항이 -1 , 공차가 -3 인 등차수열

㉡ $a_n = \frac{3}{2}n - 1 = \frac{3}{2}(n - 1) + \frac{3}{2} - 1$

$$= \frac{3}{2}(n - 1) + \frac{1}{2}$$

초항이 $\frac{1}{2}$, 공차가 $\frac{3}{2}$ 인 등차수열

㉢ $a_n = \sqrt{2}(3n - 2)$

$$= 3\sqrt{2}n - 2\sqrt{2}$$

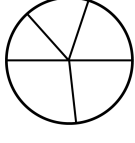
$$= 3\sqrt{2}(n - 1) + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}(n - 1) + \sqrt{2}$$

초항이 $\sqrt{2}$, 공차가 $3\sqrt{2}$ 인 등차수열

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢

16. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는 $k\pi$ 이다. 이때 k 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

각 부채꼴의 넓이를

$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ 라 하면

$$2(a - 2d) = a + 2d$$

$$2a - 4d = a + 2d$$

$$a = 6d$$

$$\therefore 4d, 5d, 6d, 7d, 8d$$

$$\text{그런데 } \frac{5(4d + 8d)}{2} = 15^2\pi$$

$$6d = 45\pi$$

$$d = \frac{15}{2}\pi$$

$$\therefore 8d = 8 \cdot \frac{15}{2}\pi = 60\pi$$

$$\therefore k = 60$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열일 때, 수열 $\{3a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 12, 공비가 2인 등비수열이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$a_n = ar^{n-1}$ 이므로

$$\{3a_{n+1} - 2a_n\} = 3ar^n - 2ar^{n-1}$$

$$= (3ar - 2a)r^{n-1} = 12 \cdot 2^{n-1}$$

따라서 $r = 2$ 이고 $3ar - 2a = 12$ 이다.

$$6a - 2a = 12, 4a = 12$$

$$\therefore a = 3$$

18. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 15$, $a_3 + a_4 = 240$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 189 ② 192 ③ 195 ④ 198 ⑤ 201

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 = a + ar = a(1 + r) = 15 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = ar^2(1 + r) = 240 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{을 하면 } r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 (\because r > 0)$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$5a = 15 \quad \therefore a = 3$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_4 = a + ar^3 = a(1 + r^3) = 3 \times 65 = 195$$

19. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근의 등차중항을 A , 등비중항을 G 라 할 때, A^2, G^2 을 두 근으로 하는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 에서 $a + b$ 의 값은?

① 12 ② 15 ③ 24 ④ 27 ⑤ 39

해설

$x^2 - 6x + 3 = 0$ 에서 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = 3$$

$$\therefore A = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3, G = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{3}$$

이 때, A^2, G^2 즉, 9와 3을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x - 9)(x - 3) = 0 \quad \therefore x^2 - 12x + 27 = 0$$

따라서 $a = -12, b = 27$

20. 0이 아닌 다섯 개의 수 a, b, c, d, e 에 대하여 a, b, c 는 이 순서로 조화수열을, b, c, d 는 이 순서로 등비수열을, c, d, e 는 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① a, c, e 는 이 순서로 등차수열을 이룬다.
 - ② a, c, e 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.
 - ③ a, c, e 는 이 순서로 조화수열을 이룬다.
 - ④ a, e, c 는 이 순서로 등차수열을 이룬다.
 - ⑤ a, e, c 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.

해설

b 는 a 와 c 의 조화중항이므로 $b = \frac{2ac}{a+c} \dots \textcircled{㉠}$

c 는 b 와 d 의 등비중항이므로 $c^2 = bc \dots \textcircled{㉡}$

d 는 c 와 e 의 등차중항이므로 $d = \frac{c+e}{2} \dots \textcircled{㉢}$

㉠, ㉡을 ㉢에 대입하면

$$c^2 = \frac{2ac}{a+c} \times \frac{c+e}{2}, c^2 = \frac{ac(c+e)}{a+c}$$

$$c = \frac{a(c+e)}{a+c}, ac + c^2 = ac + ae \quad \therefore c^2 = ae$$

따라서, a, c, e 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.

21. 다항식 $f(x) = x^2 + kx + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 x , $x+1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 모든 k 의 값의 합은?

① $-\frac{4}{3}$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = 1 - k + 1 = 2 - k$$

$$f(-2) = 4 - 2k + 1 = 5 - 2k$$

$$1 \cdot (5 - 2k) = (2 - k)^2$$

$$5 - 2k = 4 - 4k + k^2$$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$\therefore$ 두 근의 합은 2

22. 8, a , b 가 이 순서로 등차수열을 이루고, a , b , 36이 이 순서로 등비수열을 이루도록 하는 양수 a , b 의 값을 정할 때, a , b 의 최대공약수는?

① 1 ② 3 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

a 는 8과 b 의 등차중항이므로

$$2a = 8 + b \cdots \textcircled{㉠}$$

b 는 a 와 36의 등비중항이므로

$$b^2 = 36a \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $a = \frac{1}{2}(8 + b)$ 이므로 ㉡에 대입하면

$$b^2 = 18(8 + b), \quad b^2 - 18b - 144 = 0$$

$$(b - 24)(b + 6) = 0$$

$$\therefore b = 24 \text{ 또는 } b = -6$$

그런데 b 는 양수이므로 $b = 24$

$$\therefore a = \frac{1}{2}(8 + 24) = 16$$

16과 24의 최대공약수는 8이다.

23. 수열 $a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3 + \cdots + a(1+r)^n$ 의 합은? (단, $r \neq 0$)

① $\frac{2a + 4r^n}{r}$

③ $\frac{a(1+r) + (1+r)^n}{r}$

⑤ $\frac{a(1+r) - r^n + 2}{r}$

② $\frac{a(1+r) \{ (1+r)^n - 1 \}}{r}$

④ $\frac{a(1+r) \{ (1+r)^{2n} - 1 \}}{r}$

해설

첫째항이 $a(1+r)$, 공비가 $1+r$, 항수가 n 인 등비수열의 합이므로 $1+r \neq 1$ 즉, $r \neq 0$ 일 때,

$$S = \frac{a(1+r) \{ (1+r)^n - 1 \}}{(1+r) - 1}$$

$$= \frac{a(1+r) \{ (1+r)^n - 1 \}}{r}$$

24. 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n = 4$, $S_{2n} = 12$ 이다. S_{6n} 의 값은?

① 252 ② 272 ③ 292 ④ 312 ⑤ 332

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 $r(r \neq 1)$ 이라 하면

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_{2n} = \frac{a(r^{2n} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^n - 1)(r^n + 1)}{r - 1} = 12 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $4(r^4 + 1) = 12$

$$r^4 + 1 = 3 \quad \therefore r^4 = 2$$

$$\begin{aligned} S_{6n} &= \frac{a(r^{6n} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^{2n} - 1)(r^{4n} + r^{2n} + 1)}{r - 1} \\ &= 12(2^4 + 2^2 + 1) = 252 \end{aligned}$$

25. 두 수 A, B 에 대하여 $A = 2^{10}$, $B = 5^{10}$ 일 때, 두 수 A, B 의 곱 AB 의 양의 약수의 총합을 A 와 B 의 식으로 나타낸 것은?

① $(2A + 1)(5B + 1)$

② $(5A - 1)(5B - 1)$

③ $\frac{1}{4}(2A + 1)(5B - 1)$

④ $\frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2A - 1)(5B - 1)$

해설

$$AB = 2^{10} \cdot 5^{10}$$

따라서 AB 의 양의 약수의 총합은

$$(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10})(1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10})$$

$$= \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} \times \frac{5^{11} - 1}{5 - 1}$$

$$= (2 \cdot 2^{10} - 1) \times \frac{1}{4}(5 \cdot 5^{10} - 1)$$

$$= (2A - 1) \times \frac{1}{4}(5B - 1)$$

$$= \frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$$

26. 광이가 첫째 날에 2원, 둘째 날에 6원, 셋째 날에 18원, ... 과 같이 매일 전날의 3배씩 30일 간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

- ① $3^{30} - 2$ 원 ② $3^{30} - 1$ 원 ③ 3^{30} 원
④ $3^{30} + 1$ 원 ⑤ $3^{30} + 2$ 원

해설

전날의 3배씩 모으므로 공비 $r = 3$

$a = 2, r = 3$

$$\therefore S_{30} = \frac{2 \cdot (3^{30} - 1)}{3 - 1} = 3^{30} - 1$$

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_n = 2 \cdot 3^n + k$ 이다. 이때, 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되도록 하는 상수 k 의 값과 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은?

① $k = -1, a_n = 4 \cdot 3^n$

② $k = -1, a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

③ $k = -1, a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$

④ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^n$

⑤ $k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

해설

(i) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3^{n-1} + k = 6 + k$

(ii) $n = 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2 \cdot 3^n + k) - (2 \cdot 3^{n-1} + k)$$

$$= 2 \cdot 3^n - 2 \cdot 3^{n-1} = 4 \cdot 3^{n-1}$$

따라서 수열 $a_2, a_3, a_4, \dots$ 는 공비가 3인 등비수열이다.

(i), (ii)로부터 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되려면

$$6 + k, 4 \cdot 3, 4 \cdot 3^2, 4 \cdot 3^3, \dots \text{이 등비수열이 되어야 하므로}$$

$$6 + k = 4 \cdot 1 \quad \therefore k = -2$$

$$\text{따라서 } k = -2, a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

28. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음과 같이 정의되어 있다.
 $a_n = 2n + 1, b_n = 3n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$
두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에서 공통인 항을 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 $\{c_n\}$ 이라 한다. 이때, C_{20} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 119

해설

$a_2 = b_1 = 5, a_5 = b_3 = 11, a_8 = b_5 = 17, \dots$ 이므로 수열 $\{c_n\}$ 은 첫째항이 5, 공차가 6인 등차수열이다.
 $\therefore c_{20} = 5 + 19 \cdot 6 = 119$

29. 연이율 5%, 1년마다 복리로 2015년부터 매년 초에 10만원씩 적립할 때, 2020년 말까지의 원리합계를 구하여라. (단, $1.05^6 = 1.34$ 로 계산한다.)

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 714000 원

해설

$$\begin{aligned} a &= 10^5 \times (1.05 + 1.05^2 + \cdots + 1.05^6) \\ &= 10^5 \times \frac{1.05(1.05^6 - 1)}{1.05 - 1} \\ &= 10^5 \times \frac{1.05(1.34 - 1)}{0.05} = 10^5 \times 21 \times 0.34 = 714000(\text{원}) \end{aligned}$$

30. $a_1 = 8$, $a_4 = 1$ 이고 각 항이 실수인 등비수열 a_n 에 대하여 수열 b_n 을 $b_n = \log_2 a_{2n}^2$ 으로 정의하면 수열 b_n 은 첫째항이 c 이고 공차가 d 인 등차수열이다. 이때, $c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a_4 = 8 \times r^3 = 1 \text{에서 } r^3 = \frac{1}{8}, r = \frac{1}{2}$$

$$a_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{이므로 } a_{2n} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}$$

$$\therefore b_n = \log_2 \left\{ 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} \right\}^2 = 2 \log_2 2^{-2n+4}$$

$$= 2(-2n+4) = -4n+8$$

따라서 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 4이고 공차가 -4인 등차수열이다.

$$\therefore c - d = 8$$

31. 다음과 같이 나열된 수를 보고 이 수열의 여섯번째에 올 수를 구하면?

$$\frac{\sqrt{3}}{1}, \frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{\sqrt{7}}{5}, \dots$$

- ① $\frac{\sqrt{7}}{12}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ③ $\frac{\sqrt{13}}{11}$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며,
분자는 $\sqrt{\quad}$ 의 수가 2씩 증가하는 규칙으로 나타난다.
따라서 6번째에 올 수의 분자는 $\sqrt{13}$ 이다.
분모는 2씩 증가하는 규칙으로 나타난다.
따라서 6번째에 올 수 수의 분모는 11이므로

구하는 수는 $\frac{\sqrt{13}}{11}$

32. A 회사는 제품 생산량을 1 년마다 2 배로 증가시킬 계획이다. 이 회사는 2014년 초 32만 개, 2015년 초 64만 개, 그리고 2016년 초 128만 개의 제품을 시판하고 앞으로도 매년 제품을 2 배로 생산할 계획이다. 한편 경쟁업체인 B 회사는 최근 제품의 생산량을 9 개월마다 2 배로 증가하기로 하였다. B 회사가 2016년 초에 4만 개의 제품을 생산한다고 할 때, B 회사 제품의 생산량이 A 회사 제품의 생산량과 같아지는 것은 몇 년 후인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

2016년 기점으로 t 년 후 A 회사 제품의 생산량을 $f(t)$ 라 하면

$$f(t) = 128 \times 2^t$$

B 회사 제품의 생산량을 $g(t)$ 라 하면

$$g(t) = 4 \cdot r^t$$

$\frac{3}{4}$ 년마다 2 배씩 되므로 $r^{\frac{3}{4}} = 2$ 에서 $r = 2^{\frac{4}{3}}$

$$\therefore g(t) = 4 \cdot 2^{\frac{4}{3}t}$$

이때, $f(t) = g(t)$ 인 t 의 값을 구하면

$$128 \cdot 2^t = 4 \cdot 2^{\frac{4}{3}t}$$

$$t + 7 = \frac{4}{3}t + 2$$

$$\therefore t = 15$$

33. 어떤 나라의 현재 인구는 b 명이고, n 년 전에는 a 명이였다. 지난 n 년 동안 매년 인구 증가율이 일정하였고 내년에도 인구증가율이 같다고 예상할 때, 이 나라의 내년의 인구는 몇 명인가?

- ① $a \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$ ② $b \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$ ③ $a \left(\frac{a}{b} \right)^n$
 ④ $b \left(\frac{a}{b} \right)^n$ ⑤ $a \left\{ \left(\frac{a}{b} \right)^n \right\} - 1$

해설

인구 a 명에 대한 연간 인구증가율이 r 일 때, 1 년 후 증가된 인구는 ar (명) 이므로

1 년 후 총인구는 $a + ar = a(1 + r)$ (명)

2 년 후 총인구는 $a(1 + r) + a(1 + r) \cdot r = a(1 + r)^2$ (명)

⋮

n 년 후 총인구는 $a(1 + r)^n$ (명)

즉, $a(1 + r)^n = b$ 에서

$$(1 + r)^n = \frac{b}{a}, \quad 1 + r = \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$$

따라서, 이 나라의 내년의 인구는

$$b(1 + r) = b \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \text{ (명)}$$