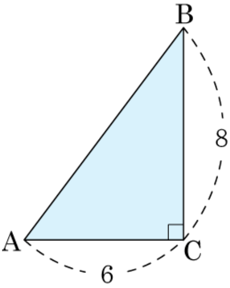
1. 다음 직각삼각형에서 $\sin A - \cos A$ 의 값은?



① $-\frac{1}{3}$　② $-\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, $\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

따라서 $\sin A - \cos A = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ 이다.

2. $\sin A = 0.6$ 일 때, $\cos A + \tan A$ 의 값을 구하면? (단, $0° \leq A \leq 90°$)

① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7 ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{31}{20}$

해설

$\sin A = 0.6 = \frac{3}{5}$ 이므로

$\cos A = \frac{4}{5}$, $\tan A = \frac{3}{4}$ 이다.

따라서 $\cos A + \tan A = \frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{31}{20}$ 이다.

3. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 골라 그 기호를 써라.

보기

㉠ $\sin^2 30° + \cos^2 60° = 1$

㉡ $\sin 30° = \cos 30° \times \tan 30°$

㉢ $\sin 30° + \sin 60° = \sin 90°$

㉣ $\tan 30° = \dfrac{1}{\tan 60°}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

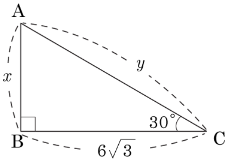
㉠ (좌변) $= \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$

㉡ (좌변) $= \dfrac{1}{2}$, (우변) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

㉢ (좌변) $= \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, (우변) $= 1$

㉣ (좌변) $= \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, (우변) $= \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4. 다음 그림에서 $y - x$ 의 값은?



① 18 ② 15 ③ 12 ④ 9 ⑤ 6

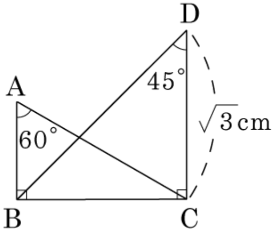
해설

$\cos 30° = \dfrac{6\sqrt{3}}{y} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore y = 12$

$\sin 30° = \dfrac{x}{12} = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $x = 6$

$\therefore\ y - x = 12 - 6 = 6$

5. 다음 그림과 같이 두 개의 서로 다른 직각삼각형이 겹쳐져 있다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

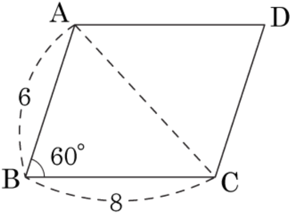
$\triangle BCD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BC} = \overline{CD} = \sqrt{3}$ (cm)

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\angle ACB = 30°$

$\overline{AB} = \sqrt{3} \tan 30° = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ (cm)

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선AC 의 길이는?



① $3\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$

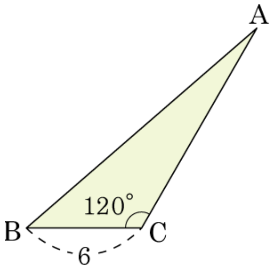
③ $2\sqrt{13}$ ④ $3\sqrt{13}$

⑤ $4\sqrt{13}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면
$\overline{AE} = 6 \times \sin 60° = 3\sqrt{3}$, $\overline{BE} = 6 \times \cos 60° = 3$, $\overline{CE} = 8 - 3 = 5$
이다. 따라서 $\triangle AEC$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AC} = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 5^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{BC}=6$, $\angle C=120°$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $18\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

두 변의 길이가 a, b 이고 그 끼인 각 x 가 둔각이면,

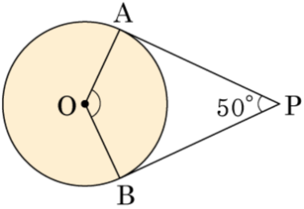
삼각형의 넓이 $S=\frac{1}{2}ab\sin(180°-x)$

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 6\times\sin(180°-120°)=18\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 6\times\sin 60°=18\sqrt{3}$

$3\overline{AC}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$ 따라서 $\overline{AC}=12$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 50°$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?

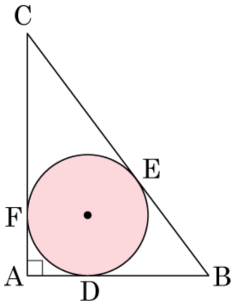


① 90° ② 100° ③ 120° ④ 130° ⑤ 150°

해설

$\angle AOB = 360° - 180° - 50° = 130°$

9. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$　② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$　③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

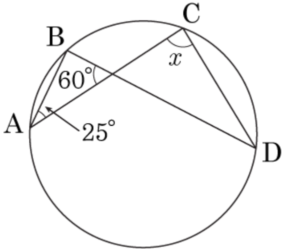
내접원의 반지름을 r라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3+4+5) \times r$$

$\therefore r = 1(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 πcm^2

10. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?

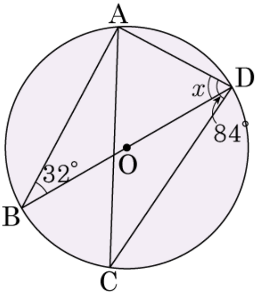


① $50\,^{\circ}$ ② $70\,^{\circ}$ ③ $90\,^{\circ}$ ④ $95\,^{\circ}$ ⑤ $100\,^{\circ}$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ 의 원주각으로 $\angle x = \angle \mathrm{ABD}$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180\,^{\circ}$ 이므로 $\angle x + 25\,^{\circ} + 60\,^{\circ} = 180\,^{\circ}$ $\therefore\ x = 95\,^{\circ}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle ABD = 32°$, $\angle ADC = 84°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① $50°$ ② $52°$ ③ $54°$

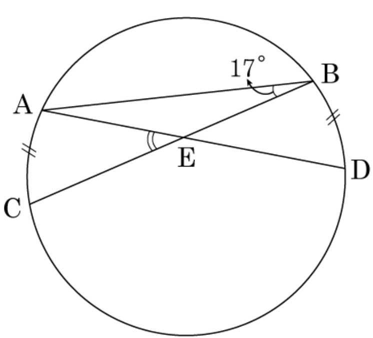
④ $56°$ ⑤ $58°$

해설

$\angle BAD = 90°$ 이므로

$\angle ADB = 180° - (90° + 32°) = 58°$

12. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 이고 $\angle ABC = 17°$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?



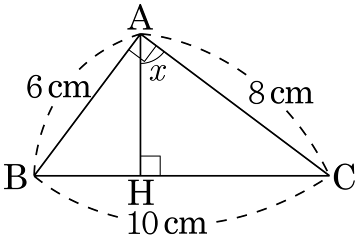
① 13°　② 17°　③ 21°　④ 28°　⑤ 34°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BAD = 17°$

$\angle AEC = \angle ABC + \angle BAE = 17° + 17° = 34°$

13. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이고 $\angle HAC = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

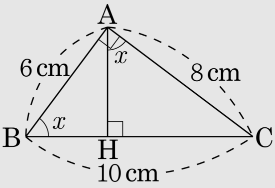


① $\dfrac{3}{10}$ ② $\dfrac{3}{5}$ ③ $\dfrac{5}{3}$ ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{10}{3}$

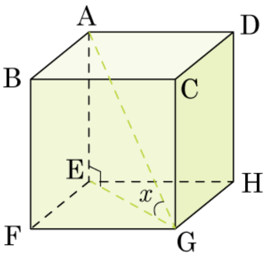
해설

$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\,\text{cm}$

$\tan x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$



14. 다음 그림은 한 변의 길이가 $2a$ 인 정육면체이다. $\angle AGE = x$ 라고 하면, $\cos x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{EG} = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$
$\overline{AG} = 2\sqrt{3}a$

$$\therefore \cos x = \frac{2\sqrt{2}a}{2\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

따라서 $a+b=9$ 이다.

15. 직선 $y = \sqrt{3}x - 3$ 이 x축과 이루는 예각의 크기를 구하여라.

▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad}^{\circ}$

▷ **정답 :** $60\underline{^{\circ}}$

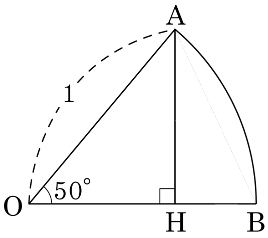
해설

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때,

직선의 기울기 $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$이다.

따라서 $\tan a = \sqrt{3},\ a = 60^{\circ}$이다.

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고, 중심각의 크기가 $50°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overline{AH} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\sin 50° = 0.77$, $\cos 50° = 0.64$, $\tan 50° = 1.2$ 로 계산한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.36

해설

$\triangle AOH$ 에서 $\cos 50° = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH} = 0.64$

따라서 $\overline{BH} = \overline{OB} - \overline{OH} = 1 - 0.64 = 0.36$ 이다.

17. 다음 표는 삼각비의 값을 소수 넷째 자리까지 나타낸 것이다. 삼각비의 값을 바르게 나타낸 것을 보기에서 모두 고르면?

각도	sin	cos	tan
$10°$	0.1736	0.9848	0.1763
$20°$	0.3420	0.9397	0.3640
$35°$	0.5736	0.8192	0.7002
$45°$	0.7071	0.7071	1.0000
$50°$	0.7660	0.6428	1.1918
$70°$	0.9397	0.3420	2.7475
$89°$	0.9998	0.0175	57.2900

보기

ㄱ $\sin 20° = 0.9848$　　ㄴ $\cos 45° = 0.7071$

ㄷ $\tan 50° = 0.6428$　　ㄹ $2\sin 10° = 0.3420$

ㅁ $\frac{1}{2}\cos 70° = 0.8192$　　ㅂ $3\tan 45° = 3$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㅂ　③ ㄴ, ㅂ　④ ㄷ, ㅁ　⑤ ㄹ, ㅂ

해설

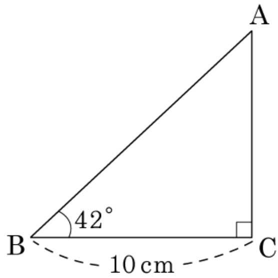
ㄱ $\sin 20° = 0.3420$

ㄷ $\tan 50° = 1.1918$

ㄹ $2\sin 10° = 2 \times 0.1736 = 0.3472$

ㅁ $\frac{1}{2}\cos 70° = \frac{1}{2} \times 0.3420 = 0.1710$

18. 다음 그림에서 △ABC 의 넓이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
42°	0.66	0.74	0.90
43°	0.68	0.73	0.93
44°	0.69	0.72	0.97

① $33\,\text{cm}^2$ ② $37\,\text{cm}^2$ ③ $45\,\text{cm}^2$

④ $72\,\text{cm}^2$ ⑤ $90\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = x$라 하면

$\angle B = 42°$ 이므로 $x = 10 \times \tan 42° = 10 \times 0.9 = 9$

따라서 △ABC 의 넓이는 $10 \times 9 \times \dfrac{1}{2} = 45(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 반지름의 길이가 20cm 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이를 구하면?

① $1200\,\text{cm}^2$ ② $1300\,\text{cm}^2$ ③ $1400\,\text{cm}^2$

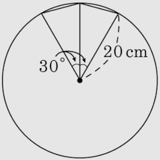
④ $1500\,\text{cm}^2$ ⑤ $1600\,\text{cm}^2$

해설

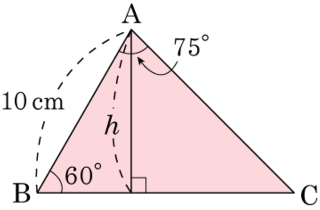
$$\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 30° \times 12$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{2} \times 12$$

$$= 1200 \quad (\text{cm}^2)$$



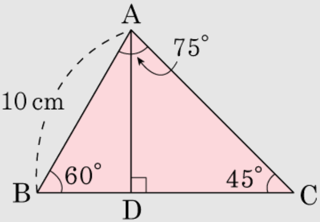
20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75°$, $\angle B = 60°$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$ 일 때, h 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$　② $10\,\text{cm}$　③ $\dfrac{10+5\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

④ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$　⑤ $\dfrac{10+5\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$

해설

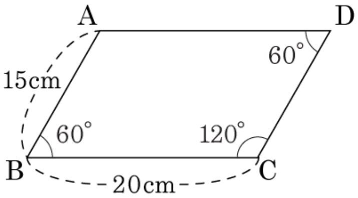


그림과 같이 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면,

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AD}}{10}$ 이므로

$\overline{AD} = 10\sin 60° = 5\sqrt{3}(\,\text{cm})$

21. 다음 그림의 사각형의 넓이는?



① $300\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ② $300\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ③ $150\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

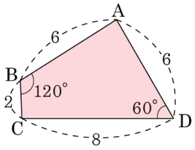
④ $150\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ⑤ $75\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

대각의 크기가 같은 사각형이므로 평행사변형이다.

$2\times\frac{1}{2}\times 20\times 15\times\sin 60° = 150\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림의 □ABCD 의 넓이는?



① $9+\sqrt{2}$ ② $10+\sqrt{2}$ ③ $12\sqrt{2}$

④ $14\sqrt{2}$ ⑤ $15\sqrt{3}$

해설

따라서

□ABCD

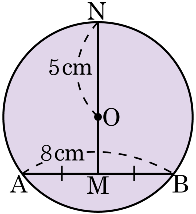
$= \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \dfrac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 120° + \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60°$

$= 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 24 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 3\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

23. 오른쪽 그림과 같이 현 AB 의 수직이등분선과 원 O 가 만나는 점을 N 이라하고, 현 AB와 만나는 점을 M이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 7 cm ② $7\sqrt{3}$ cm ③ 8 cm
④ $8\sqrt{3}$ cm ⑤ 9 cm

해설

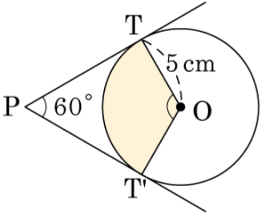
$\triangle OAM$ 에서 $\overline{OA^2} = \overline{AM^2} + \overline{OM^2}$ 이므로

$5^2 = 4^2 + \overline{OM}^2$

$\overline{OM} = 3\,\text{cm}$ ($\because \overline{OM} > 0$)

$\therefore \overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 5 = 8(\,\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 원 밖의 점 P 에서 원에 그은 접선에 대한 접점을 T, T′ 이라 할 때, 부채꼴 TOT′ 의 넓이를 구하면?



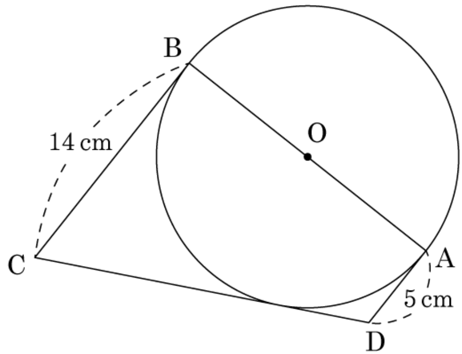
① $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^2$　② $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$　③ $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$　⑤ $\frac{50}{3}\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle\text{TOT}' = 180° - 60° = 120°$

$\therefore \pi \times 5^2 \times \frac{120°}{360°} = \frac{25}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 와 각각 접해있다. $\overline{AD}$ 의 길이가 5 cm , $\overline{BC}$ 가 14 cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



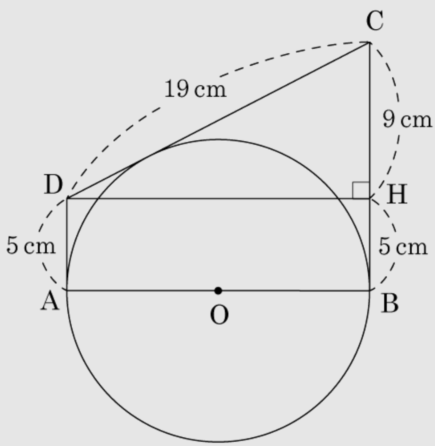
① $2\sqrt{70}$ cm ② $3\sqrt{70}$ cm ③ $4\sqrt{70}$ cm

④ $5\sqrt{70}$ cm ⑤ $6\sqrt{70}$ cm

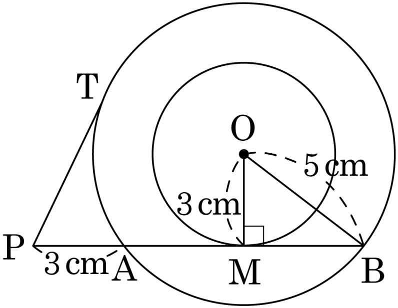
해설

점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 2\sqrt{70}$ (cm)



26. 다음 그림과 같이 두 원이 동심원을 이루고 $\overline{PA} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OM} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 큰 원의 접선 $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{33}$ cm

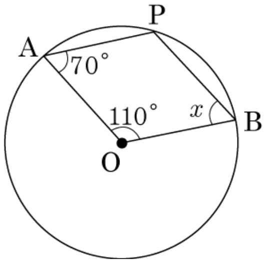
해설

$\overline{BM} = 4 = \overline{AM}$ 이므로

$\overline{PT}^2 = 3 \times (3 + 4 + 4) = 33$

$\overline{PT} = \sqrt{33}(\text{cm})$

27. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 55° ② 65° ③ 75°

④ 85° ⑤ 115°

해설

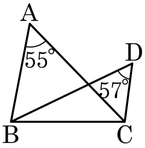
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 에 대한 중심각 : $360° - 110° = 250°$

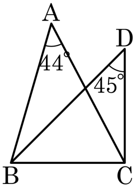
$\angle \mathrm{APB} = 250° \times \dfrac{1}{2} = 125°$

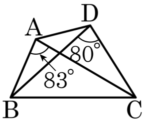
$\square\mathrm{OAPB}$ 에서

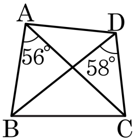
$\angle \mathrm{PBO} = 360° - 70° - 125° - 110° = 55°$ 이다.

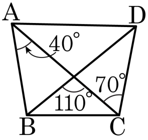
28. 다음 □ABCD 중에서 한 원에 내접하는 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

두 점 A, D 가 선분 BC 에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BAC = \angle BDC$ 이면 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC + 70° = 110°$ $\therefore$ $\angle BDC = 40°$

29. $y = -2\cos^2 x + 4\cos x + 5$ 가 최댓값을 가질 때, x 의 값은?(단, $0° \leq x \leq 90°$)

① $0°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $90°$

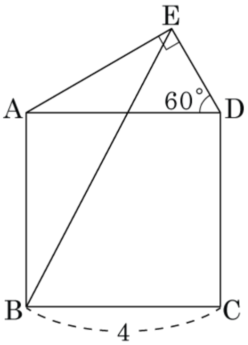
해설

$\cos x = A \ (0 \leq A \leq 1)$ 라 하면

$y = -2A^2 + 4A + 5 = -2(A-1)^2 + 7$

$A = 1$ 일 때, 최댓값 7 을 가지므로 $\cos x = 1$ 일 때 $x = 0°$

30. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$의 한 변 AD를 빗변으로 하는 직각삼각형 AED에서 $\angle D = 60°$일 때, $\triangle ABE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

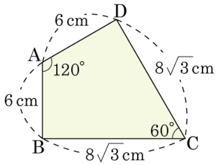
해설

$$\sin 60° = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AE}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \ \overline{AE} = 2\sqrt{3}$$

$\angle EAB = 30° + 90° = 120°$이므로

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin 60°$$
$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

31. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $57\sqrt{3}$ cm^2

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

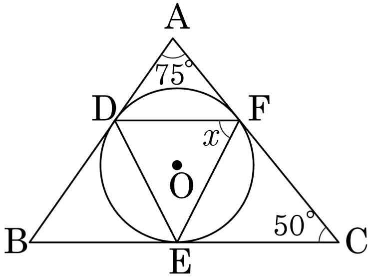
($\square$ABCD 의 넓이)$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 120° + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 57\sqrt{3}(cm^2)$

32. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle DAF = 75°$, $\angle ECF = 50°$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 62.5 °

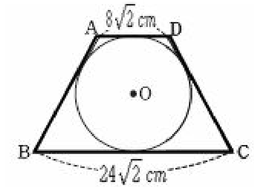
해설

$\angle ABC = 180° - (75° + 50°) = 55°$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BED = \angle DFE = (180° - 55°) \div 2 = 62.5°$

33. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AD}=8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC}=24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



① $69\pi\text{cm}^2$　　② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$　　③ $96\pi\text{cm}^2$

④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$　　⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

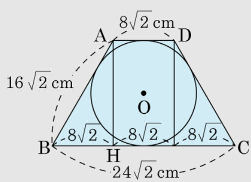
해설

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=2\overline{AB}$ $\therefore$ $\overline{AB}=16\sqrt{2}(\text{cm})$

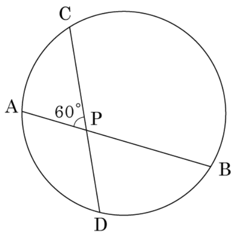
$\overline{AH}=\sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2-\left(8\sqrt{2}\right)^2}=8\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

(원의 넓이) $=\pi\times(4\sqrt{6})^2=96\pi(\text{cm}^2)$

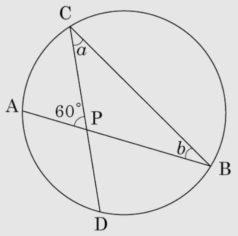


34. 다음 그림의 원에서 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 하자. $\angle APC = 60°$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

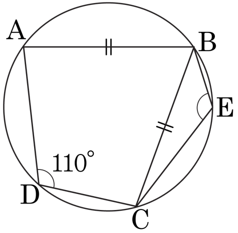
해설



선분 BC 를 긋고, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각을 $a°$ $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각을 $b°$ 라 하면 $a° + b° = 60°$
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각의 합이 $60°$ 이므로 그들의 중심각의 합은 $120°$ 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $120° = 360° \times \frac{1}{3}$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle D=110°$ 이면 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle BAC=\angle BCA$ 이다.

㉡ $\angle ABC=70°$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=55°$ 이다.

㉣ $\angle BEC+\angle BCA=180°$ 이다.

㉤ $\angle BEC=115°$ 이다.

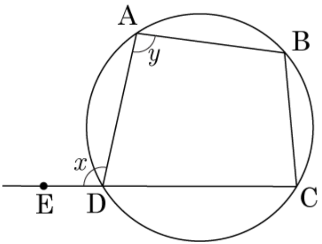
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC=180°-\angle BAC=180°-35°=125°$

36. 다음 그림의 원에서 5.0pt24.88pt$\widehat{\mathrm{DAB}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$ 이고 5.0pt24.88pt$\widehat{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $172\underline{°}$

해설

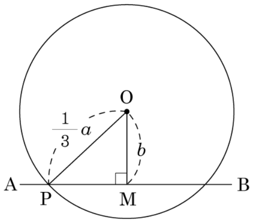
$\angle \mathrm{BCD} = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이므로 $y° = 180° - 108° = 72°$ $\therefore$ $y = 72°$

$\angle \mathrm{ABC} = \frac{5}{9} \times 180° = 100°$ 이므로

$x° = 100°$ $\therefore x = 100°$

따라서 $x + y = 100 + 72 = 172°$이다.

37. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{\mathrm{OM}}=b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{\mathrm{AB}}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y=x+2,\ xy=35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a+b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{\mathrm{OM}}=b,\ \overline{\mathrm{OP}}=\frac{1}{3}a$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2-b^2}$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{BP}}&=y\\&=\frac{a}{2}+\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}\\&=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}&=x\\&=\frac{a}{2}-\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}\\&=\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\end{aligned}$$

이때 $y=x+2,\ xy=35$ 이므로

$$\begin{aligned}y-x&=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}-\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\\&=2\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}=2\end{aligned}$$

$\therefore\ a^2-9b^2=9\cdots①$

$$\begin{aligned}xy&=\left(\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\\&=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2-9b^2}{9}\\&=35\cdots②\end{aligned}$$

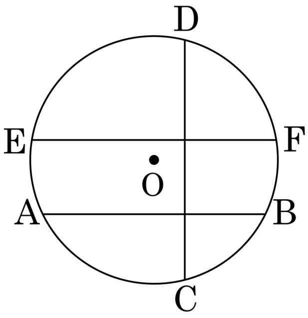
①을 ②에 대입하면 $a^2=144$

$\therefore\ a=12\,(\because a>0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2=15$

$\therefore\ a+b^2=12+15=27$

38. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그어져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O 로부터 αcm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다 βcm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다 $\frac{\beta}{2}$cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$cm, $2\sqrt{22}$cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$\overline{OL} = \alpha$, $\overline{OM} = \alpha - \beta$, $\overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle$OAL, $\triangle$OCM, $\triangle$OEN 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \cdots ①$

$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \cdots ②$

$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \cdots ③$

② − ①를 하면 $\beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \cdots ④$

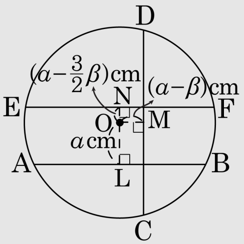
③ − ② 을 하면 $\frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \cdots ⑤$

④, ⑤에 의하여 $\beta^2 = 4 \therefore \beta = 2(\because \beta > 0)$

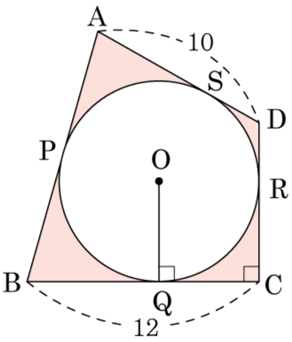
이를 ④에 대입하면 $\alpha = 4$

이를 ①에 대입하면 $r^2 = 26$

$\therefore r = \sqrt{26}(\because r > 0)$



39. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형 ABCD 에서 P, Q, R, S 는 접점이고, $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 12$, $\angle BCD = 90°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $110 - 25\pi$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

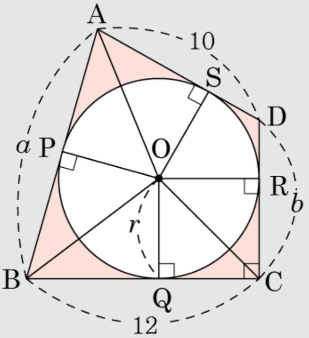


▶ 답 :

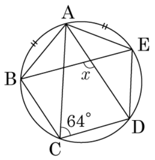
▷ 정답 : 5

해설

다음 그림에서 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라 하면
$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로 $a + b = 22$
원 O의 반지름의 길이를 r 이라 놓으면
$\overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OS} = \mathrm{r}$
$\therefore \square ABCD$
$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$
$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{OP} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OQ} + \frac{1}{2}$
$\cdot \overline{CD} \cdot \overline{OR} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{OS}$
$= \frac{r}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$
$= \frac{r}{2} \times 44 = 22r$
원 O 의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로
(색칠한 부분의 넓이)
= (□ABCD의 넓이) – (원 O의 넓이) 이므로
$110 - 25\pi = 22r - r^2\pi \therefore r = 5$
따라서 원 O 의 반지름의 길이는 5 이다.



40. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{AE}$ 이고 $\angle ACD = 64°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 116 °

해설

□ACDE 에서

$\angle AED = 180° - \angle ACD = 180° - 64° = 116°$ 이다.

$5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{AE}$ 이므로

$\angle ABE = \angle BCA = \angle ADE = \angle BEA = \angle y$ 라 하면

$\angle BED = 116° - \angle y$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle BED + \angle ADE = 116° - \angle y + \angle y = 116°$ 이다.