1. 다음 (　　) 안에 알맞은 것은?

$\frac{3}{2}i,\ \frac{5}{4}i,\ (\quad),\ \frac{9}{8}i,\ \frac{11}{10}i,\ \cdots$

① $\frac{5}{4}i$　② i　③ $\frac{7}{6}i$　④ $\frac{8}{6}i$　⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n이라 하면 $b_n = (2n+1)i$이다.

따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$이다.

2. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n - 1$일 때, a_{20}의 값은?

① 38 ② 39 ③ 41 ④ 42 ⑤ 43

해설

$a_{20} = S_{20} - S_{19}$

$S_{20} = 20^2 + 40 - 1 = 439,$

$S_{19} = 19^2 + 38 - 1 = 398$

$\therefore\ a_{20} = 439 - 398 = 41$

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$일 때, a_{15}의 값은?

① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

해설

첫째항을 a라 하면 $a_n = a + (n-1) \cdot 3$이므로
$a_4 = a + 9,\ a_9 = a + 24$
이때, $(a+9) : (a+24) = 2 : 5$에서
$5(a+9) = 2(a+24)$
$\therefore\ a = 1$
$\therefore\ a_{15} = 1 + (15-1) \cdot 3 = 43$

4. 두 수 48과 2사이에 10개의 수 $a_1,\ a_2,\ \cdots, a_{10}$을 넣어 12개의 수 $48,\ a_1,\ a_2,\ \cdots, a_{10},\ 2$가 등차수열을 이루게 하였다. 이때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$의 값은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

첫째항이 48이고 제 12항이 2인 등차수열의 첫째항부터 제12항까지의 합은 $\dfrac{12(48+2)}{2}=300$이므로

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=300-(48+2)=300-50=250$

5. 수열 a, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, b, $\cdots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

공차를 d라 하면 $d=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

$\therefore\ a=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6},\ b=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

$\therefore\ a+b=\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$

6. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$이다.

따라서 $\frac{1}{(가)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$　$\therefore$ (가) $=\frac{3}{2}$

7. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10인 등차수열의 합 S_{10}을 구하면?

① 150 ② 170 ③ 190 ④ 210 ⑤ 230

해설

$a=3,\ d=4,\ n=10$이므로

$S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$에 대입하면

$S_{10}=\dfrac{10\{2\cdot 3+(10-1)\cdot 4\}}{2}=210$

8. 등차수열 2, 5, 8, 11, $\cdots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $n(3n+2)$ ② $\frac{1}{2}n(3n+1)$ ③ $\frac{1}{3}n(n+3)$
④ $n(2n-1)$ ⑤ $\frac{1}{2}n(n+1)$

해설

$a=2,\ d=5-2=3$ 이므로

$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)\cdot d\}}{2}$ 에 대입하면

$=\frac{n\{2\cdot 2+(n-1)\cdot 3\}}{2}$

$=\frac{n(4+3n-2)}{2}$

$=\frac{n(3n+1)}{2}$

9. 첫째항부터 제n항까지의 합이 S_n인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$일 때, S_{10}의 값은?

① 64　　② 80　　③ 92　　④ 100　　⑤ 120

해설

$S_5 = \frac{5(2a+4d)}{2} = 25$에서 $a + 2d = 5 \cdots$ ㉠

$S_7 = \frac{7(2a+6d)}{2} = 49$에서 $a + 3d = 7 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$d = 2,\ a = 1$

$\therefore\ S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$

10. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n - 1$일 때, a_{10}의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$a_{10} = S_{10} - S_9$

$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$

$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$

$\therefore\ a_{10} = 119 - 98 = 21$

11. 다음 등비수열의 일반항 a_n은?

$16,\ -8,\ 4,\ -2,\cdots\cdots$

① $8(-2)^n$　② $16(-2)^{n-1}$　③ $8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$
④ $16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$　⑤ $32\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

해설

주어진 수열은 첫째항이 16이고 공비가 $-\frac{1}{2}$이므로 $a_n = 16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

12. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$이고, $a_2 = 4$일 때, a_5의 값은?

① $\frac{11}{2}$ ② 7 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r이라고 하면

$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2$이므로

$1 : r^2 = 4 : 9$에서

$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore\ r = \frac{3}{2}$

$a_2 = a_1 r = 4$에서 $\frac{3}{2}a_1 = 4 \quad \therefore\ a_1 = \frac{8}{3}$

$\therefore\ a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$

13. 오른쪽 표에서 가로줄, 세로줄 각각이 모두 등비수열을 이룰 때, $a+b+c+d$의 값은?(단, a, b, c, d는 양수)

1	3	a
2	b	18
c	12	d

① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

해설

1	3	9
2	6	18
4	12	36

$a+b+c+d=9+6+4+36=55$

14. 제 4 항이 6, 제 7 항이 162 인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10 항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(3^{10}-1)$　② $\frac{1}{10}(3^{10}-1)$　③ $\frac{1}{9}(3^{10}+1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10}+1)$　⑤ $\frac{1}{9}(3^{11}-1)$

해설

첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$ar^3=6,\ ar^6=162$

$r^3=27$

$\therefore\ r=3,\ a=\frac{2}{9}$

$$S_n=\frac{\frac{2}{9}\cdot(3^{10}-1)}{3-1}=\frac{1}{9}(3^{10}-1)$$

15. 등차수열 $3, 7, 11, 15, \cdots$ 에 대하여 다음의 식이 성립한다.
이때, ㉠+ ㉡+ ㉢의 값을 구하여라.

$$[㉠] = \frac{3 + [㉡]}{2}$$
$$[㉡] = \frac{[㉢] + 15}{2}$$

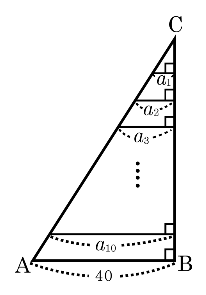
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$7 = \frac{3+11}{2}$, $11 = \frac{7+15}{2}$ 가 성립하므로
㉠는 7, ㉡는 11, ㉢는 7 이다.
∴ ㉠ + ㉡ + ㉢ $= 7 + 11 + 7 = 25$

16. 오른쪽 그림과 같이 밑변 AB의 길이가 40인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 AC를 11등분하여 변 AB와 평행한 10개의 선분을 그려 그 길이를 각각 $a_1,\ a_2,\ a_3, \cdots, a_{10}$이라 할 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$a_1+a_{10}=40,\ a_2+a_9=40, \cdots, a_5+a_6=40$이므로
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=40\times 5=200$

17. 사업가 K 씨는 2014년 1월 1일에 S 대학에 장학금으로 사용해 달라고 1억원을 기탁하였다. S 대학에서는 기탁금의 원리금과 이자로 2015년 1월 1일부터 매년 11명에게 일정금액씩을 장학금으로 지급하려고 한다. 장학금은 매년 전년도에 비해 10% 증액되며, 기탁금은 연이율 10%의 복리로 적립된다. 20년 동안 기탁금이 모두 장학금으로 지급되도록 하려면 2015년에 1인당 얼마씩의 장학금이 지급되어야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

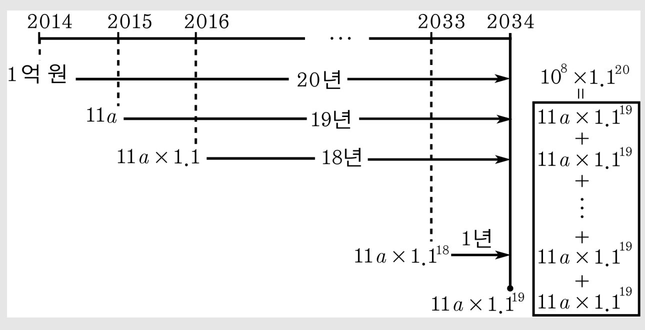
▷ 정답 : 50만원

해설

2014년 1월 1일부터 20년 후의 1월 1일에 장학금을 지급하면 기탁금이 모두 없어진다고 하므로 1억원에 대한 20년 후의 가치는 $10^8 \times 1.1^{20}$(원)
2015년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금을 a원이라고 하면 2015년에 지급되는 장학금 총액에 대한 19년 후의 가치는 $11a \times 1.1^{19}$(원)
2016년 1월 1일에 지급되는 장학금은 10% 증액되어 $a \times 1.1$(원)이며 2016년에 지급되는 장학금의 총액에 대한 18년 후의 가치는 $1.1 \times a \times 1.1 \times 1.1^{18} = 11a \times 1.1^{19}$(원)
2017년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금은 다시 10% 증액되어 $a \times 1.1^2$(원)이며 2017년에 지급되는 장학금 총액에 대한 17년 후의 가치는
$11 \times a \times 1.1^2 \times 1.1^{17} = 11a \times 1.1^{19}$ (원이다.)

$\vdots$

2034년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금은 $a \times 1.1^{19}$(원)이므로 2034년에 지급되는 장학금 총액은 $11a \times 1.1^{19}$(원)이다.



따라서, $20 \times 11a \times 1.1^{19} = 10^8 \times 1.1^{20}$에서

$a = \dfrac{10^8 \times 1.1^{20}}{20 \times 11 \times 1.1^{19}} = 5 \times 10^5$(원)

즉, 2015년에 1인당 50만원씩 지급되어야 한다.