

1. 다음 ()안에 알맞은 것은?

$$\frac{3}{2}i, \frac{5}{4}i, (\quad), \frac{9}{8}i, \frac{11}{10}i, \dots$$

① $\frac{5}{4}i$

② i

③ $\frac{7}{6}i$

④ $\frac{8}{6}i$

⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n 이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n 이라 하면 $b_n = (2n + 1)i$ 이다.

따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$ 이다.

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38

② 39

③ 41

④ 42

⑤ 43

해설

$$a_{20} = S_{20} - S_{19}$$

$$S_{20} = 20^2 + 40 - 1 = 439,$$

$$S_{19} = 19^2 + 38 - 1 = 398$$

$$\therefore a_{20} = 439 - 398 = 41$$

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 40

② 43

③ 46

④ 49

⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n - 1) \cdot 3$ 이므로

$$a_4 = a + 9, a_9 = a + 24$$

이때, $(a + 9) : (a + 24) = 2 : 5$ 에서

$$5(a + 9) = 2(a + 24)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a_{15} = 1 + (15 - 1) \cdot 3 = 43$$

4. 두 수 48과 2 사이에 10개의 수 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 을 넣어 12개의 수 48, $a_1, a_2, \dots, a_{10}, 2$ 가 등차수열을 이루게 하였다. 이때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

① 200

② 250

③ 300

④ 350

⑤ 400

해설

첫째항이 48이고 제 12항이 2인 등차수열의 첫째항부터 제 12항까지의 합은 $\frac{12(48+2)}{2} = 300$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 300 - (48 + 2) = 300 - 50 = 250$$

5. 수열 $a, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, b, \dots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\text{공차를 } d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

6. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$ 이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{(가)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \therefore (가) = \frac{3}{2}$$

7. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10인 등차수열의 합 S_{10} 을 구하면?

① 150

② 170

③ 190

④ 210

⑤ 230

해설

$a = 3, d = 4, n = 10$ 이므로

$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ 에 대입하면

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot 3 + (10-1) \cdot 4\}}{2} = 210$$

8. 등차수열 2, 5, 8, 11, ... 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $n(3n + 2)$

② $\frac{1}{2}n(3n + 1)$

③ $\frac{1}{3}n(n + 3)$

④ $n(2n - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}n(n + 1)$

해설

$a = 2$, $d = 5 - 2 = 3$ 이므로

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1) \cdot d\}}{2} \text{에 대입하면}$$

$$= \frac{n\{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3\}}{2}$$

$$= \frac{n(4 + 3n - 2)}{2}$$

$$= \frac{n(3n + 1)}{2}$$

9. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64

② 80

③ 92

④ 100

⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

11. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

$$16, -8, 4, -2, \dots$$

① $8(-2)^n$

② $16(-2)^{n-1}$

③ $8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

④ $16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

⑤ $32\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

해설

주어진 수열은 첫째항이 16 이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 $a_n =$

$$16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

12. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

① $\frac{11}{2}$

② 7

③ $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

13. 오른쪽 표에서 가로줄, 세로줄 각각이 모두 등비수열을 이룰 때, $a + b + c + d$ 의 값은?(단, a, b, c, d 는 양수)

1	3	a
2	b	18
c	12	d

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

해설

1	3	9
2	6	18
4	12	36

$$a + b + c + d = 9 + 6 + 4 + 36 = 55$$

14. 제 4항이 6, 제 7항이 162 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(3^{10} - 1)$

② $\frac{1}{10}(3^{10} - 1)$

③ $\frac{1}{9}(3^{10} + 1)$

④ $\frac{1}{10}(3^{10} + 1)$

⑤ $\frac{1}{9}(3^{11} - 1)$

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$ar^3 = 6, ar^6 = 162$$

$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3, a = \frac{2}{9}$$

$$S_n = \frac{\frac{2}{9} \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{9}(3^{10} - 1)$$

15. 등차수열 3, 7, 11, 15, ... 에 대하여 다음의 식이 성립한다.
이때, $\textcircled{\text{㉠}}$ + $\textcircled{\text{㉡}}$ + $\textcircled{\text{㉢}}$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}\textcircled{\text{㉠}} &= \frac{3 + \textcircled{\text{㉡}}}{2} \\ \textcircled{\text{㉡}} &= \frac{\textcircled{\text{㉢}} + 15}{2}\end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: 25

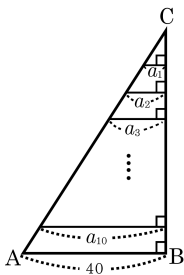
해설

$7 = \frac{3 + 11}{2}$, $11 = \frac{7 + 15}{2}$ 가 성립하므로

$\textcircled{\text{㉠}}$ 는 7, $\textcircled{\text{㉡}}$ 는 11, $\textcircled{\text{㉢}}$ 는 7이다.

$$\therefore \textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} + \textcircled{\text{㉢}} = 7 + 11 + 7 = 25$$

16. 오른쪽 그림과 같이 밑변 AB 의 길이가 40인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AC 를 11등분하여 변 AB 와 평행한 10개의 선분을 그려 그 길이를 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 200

해설

$a_1 + a_{10} = 40, a_2 + a_9 = 40, \dots, a_5 + a_6 = 40$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 40 \times 5 = 200$

17. 사업가 K씨는 2014년 1월 1일에 S 대학에 장학금으로 사용해 달라고 1억원을 기탁하였다. S 대학에서는 기탁금의 원리금과 이자로 2015년 1월 1일부터 매년 11명에게 일정금액씩을 장학금으로 지급하려고 한다. 장학금은 매년 전년도에 비해 10%증액되며, 기탁금은 연이율 10%의 복리로 적립된다. 20년 동안 기탁금이 모두 장학금으로 지급되도록 하려면 2015년에 1인당 얼마씩의 장학금이 지급되어야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50만원

해설

2014년 1월 1일부터 20년 후의 1월 1일에 장학금을 지급하면 기탁금이 모두 없어진다고 하므로 1억원에 대한 20년 후의 가치는 $10^8 \times 1.1^{20}$ (원)

2015년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금을 a 원이라고 하면 2015년에 지급되는 장학금 총액에 대한 19년 후의 가치는 $11a \times 1.1^{19}$ (원)

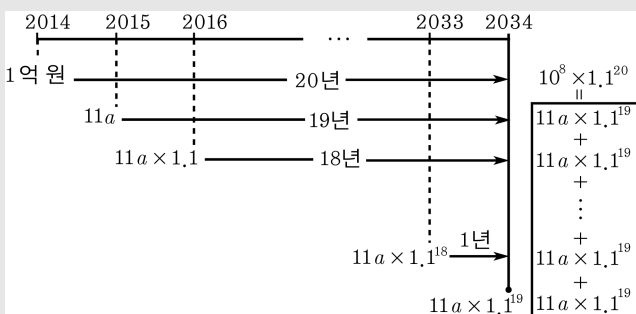
2016년 1월 1일에 지급되는 장학금은 10%증액되어 $a \times 1.1$ (원)이며 2016년에 지급되는 장학금의 총액에 대한 18년 후의 가치는 $1.1 \times a \times 1.1 \times 1.1^{18} = 11a \times 1.1^{19}$ (원)

2017년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금은 다시 10%증액되어 $a \times 1.1^2$ (원)이며 2017년에 지급되는 장학금 총액에 대한 17년 후의 가치는

$$11 \times a \times 1.1^2 \times 1.1^{17} = 11a \times 1.1^{19} \text{ (원이다.)}$$

⋮

2034년 1월 1일에 1인당 지급되는 장학금은 $a \times 1.1^{19}$ (원)이므로 2034년에 지급되는 장학금 총액은 $11a \times 1.1^{19}$ (원)이다.



따라서, $20 \times 11a \times 1.1^{19} = 10^8 \times 1.1^{20}$ 에서

$$a = \frac{10^8 \times 1.1^{20}}{20 \times 11 \times 1.1^{19}} = 5 \times 10^5 \text{ (원)}$$

즉, 2015년에 1인당 50만원씩 지급되어야 한다.