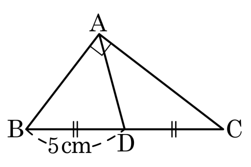
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



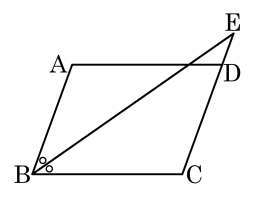
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.
$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}, \overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 9 cm

해설

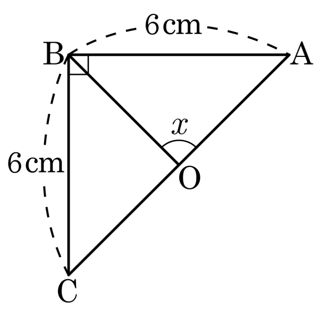
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로

$\angle ABE = \angle BEC$ (엇각)

$\angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\triangle BEC$ 는 이등변삼각형이다.

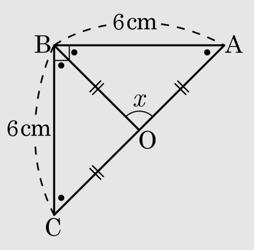
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 9(\text{cm})$

3. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



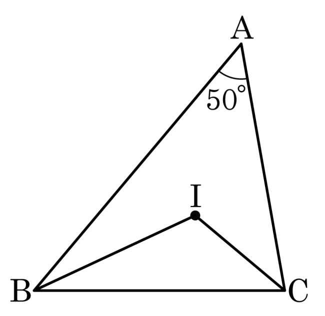
① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$
직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$
$\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$
따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 내심을 I 라 할 때, $\angle A = 50°$ 이면 $\angle BIC$ 의 크기는?



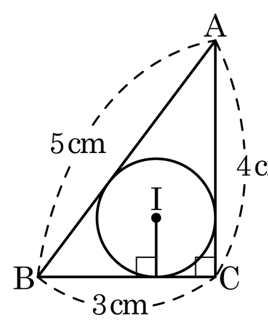
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle$ABC 의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{AC} = 4cm$, $\overline{BC} = 3cm$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?

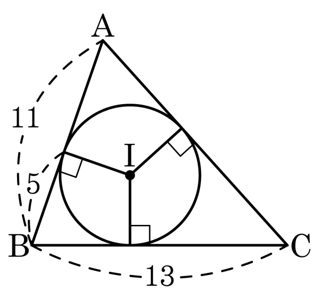


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1cm$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



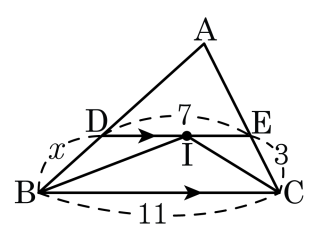
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

7. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, x 의 길이는?

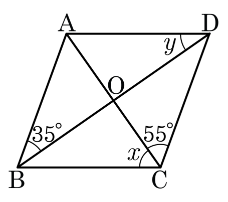


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$7 = 3 + x$ 이다. 따라서 $x = 4$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{ABD} = 35\,°$, $\angle \mathrm{ACD} = 55\,°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



① 20°　　② 25°　　③ 30°

④ 35°　　⑤ 40°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OCD} = 55°$

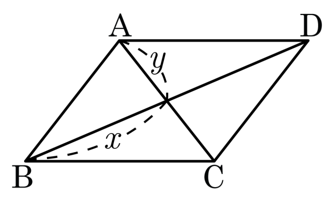
$\triangle \mathrm{ABO}$ 에서 $\angle \mathrm{AOB} = 180° - (35° + 55°) = 90°$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55°, \angle y = 35°$

$\therefore \angle x - \angle y = 20°$

9. 다음 □ABCD이 평행사변형이고, $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{BD}=12$가 성립한다고 할 때, $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

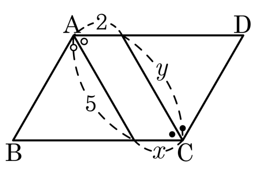
▷ 정답 : 9

해설

$\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{BD}=12$이므로 $\overline{AC}=6$이다.

따라서 $\overline{AC}+\overline{BD}=18$이므로 $x+y=9$이다.

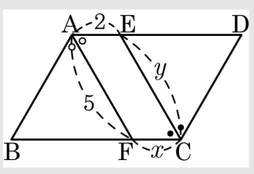
10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 와 $\angle$C 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

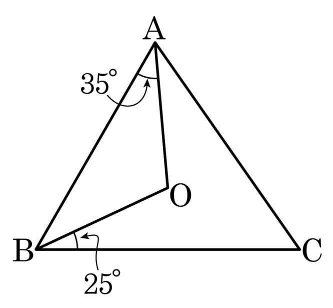
▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면
□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD}$ 이므로 $\frac{\angle \mathrm{BAD}}{2} = \frac{\angle \mathrm{BCD}}{2}$
$\angle \mathrm{ECF} = \angle \mathrm{CED}$ ($\because$ 엇각)
$\angle \mathrm{AFB} = \angle \mathrm{FAE}$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle \mathrm{AEC} = \angle \mathrm{AFC}$
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.
따라서 $x=2$, $y=5$ 이므로 $x+y=7$ 이다.

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?

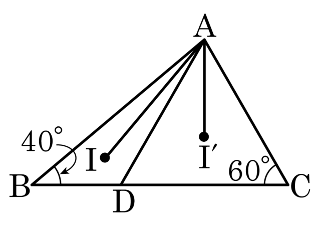


① $40°$　② $45°$　③ $50°$　④ $55°$　⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,
$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$
$\angle OAC = \angle OCA = 30°$
$\therefore \angle x = 55°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

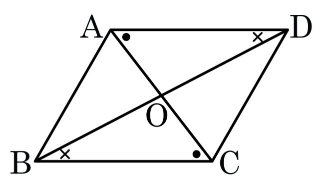


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

13. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

14. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 나타내는 과정을 섞어둔 것이다. 순서대로 기호를 나열하여라.

> ㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
>
> ㉡ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
>
> ㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
> $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
>
> ㉣ $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ㉠)
>
> ㉤ $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로

▶ 답:

▶ 답:

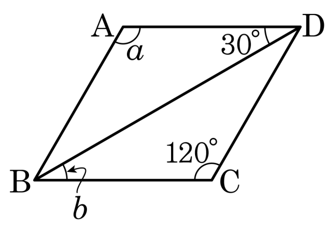
▷ 정답: ㉡, ㉠, ㉣, ㉢, ㉤

▷ 정답: ㉡, ㉣, ㉠, ㉢, ㉤

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
$\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ①)
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
따라서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

15. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 150 °

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, $\angle ADB$와 $\angle CDA$는 엇각이므로 $\angle b = 30°$이다.
$\therefore \angle a + \angle b = 150°$

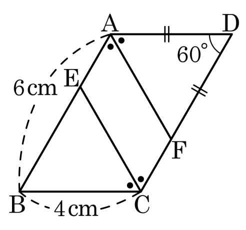
16. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

17. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60\,°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



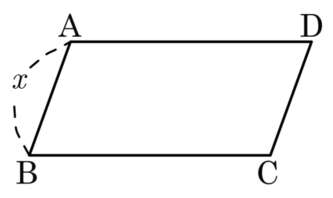
① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60\,°$, $\angle BAD = 120\,°$, $\angle FAD = 60\,°$ 이므로, $\angle AFD = 60\,°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, 그 둘레의 길이가 24 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x 의 길이를 구하여라.



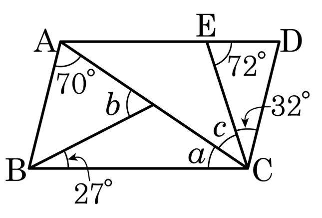
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AB} + \overline{BC} = 12$ 이므로 $3\overline{AB} = 12$ 가 되어 $x = 4$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : 133 $\underline{^\circ}$

해설

$\angle$BAC $= \angle$ACD (엇각), $\angle c = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$

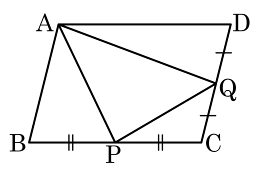
$\angle$EDC $= 180^\circ - 72^\circ - 32^\circ = 76^\circ = \angle$ABC

$\angle a = 180^\circ - 70^\circ - 76^\circ = 34^\circ$

$\angle b = \angle a + 27^\circ = 34^\circ + 27^\circ = 61^\circ$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^\circ + 61^\circ + 38^\circ = 133^\circ$

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84cm^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



① $29.5cm^2$ ② $30cm^2$ ③ $30.5cm^2$

④ $31cm^2$ ⑤ $31.5cm^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5\,(cm^2)\end{aligned}$$