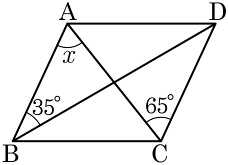
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



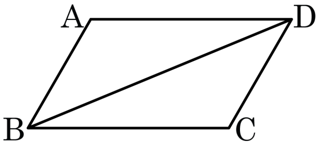
① 30° ② 35° ③ 45°

④ 65° ⑤ 100°

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle x = 65\,°$이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

3. 다음은 (가) 사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결했을 때 생기는 사각형이 (나) 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 가 : 등변사다리꼴 → 나 : 직사각형

② 가 : 평행사변형 → 나 : 평행사변형

③ 가 : 직사각형 → 나 : 마름모

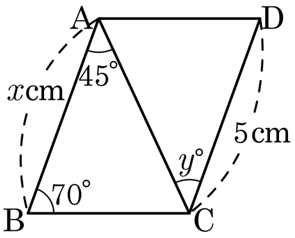
④ 가 : 정사각형 → 나 : 정사각형

⑤ 가 : 마름모 → 나 : 직사각형

해설

① 등변사다리꼴의 중점 연결 → 마름모

4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=40$

② $x=4,\ y=45$

③ $x=5,\ y=40$

④ $x=5,\ y=45$

⑤ $x=10,\ y=45$

해설

$x=\overline{\mathrm{CD}}=5(\mathrm{cm})$이므로 $x=5$

$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{DCA}$

$\therefore y=45$

5. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

6. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

7. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

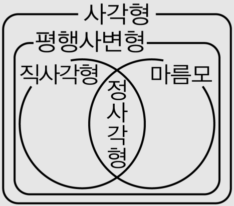
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

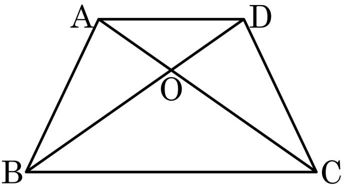
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

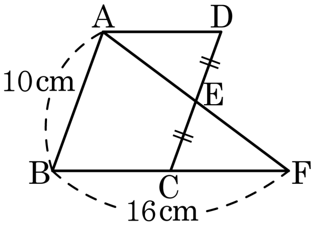
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로

$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$

$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

9. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 8 cm

해설

$\triangle$AED 와 $\triangle$FEC 에서

$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),

$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로

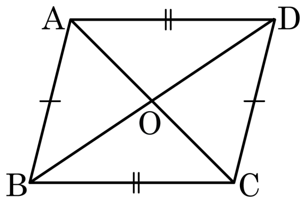
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$

$\therefore \overline{AD} = 8$(cm)

10. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠

$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯ ㉡

$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)

∠BAC = ∠DCA 이므로

$\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$ ⋯ ㉣

∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯ ㉤

㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

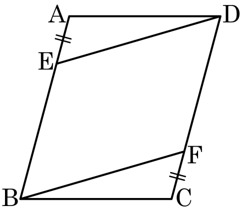
① ㄱ : $\overline{AB}$　　② ㄴ : $\overline{BC}$　　③ ㄷ : $\overline{AC}$

④ ㄹ : SAS　　⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

11. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{ED}//\overline{DF}$

② $\angle EBF=\angle EDF$, $\angle BED=\angle DFB$

③ $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

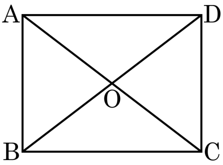
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$

⑤ $\overline{BE}//\overline{DF}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$
즉 $\overline{EB}//\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$　　② $\angle A = 90°$

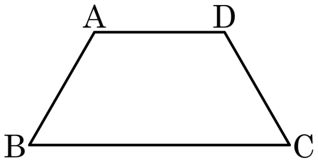
③ $\angle AOB = 90°$　　④ $\overline{AO} = \overline{BO}$

⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설

직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

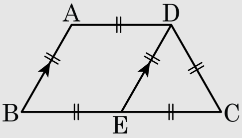
13. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, ∠B의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 70°

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$

$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 ∠B = ∠DEC = 60°이다.

14. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다. ② S는 Q이다. ③ Q는 V이다.

④ R은 Q이다. ⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

15. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

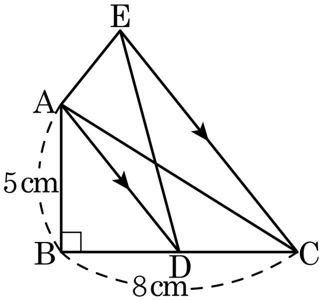
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EC}$ 이고, $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

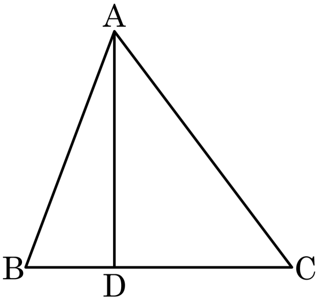
해설

$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4\text{cm}$ 가 되므로 $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 이다.

$\overline{AD} // \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ADE = \triangle ADC$ 이다.

$\therefore\ \triangle ADE = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{CD}}=1\ :\ 2$, $\triangle\mathrm{ABC}=9$일 때, $\triangle\mathrm{ABD}$의 넓이를 구하여라.



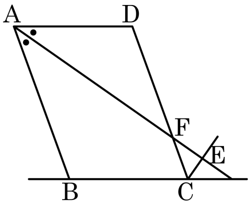
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\triangle\mathrm{ABD}=9\times\frac{1}{1+2}=3$$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 의 내각의 이등분선과 $\angle$C 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle\mathrm{AEC}=$ (   )$^\circ$ 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 90

해설

$\angle\mathrm{BAE}=a$

$\angle\mathrm{DCE}=b$ 라 하면

$\angle\mathrm{B}=2b$ 이고

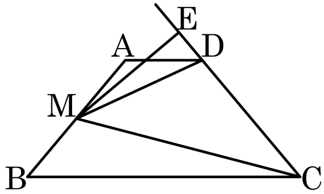
$\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B}=180^\circ$ 이므로

$a+b=90^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAF}=\angle\mathrm{CFE}=a$

$\therefore\ \angle\mathrm{AEC}=180^\circ-(a+b)=90^\circ$

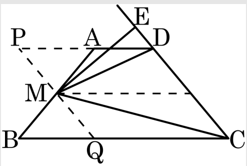
19. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle\mathrm{CME} = 18$, $\triangle\mathrm{EMD} = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

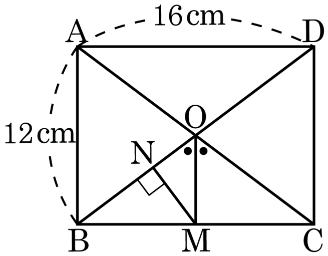
$\triangle\mathrm{PMA} \equiv \triangle\mathrm{MBQ}$ (ASA 합동)

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PQCD 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned}\square\mathrm{PQCD} &= 2\triangle\mathrm{DMC}\\ &= 2(\triangle\mathrm{CME} - \triangle\mathrm{EMD})\\ &= 24\end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}=20\,\mathrm{cm}$ 이다. $\angle\mathrm{BOM}=\angle\mathrm{COM}$, $\overline{\mathrm{MN}}\perp\overline{\mathrm{OB}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

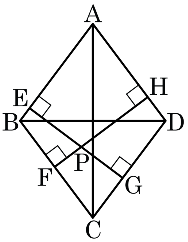
해설

$$\overline{\mathrm{BO}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\mathrm{cm})$$

$$\triangle\mathrm{OBM}=\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{\mathrm{MN}}$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{MN}}=4.8\,(\mathrm{cm})$$

21. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\dfrac{48}{5}$ cm

해설

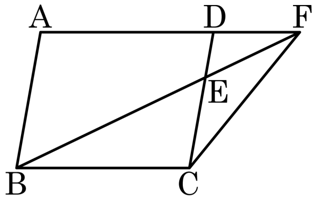
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \dfrac{48}{5}$ cm이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 2$일 때, $\triangle ADE + \triangle FEC$의 값은 평행사변형 ABCD의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배　② $\frac{1}{3}$ 배　③ $\frac{1}{5}$ 배

④ $\frac{1}{7}$ 배　⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle BCE$는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle ADE : \triangle BCE = 1 : 2$

$\triangle ADE = \triangle ACD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\square ABCD$

$\triangle BCE = 2\triangle ADE = \frac{1}{3}\square ABCD$

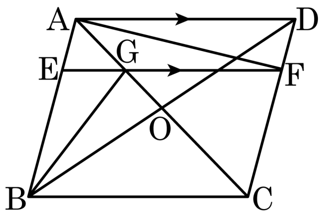
$\overline{AF} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\triangle FBC = \triangle DBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle FEC = \triangle FBC - \triangle BCE = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \square ABCD$

$= \frac{1}{6}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle ADE + \triangle FEC = \frac{1}{3}\square ABCD$

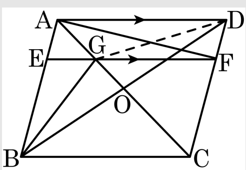
23. 다음 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 평행한 직선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 한다. $\triangle AEF$ 의 넓이가 s 일 때, $\triangle ABG$ 의 넓이를 s 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : s

해설



선분 AD 와 선분 EF 가 평행하므로

$\triangle AEF = \triangle ADF \cdots$ ㉠

$\triangle ADF$ 와 $\triangle AGD$ 에서 밑변 $\overline{AD}$ 로 공통이고 높이가 같으므로

$\triangle ADF = \triangle AGD \cdots$ ㉡

$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로

$\triangle ABO = \triangle ADO$, $\triangle AGB = \triangle AGD$

㉠, ㉡에서 $\triangle AEF = \triangle AGD$

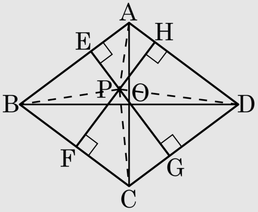
$\therefore\ \triangle ABG = \triangle AEF = s$

24. 한 변의 길이가 10 인 마름모 ABCD 의 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{\mathrm{AO}} = 6$, $\overline{\mathrm{BO}} = 8$ 이다. 이 마름모의 내부에 한 점 P 를 잡고, 점 P 에서 마름모의 각 변 AB, BC, CD, DA 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{96}{5}$

해설



위의 그림과 같이 점 P 와 마름모의 네 꼭짓점을 각각 선분으로 연결하면

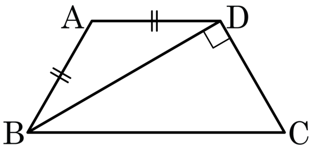
$\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PBC} + \triangle\mathrm{PCD} + \triangle\mathrm{PDA}$ 에서

$\dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AC}} \times \overline{\mathrm{BD}} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times (\overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}})$

$\overline{\mathrm{AO}} = 6$, $\overline{\mathrm{BO}} = 8$ 이면 $\overline{\mathrm{AC}} = 12, \overline{\mathrm{BD}} = 16$

따라서 $\overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}} = \dfrac{96}{5}$ 이다.

25. 다음 그림의 $\square ABCD$는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ **정답 :** $60\underline{°}$

해설

$\angle ADB = a$라고 하면

$\triangle ABD$가 이등변삼각형이므로 $\angle BAD = 180° - 2a$

등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\angle BAD = \angle ADC$이다.

$\therefore 180 - 2a = a + 90$

$a = 30°$이므로 $\angle BAD = \angle ADC = 120°$

$\therefore \ \angle C = 60°$