

1. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

2. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. 다음 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \frac{x+1}{x-1}$

② $y = \frac{x}{x-1}$

③ $y = \frac{x-2}{x-1}$

④ $y = \frac{-x}{x-1}$

⑤ $y = \frac{x+3}{x+1}$

해설

$y = \frac{1}{x}$ 과 겹쳐지는 함수는 $y = \frac{1}{x-a} + b$ 의 꼴로 된 것이다.

$$\therefore \textcircled{2} \ y = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

4. $\log x$ 의 정수 부분이 4이고, $\log y$ 의 정수 부분이 2일 때, $\log \sqrt{xy}$ 의 정수 부분을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\log x = 4 + \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

$$\log y = 2 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt{xy} = \frac{1}{2} (\log^x + \log^y)$$

$$= \frac{1}{2} (4 + \alpha + 2 + \beta)$$

$$= 3 + \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

$$0 \leq \alpha < 1, \quad 0 \leq \beta < 1 \text{ 이므로}$$

$$0 \leq \frac{1}{2} (\alpha + \beta) < 1$$

$$\therefore \log \sqrt{xy} \text{의 정수 부분은 } 3$$

5. 시험관 A에는 $a\%$ 의 알콜 6g, 시험관 B에는 $b\%$ 의 알콜 4g 들어있다. 두 시험관에서 A, B에서 각각 1g씩 꺼내어 바꾸어 넣는 시행을 n 회 실시한 후 A, B에 들어있는 알콜의 농도를 각각 $a\%, b\%$ 라 하면 다음이 성립한다. 이때, $p - q + r - s$ 의 값은?

$$a_{n+1} = pa_n + qb_n, \quad b_{n+1} = ra_n + sb_n$$

① $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$a_{n+1}\%$ 는 $a_n\%$ 5g 안에 들어있는 알콜과 $b_n\%$ 1g 안에 들어있는 알콜을 합한 전체 6g의 농도이므로

$$a_{n+1} = \frac{\frac{a_n}{100} \times 5 + \frac{b_n}{100} \times 1}{6} \times 100 = \frac{5a_n + b_n}{6}$$

같은 방법으로

$$b_{n+1} = \frac{\frac{a_n}{100} \times 1 + \frac{b_n}{100} \times 3}{4} \times 100 = \frac{a_n + 3b_n}{4}$$

$$p = \frac{5}{6}, \quad q = \frac{1}{6}, \quad r = \frac{1}{4}, \quad s = \frac{3}{4}$$

$$\therefore p - q + r - s = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$$