1. 다음 중 평행사변형의 정의는?

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

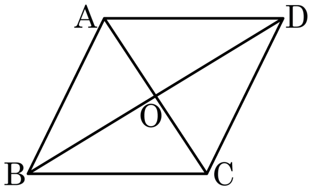
④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형

해설

①,②,④,⑤ 평행사변형의 성질

2. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가? (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



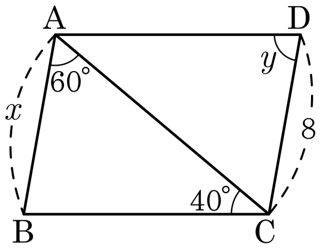
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 : °

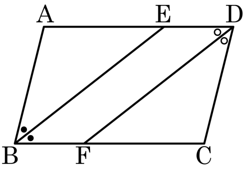
▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $\angle y = 80$ °

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8$, $\angle ABC = 180 - (60° + 40°) = 80°$
따라서 $x = 8$, $\angle y = 80°$

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

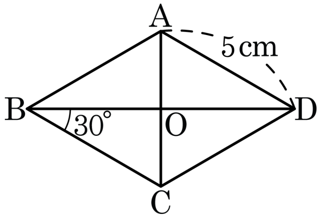


① $\angle B = \angle D$
② $\angle EBF = \angle FDE$
③ $\angle EDF = \angle DFC$
④ $\angle BFD = \angle DEB$
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 □EBFD 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

5. 다음 그림의 마름모 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ADC = 60°$

② $\angle AOD = 90°$

③ $\overline{AO} = \frac{5}{2}$cm

④ $\overline{BO} = 5$cm

⑤ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

해설

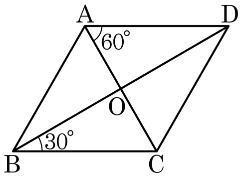
① 대각선이 한 내각을 이등분하므로 $\angle ABO = 30°$, $\angle ABC = \angle ADC = 60°$

② 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분

③ $\triangle ABC$ 는 정삼각형

⑤ 대각선에 의해 나눠지는 네 개의 삼각형은 모두 합동

6. 평행사변형ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle DBC = 30°$, $\angle CAD = 60°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

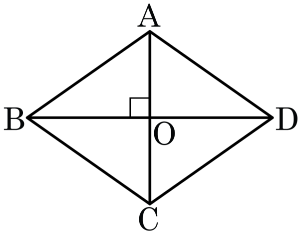
해설

$\angle DAC = \angle ACB$(엇각)

$\therefore \angle BOC = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

□ABCD는 마름모이다.

7. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면?



① $\angle\mathrm{ABO} = \angle\mathrm{CBO}$ ② $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

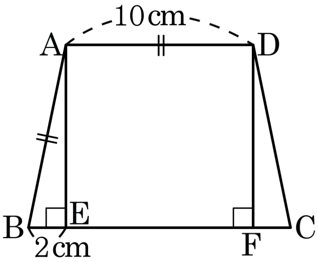
③ $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}}$ ④ $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{ODA}$

⑤ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고 네 각이 90° 로 모두 같아야 한다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 한다. 그림을 보고 등변사다리꼴의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 44 cm

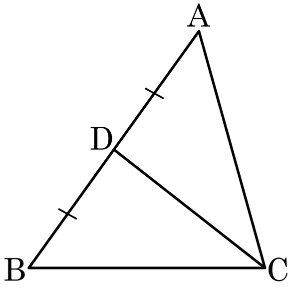
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = 10\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} = 30\text{cm}$

$\overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 2 + 10 + 2 = 14(\text{cm})$

전체 둘레의 길이는 $30 + 14 = 44(\text{cm})$

9. $\overline{\mathrm{CD}}$ 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 중선이고 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이가 $32\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

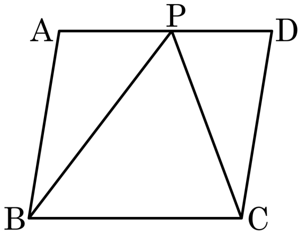
▷ 정답 : $16\,\mathrm{cm}^2$

해설

중선 $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 이등분하므로

$\triangle\mathrm{ADC} = 32 \div 2 = 16(\mathrm{cm}^2)$

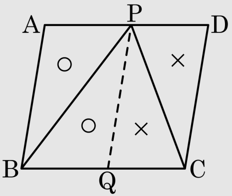
10. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\triangle PBC = 12cm^2$ 이다. □ABCD 의 넓이를 구하면?



① $6cm^2$ ② $18cm^2$ ③ $24cm^2$

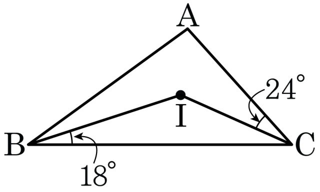
④ $30cm^2$ ⑤ $36cm^2$

해설



그림에서와 같이 점 P 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하도록 $\overline{PQ}$ 를 그으면,
$□ABCD = 2\triangle PBC$ 이므로 $□ABCD = 2 \times 12 = 24cm^2$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $96\,\underline{^{\circ}}$

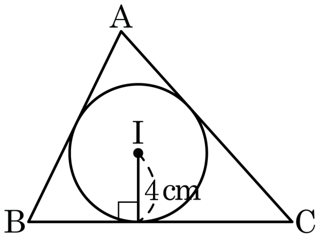
해설

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = 18\,^{\circ},\ \angle ICB = 24\,^{\circ}$

$\therefore\ \angle A = 180\,^{\circ} - 2(18\,^{\circ} + 24\,^{\circ}) = 96\,^{\circ}$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $40cm^2$ 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



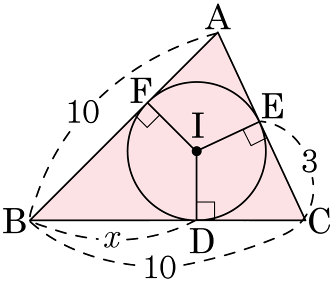
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20cm$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

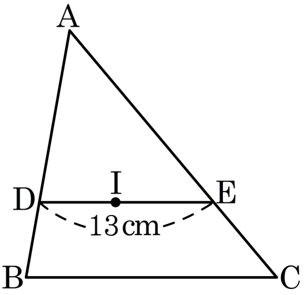
해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 3$이다.

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{CD}} = x + 3 = 10$

$\therefore x = \overline{\mathrm{BD}} = 7$

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



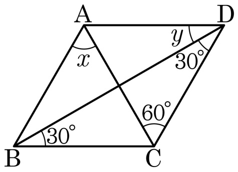
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

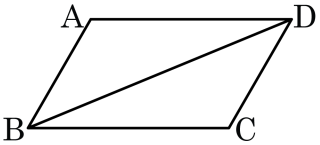
▷ 정답 : $90\underline{°}$

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $x = 60°$, $y = 30°$ 이다.

$\angle x + \angle y = 60° + 30° = 90°$ 이다.

16. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$　② $\overline{AB}$　③ $\overline{CD}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{BD}$

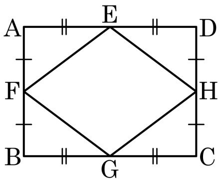
해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

17. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

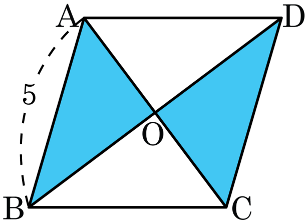
④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

18. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?



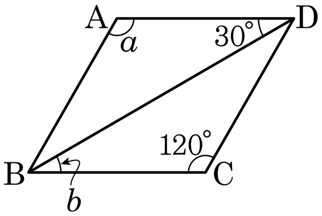
① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC},\ \overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$이므로

어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$이다.

19. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 150°

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이고, $\angle ADB$와 $\angle CDA$는 엇각이므로 $\angle b = 30°$이다.
$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

20. 다음 중 사각형ABCD 가 평행사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD} // \overline{BC}, \angle B = \angle D$

② $\overline{AB} = \overline{DC},\ \angle A = \angle D$

③ 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OC} = \overline{OD}$

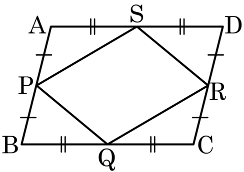
④ $\angle B = \angle D,\ \angle BAC = \angle DCA$

⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

해설

③ $\overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$ 이어야 평행사변형이 된다.

21. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

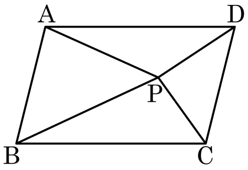
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 40\text{cm}^2$, $\triangle BCP = 32\text{cm}^2$, $\triangle ADP = 28\text{cm}^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 22cm^2 ③ 24cm^2

④ 26cm^2 ⑤ 28cm^2

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로

$\triangle CDP = 28 + 32 - 40 = 20 \ (\text{cm}^2)$

23. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

> (가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
> (결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
> (증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
> $\overline{AB} = \overline{CD}$,
> $\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
> $\overline{BC}$ 는 공통
> $\boxed{}$
> 따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

② 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

③ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

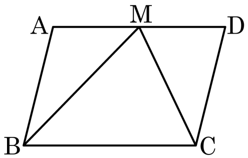
④ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

⑤ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

> (가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
> (결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
> (증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
> $\overline{AB} = \overline{CD}$,
> $\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
> $\overline{BC}$ 는 공통
> 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
> 따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

24. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 정사각형 ② 마름모 ③ 평행사변형

④ 사다리꼴 ⑤ 직사각형

해설

$\triangle ABM$ 와 $\triangle DCM$ 에서

$\overline{AM} = \overline{MD},\ \overline{AB} = \overline{DC},\ \overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로

$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동)

□ABCD 는 평행사변형 이므로 $\angle A + \angle D = 180°$

$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

평행사변의 한 내각의 크기가 $\angle 90°$ 이다.

$\therefore$ □ABCD 는 직사각형

25. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.

② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.

③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.

④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.

⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

26. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?(정답 2개)

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 사다리꼴 ⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다. 따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

27. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것을 모두 몇 개인가?

보기

ㄱ 등변사다리꼴　　ㄴ 평행사변형

ㄷ 직사각형　　ㄹ 마름모

ㅁ 정사각형　　ㅂ 사다리꼴

① 2개　② 3개　③ 4개　④ 5개　⑤ 6개

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다. 따라서 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ 총 4개이다.

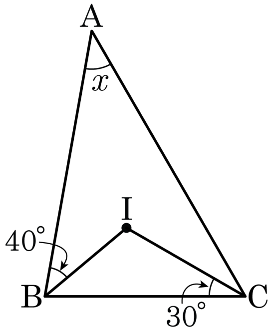
28. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

29. $\triangle$ABC에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

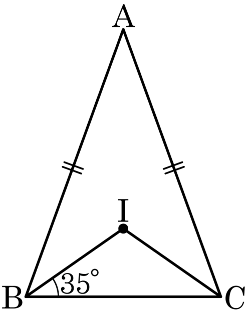


① 20° ② 25° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

30. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



① 108° ② 109° ③ 110° ④ 111° ⑤ 112°

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.

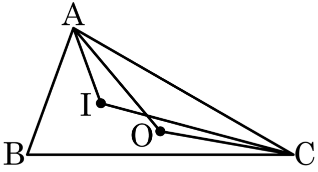
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.

$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이므로

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

31. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AOC - \angle AIC = 15°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= ( )° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

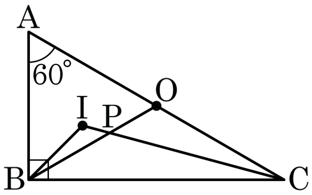
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90°\right) = 15°$ 일 때, $\angle B = 70°$ 이다.

$\angle B = 70°$ 이고, $\angle AOC = 140°$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20°$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



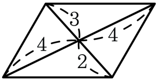
▶ 답 : ________ °

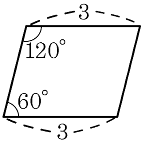
▷ 정답 : 135 °

해설

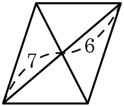
외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

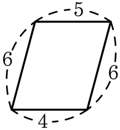
33. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①


②


③

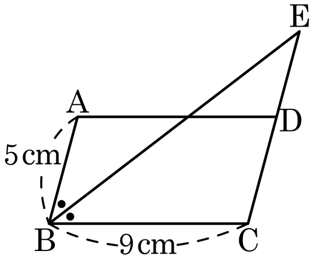

④


⑤


해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

34. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 는 $\angle\mathrm{ABC}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

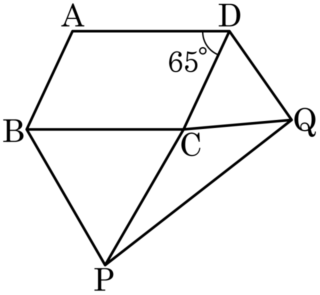
▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CE}} = 9\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 5\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = 9 - 5 = 4(\,\mathrm{cm})$

35. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\triangle BPC$ 와 $\triangle DCQ$ 는 각각 정삼각형이다. $\angle ADC = 65°$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기는 ?



① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

해설

$\angle DCB = 180° - 65° = 115°$

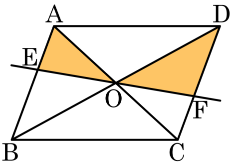
$\angle BCP = \angle DCQ = 60°$

$\therefore \angle PCQ = 360° - (115° + 60° + 60°)$

$= 360° - 235°$

$= 125°$

36. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

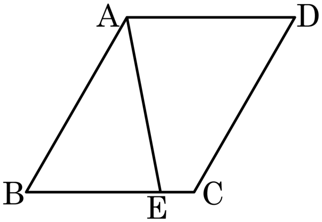
$\triangle OAE + \triangle ODF$

$= \triangle OAE + \triangle OBE$

$= \dfrac{1}{4}\square ABCD \ (\because\ \triangle OEB \equiv \triangle OFD)$

$= \dfrac{1}{4} \times 40 = 10\ (\mathrm{cm}^2)$

37. 다음 그림과 같은 평행사변형ABCD 에서 $\overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 1$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 △ABE 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{2}{5}$ 배　② $\frac{5}{4}$ 배　③ $\frac{5}{2}$ 배　④ 5 배　⑤ 10 배

해설

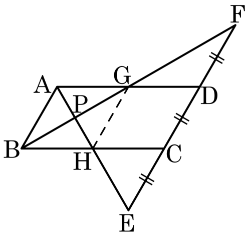
□ABCD $= 2\triangle$ABC 이고 $\triangle ABE = \frac{4}{5}\triangle ABC$,

즉, $\triangle ABC = \frac{5}{4}\triangle ABE$ 이므로

□ABCD $= 2\triangle ABC = 2\left(\frac{5}{4}\triangle ABE\right) = \frac{5}{2}\triangle ABE$

따라서 $\frac{5}{2}$ 배

38. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



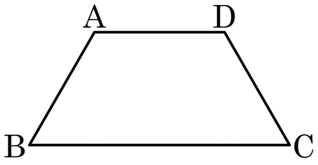
▶ **답 :** ____ °

▷ **정답 :** 90 °

해설

$\angle BAP = \angle AEF$ (엇각)이고, $\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle AED = \angle EAG$ 이다.
또, $\angle ABP = \angle BFD$ (엇각)이고, $\overline{BC} = \overline{CF}$ 이므로 $\angle FBC = \angle BFC$ 이다.
$\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle ABP + \angle BAP = 90°$ 이고, $\angle APB = 90°$ 이다.

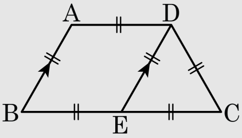
39. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, $\angle B$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 70°

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.

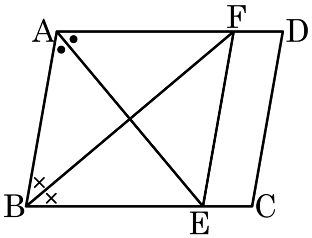


$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$

$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle B = \angle DEC = 60°$이다.

40. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $\square ABEF$ 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

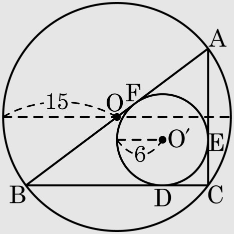
대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

41. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$\overline{AE}=\overline{AF}=a$ 라 하면 $\overline{AC}=a+6$

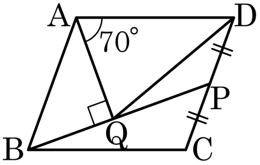
$\overline{AB}=2\overline{BO}=30$ 이므로

$\overline{BD}=\overline{BF}=30-a$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=(30-a)+6=36-a$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\times 6\\ &= \frac{1}{2}\times\{30+(36-a)+(a+6)\}\times 6\\ &= 216\end{aligned}$$

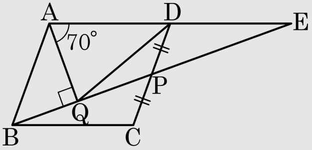
42. 다음은 $\angle AQB = 90°$ 고 $\overline{DP} = \overline{CP}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAQ = 70°$ 일때, $\angle DQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 20 °

해설



$\overline{AD}, \overline{BP}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하면

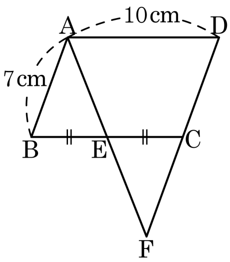
$\triangle BCP \equiv \triangle EDP$(ASA합동)

점 D 는 $\triangle AQE$ 의 외심이 된다.

$\overline{DA} = \overline{DQ} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DQP = 90° - 70° = 20°$

43. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

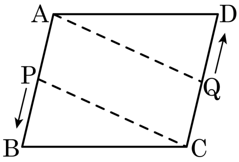
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

44. $\overline{AB} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

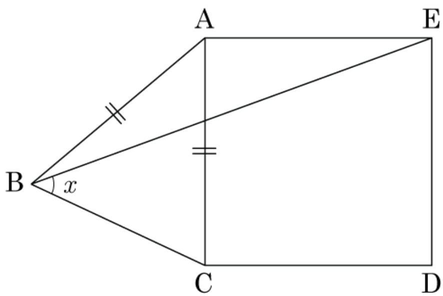
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초)이다.

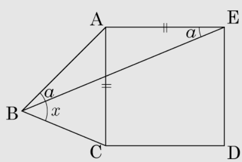
45. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45°

해설

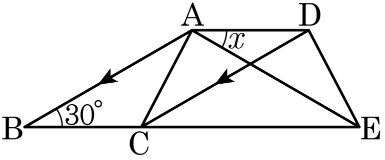


i) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,
$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,
$\angle CAE = 90°$ 이므로
$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$
ii) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,
△ABC 는 이등변삼각형이고,
$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}\left\{180° - (90° - 2a)\right\} = 45° + a$$

또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,
$a + \angle x = 45° + a$
$\therefore \angle x = 45°$

46. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{CE}$이므로

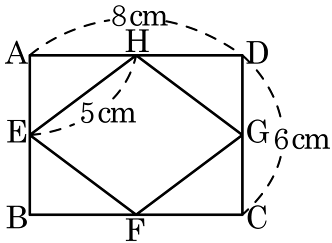
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \angle x = 30°$

47. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EH} // \overline{FG}$

② $\overline{EF} = 5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

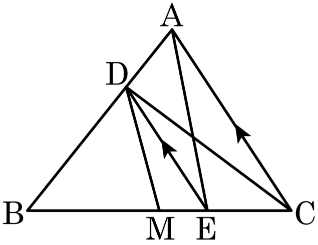
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$$(6 \times 8) - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 48 - 24 = 24(\text{cm}^2)$$

48. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$이고, $\overline{BC}$의 중점을 M이라 한다. $\square ADME$의 넓이가 $10 cm^2$일 때, $\triangle DBC$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{DE} // \overline{AC}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle DAE = \triangle DEC$이므로

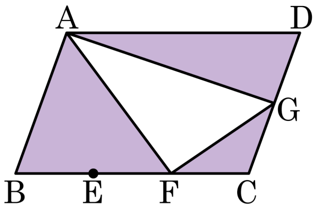
$\square ADME = \triangle DME + \triangle DAE = \triangle DME + \triangle DEC = \triangle DMC = 10(cm^2)$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 밑변과 높이가 같아

$\triangle DBM = \triangle DCM = 10(cm^2)$

$\therefore \triangle DBC = 2 \times 10 = 20(cm^2)$

49. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 240cm^2 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 E, F , $\overline{CD}$ 의 중점을 G 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square ABCD$

$= 80(\text{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3} \triangle BDC$

$\triangle FCG = \dfrac{1}{2} \triangle DFC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3} \triangle BDC = \dfrac{1}{12} \square ABCD$

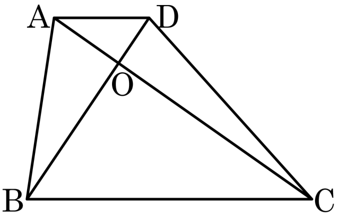
$= 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \dfrac{1}{2} \triangle ACD = \dfrac{1}{4} \square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABF + \triangle FCG + \triangle AGD = 80 + 20 + 60$

$= 160(\text{cm}^2)$

50. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}} = 3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB} = 9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\, ABO = \triangle\mathrm{DOC} = 9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC} : \triangle\mathrm{AOD} = 3 : 1 = 9\mathrm{cm}^2 : \triangle\mathrm{AOD}$ $\quad \therefore\ \triangle\mathrm{AOD} = 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{DOC} = 9 + 3 = 12\mathrm{cm}^2$