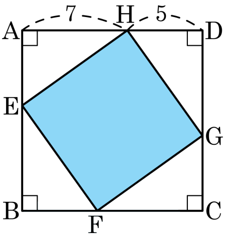
1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.

사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.

따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

2. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

① 8 cm
② $\sqrt{13}$ cm
③ 13 cm
④ $5\sqrt{3}$ cm
⑤ $\sqrt{85}$ cm

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 $6, 7, x$ 라고 두자.

7을 가장 긴 변으로 하면

$7^2 = 6^2 + x^2$ 에서

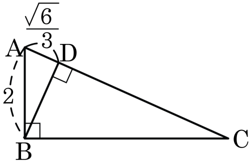
$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \quad \therefore x = \sqrt{13}$

x 를 가장 긴 변으로 하면

$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$

$\therefore x = \sqrt{13}$ 또는 $\sqrt{85}$ (cm)

3. 다음은 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 수선을 내린 것이다. $\overline{AC} = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

$$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

4. 넓이가 75 인 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, b는 최소의 자연수이다.)

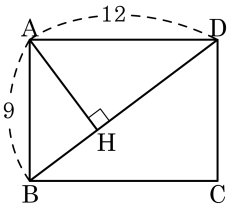
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

넓이가 75 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(5\sqrt{3})^2+(5\sqrt{3})^2=x^2$
$x^2=150$
그런데, $x>0$ 이므로
$x=\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times 6}=5\sqrt{6}$
따라서 $a=5$, $b=6$ 이므로 $a+b=11$ 이다.

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

6. 넓이가 $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이는?

① $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$

④ 8cm ⑤ 6cm

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

정삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$$

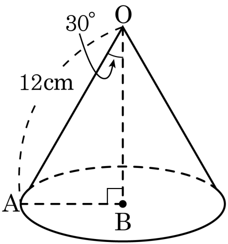
$$a^2 = 48$$

$$\therefore\ a = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

따라서 정삼각형의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $12\,\text{cm}$ 인 원뿔에서 $\angle AOB = 30°$ 일 때, 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^3}$

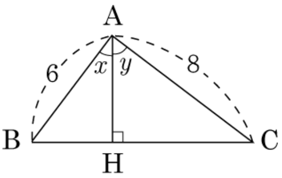
▷ 정답 : $72\sqrt{3}\pi$ $\underline{\text{cm}^3}$

해설

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$

$(\text{부피}) = \dfrac{1}{3} \times 6x^2 \times \pi \times 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

8. 다음 그림에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\angle BAC = 90°$ 일 때, $\cos x + \sin y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{8}{5}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

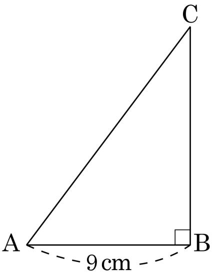
$\angle ABH = y$, $\angle ACH = x$

$\triangle ABC$ 에서

$\cos x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$, $\sin y = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{4}{5}$

$\therefore\ \cos x + \sin y = \dfrac{8}{5}$

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\tan A = \frac{4}{3}$ 이고, $\overline{AB}$ 가 9cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

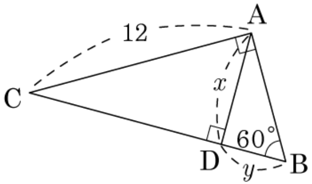
▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{BC} = \overline{AB} \times \tan A$ 이므로

$\overline{BC} = 9 \times \frac{4}{3} = 12(\text{cm})$ 이다.

10. 다음과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. x, y의 길이는 각각 얼마인가?



① $x = 5,\ y = \sqrt{3}$

② $x = 5,\ y = 2\sqrt{3}$

③ $x = 6,\ y = \sqrt{3}$

④ $x = 6,\ y = 2\sqrt{3}$

⑤ $x = 6,\ y = 3\sqrt{3}$

해설

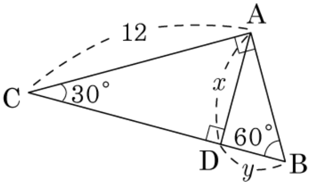
$\triangle$ADC에서 $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{x}{12} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore\ x = 6$

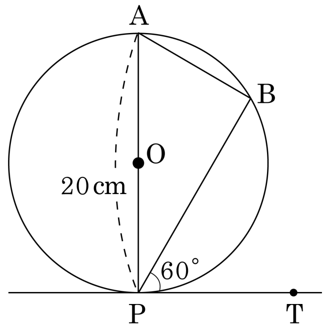
$\triangle$ABD에서 $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\dfrac{x}{y} = \sqrt{3},\ \dfrac{6}{y} = \sqrt{3}$

$\therefore\ y = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$



11. 다음 그림과 같이 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 지름의 길이가 20cm 인 원 O 의 접선이다. $\angle BPT = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



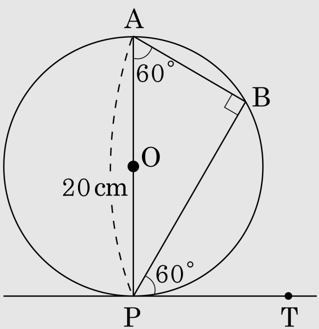
① 3 cm ② 5 cm

③ 6 cm ④ 8 cm

⑤ 10 cm

해설

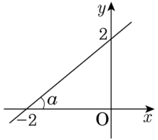
반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90°$
직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60°$



$\triangle ABP$ 에서 $\cos 60° = \dfrac{\overline{AB}}{20} = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} = 10(\text{cm})$

12. 다음 그래프를 보고 직선의 기울기의 값을 x, a 의 크기를 $y°$ 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하면?



① 16 ② 31 ③ 46 ④ 61 ⑤ 91

해설

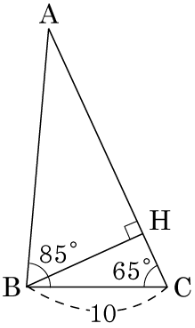
$(\text{직선의 기울기}) = \dfrac{2}{2} = 1$

$\tan a = 1$

$\therefore a = 45°$

따라서 $x+y = 1+45 = 46$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 85°$, $\angle C = 65°$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 소수점 아래 셋째 자리까지 구하여라. (단, $\sin 65° = 0.9063$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18.126

해설

$\angle A = 180° - (85° + 65°) = 30°$

$\overline{BH} = 10 \sin 65° = 9.063$

$\therefore \ \overline{AB} = \dfrac{\overline{BH}}{\sin 30°} = 9.063 \times 2 = 18.126$

14. 원의 중심에서 3 cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

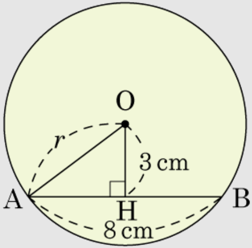
① $25\pi\ \mathrm{cm}^2$　② $28\pi\ \mathrm{cm}^2$　③ $32\pi\ \mathrm{cm}^2$

④ $36\pi\ \mathrm{cm}^2$　⑤ $38\pi\ \mathrm{cm}^2$

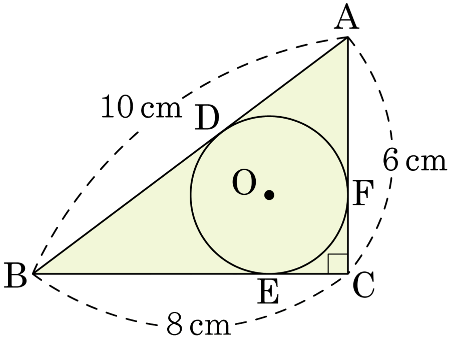
해설

그림에서 $\overline{AH} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\mathrm{cm})$

따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$



15. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{CF} = x\,\text{cm}$ $\overline{CE} = x\,\text{cm}$ 이고

$\overline{AF} = ($㉠$)\,\text{cm}$, $\overline{BE} = ($㉡$)\,\text{cm}$

$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$\overline{AB} = ($㉠$) + ($㉡$) = 10$

$\therefore x = ($㉢$)$

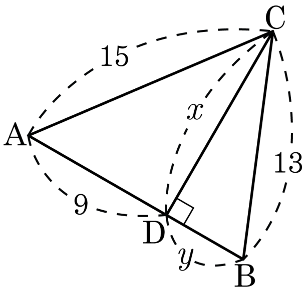
① ㉠ $6 - x$ ② ㉡ $8 - x$ ③ ㉢ 3

④ $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$ ⑤ $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$

해설

$x = 2$

16. 다음은 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$ 인 삼각형 $\triangle ABC$ 이다. $2x-y$ 의 값을 구하면?



① 18　　② 19　　③ 20　　④ 21　　⑤ 22

해설

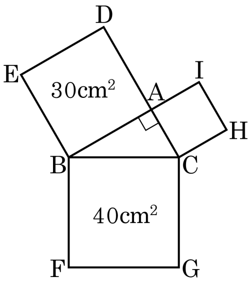
$\triangle ADC$ 가 직각삼각형이므로

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

$y = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore 2x - y = 2 \times 12 - 5 = 19$

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. □BFGC $= 40\,\text{cm}^2$, □DEBA $= 30\,\text{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm^2

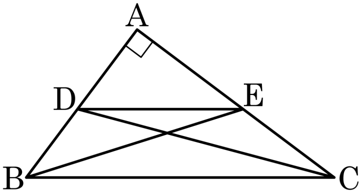
▷ 정답 : $5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

(□DEBA의 넓이) + (□ACHI의 넓이)
= (□BFGC의 넓이)
공식을 적용하면 □ACHI $= 10\,\text{cm}^2$ 이다.
□DEBA $= 30\,\text{cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{30}\,\text{cm}$ 이고,
□ACHI $= 10\,\text{cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\,\text{cm}$ 이다.

$$\triangle\text{ABC의 넓이} = \sqrt{30} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{2}$$
$$= \sqrt{300} \times \frac{1}{2}$$
$$= 5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$$

18. 다음 그림에서 $\angle A = 90°, \overline{DE} = 5\text{cm}, \overline{BE} = 6\text{cm}, \overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $3\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

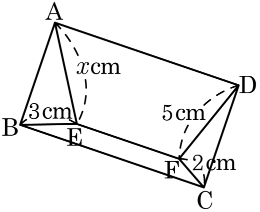
④ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$x = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부의 $\overline{EF}$ 는 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 평행하다. 선분의 끝점과 꼭짓점 사이의 거리가 각각 다음과 같을 때, x 의 값은?

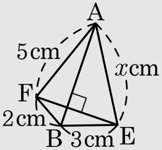


① 5 ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{30}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{37}$

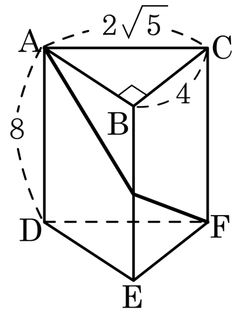
해설

ABCD 의 두 삼각형을 오려 붙이면 다음과 같다.



그러므로 $x^2 + 2^2 = 3^2 + 5^2$, $x = \sqrt{30}$

20. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 를 지나 꼭짓점 F 에 이르는 최단거리를 구하면?

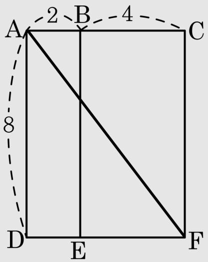


① 6　　② 8　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 2\sqrt{5}, \overline{\mathrm{BC}} = 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{20-16} = \sqrt{4} = 2$

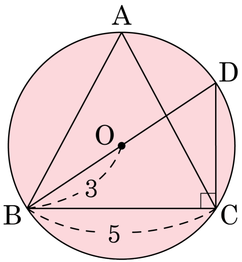
전개도를 그려 보면



점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 를 지나 F 에 이르는 최단 거리는

$\overline{\mathrm{AF}} = \sqrt{8^2+6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

21. 반지름의 길이가 3 cm 인 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\cos A$ 의 값을 구하면?



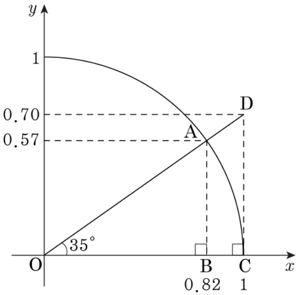
① $\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$　② $\dfrac{5}{6}$　③ $\dfrac{\sqrt{10}}{6}$
④ $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$　⑤ $\dfrac{6\sqrt{11}}{11}$

해설

꼭짓점 A 를 $\overline{BD}$ 가 지름이 되도록 이동시키면, $\angle C = 90°$
$\angle A$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 원주각이므로 변하지 않는다.
$\overline{BD} = 6,\ \overline{BC} = 5$ 이므로 $\overline{DC} = \sqrt{11}$

$$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\cos 35° + \tan 35° + \sin 55°$ 의 값은?



① 1.40 ② 1.96 ③ 2.09 ④ 2.34 ⑤ 2.46

해설

$\cos 35° + \tan 35° + \sin 55° = 0.82 + 0.70 + 0.82 = 2.34$

23. $45° \le A < 90°$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것은?

① A 의 값이 커질수록 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 의 값도 모두 증가한다.

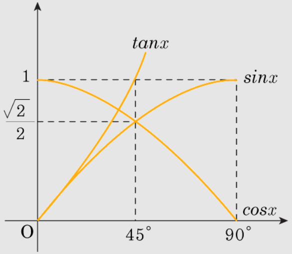
② A 의 값이 커질수록 $\cos A$ 의 값만 증가하고, $\sin A$, $\tan A$ 의 값은 감소한다.

③ $\cos A$ 의 최댓값은 1 이다.

④ A 의 값에 관계없이 $\cos A < \sin A < \tan A$ 이 성립한다.

⑤ $\tan A$ 의 최솟값은 0이다.

해설



A 의 값에 관계없이 $\cos A < \sin A < \tan A$ 이 성립한다.

24. 다음 삼각비의 표를 보고 주어진 다음을 만족하는 $\angle x$ 와 $\angle y$ 에 대하여 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.

각도	sin	cos	tan
$14°$	0.2419	0.9703	0.2493
$15°$	0.2588	0.9659	0.2679
$16°$	0.2756	0.9613	0.2867
$17°$	0.2924	0.9563	0.3057
$18°$	0.3090	0.9511	0.3249
$19°$	0.3256	0.9455	0.3443
$20°$	0.3420	0.9397	0.3640
$21°$	0.3584	0.9336	0.3839

$\sin x = 0.2588$ $\quad\quad$ $\tan y = 0.3640$

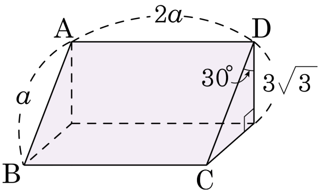
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 35 °

해설

$\sin 15° = 0.2588$ 이므로 $x = 15$ 이고,
$\tan 20 = 0.3640$ 이므로 $y = 20$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 15° + 20° = 35°$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

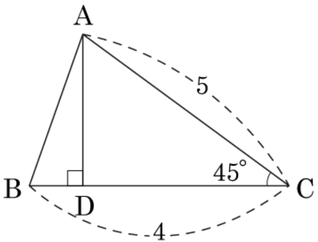
▷ 정답 : 72

해설

$$\cos 30° = \frac{3\sqrt{3}}{a}$$ 이므로 $a = 6$

따라서 □ABCD 의 넓이는 $2a^2 = 72$ 이다.

26. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=4$, $\angle C=45°$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{6-\sqrt{5}}{2}$

③ $\dfrac{6-2\sqrt{5}}{2}$　④ $\dfrac{8-\sqrt{5}}{2}$

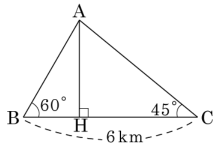
⑤ $\dfrac{8-5\sqrt{2}}{2}$

해설

$\cos 45° = \dfrac{\overline{CD}}{5} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로 $\overline{CD} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \overline{BD} = 4 - \dfrac{5\sqrt{2}}{2} = \dfrac{8-5\sqrt{2}}{2}$

27. 다음 그림과 같이 6km 떨어진 두 지점 B, C 에서 A 지점에 있는 비행기를 올려다 본 각도가 각각 60°, 45° 일 때, 비행기까지의 높이 $\overline{\mathrm{AH}}$ 를 구하여라.



① $9-\sqrt{2}$ (km) ② $9-2\sqrt{2}$ (km) ③ $9-\sqrt{3}$ (km)

④ $9-2\sqrt{3}$ (km) ⑤ $9-3\sqrt{3}$ (km)

해설

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}=x$ 라면

$\overline{\mathrm{BH}}=6-x$

$$\tan 60^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{BH}}}=\frac{x}{6-x}=\sqrt{3}$$

$x=\sqrt{3}(6-x)$

$x=6\sqrt{3}-\sqrt{3}x$

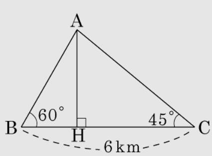
$\left(1+\sqrt{3}\right)x=6\sqrt{3}$

$$x=\frac{6\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)}$$

$$=\frac{6\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)}{-2}$$

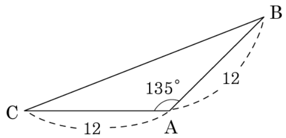
$$=-3\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)$$

$$=9-3\sqrt{3}\,(\mathrm{km})$$

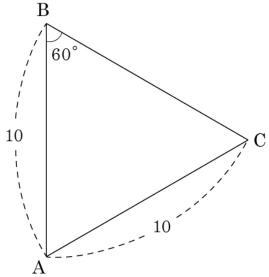


28. 다음 두 삼각형의 넓이로 바르게 짝지어진 것은?.

(1)



(2)



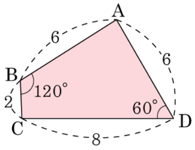
① (1)$34\sqrt{2}$, (2)$26\sqrt{3}$
② (1)$35\sqrt{2}$, (2)$26\sqrt{3}$
③ (1)$36\sqrt{2}$, (2)$25\sqrt{3}$
④ (1)$36\sqrt{2}$, (2)$24\sqrt{3}$
⑤ (1)$37\sqrt{2}$, (2)$26\sqrt{3}$

해설

(1) $\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180° - 135°)$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 45°$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$= 36\sqrt{2}$

(2) $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60°$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 25\sqrt{3}$

29. 다음 그림의 □ABCD 의 넓이는?



① $9+\sqrt{2}$ ② $10+\sqrt{2}$ ③ $12\sqrt{2}$

④ $14\sqrt{2}$ ⑤ $15\sqrt{3}$

해설

따라서

□ABCD

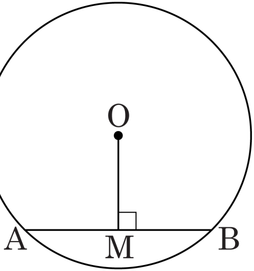
$= \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \dfrac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 120° + \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60°$

$= 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 24 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 3\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

30. 다음 그림에서 원의 중심O 에서 현AB 에 내린 수선은 현을 이등분함을 설명할 때, 쓰이지 않는 것은?



① $\angle OMA = \angle OMB$

② $\overline{OA} = \overline{OB}$

③ $\overline{AM} = \overline{BM}$

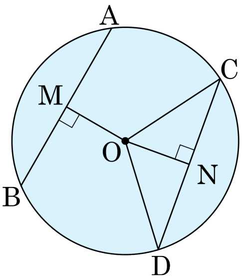
④ $\overline{OM}$ 은 공통

⑤ $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM}$ 은 결론이다.

31. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$ 이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$ 이다. $\overline{AM}=6\text{cm}$, $\overline{OM}=\sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

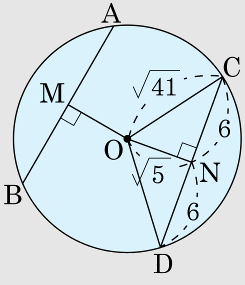
$\overline{AB}=\overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}=\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

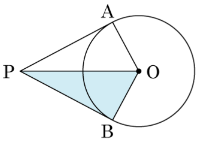
$\overline{OC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+6^2}=\sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2=41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



32. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP}=9\text{cm}$, $\overline{OA}=5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$ ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$

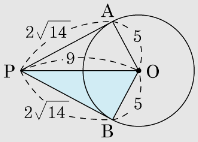
④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

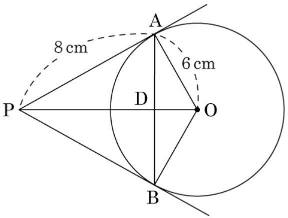
$\overline{OA}=\overline{OB}=5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB}\perp\overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle OPB=2\sqrt{14}\times5\times\dfrac{1}{2}=5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$



33. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



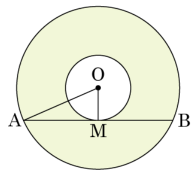
① 10cm ② 9.6cm ③ 12cm

④ 12.4cm ⑤ 25cm

해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 10\text{cm}$ 이다.
또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로
$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 8 \times 6 = 10 \times \overline{AD} \quad \therefore \overline{AD} = 4.8\text{cm}$
따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = 9.6\text{cm}$ 이다.

34. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{\text{AB}}$ 의 길이는?



① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

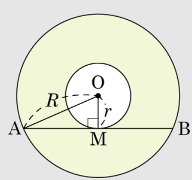
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $\text{R} = \overline{\text{OA}}, \text{r} = \overline{\text{OM}}$ 이다.

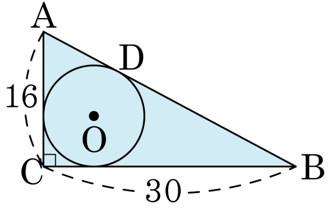
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi\left(R^2 - r^2\right) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$\overline{\text{AM}} = \sqrt{\overline{\text{OA}}^2 - \overline{\text{OM}}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{\text{AB}} = 2\overline{\text{AM}} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$



35. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6　　② $6\sqrt{2}$　　③ 3　　④ $3\sqrt{3}$　　⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

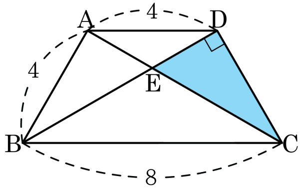
$\overline{AD} = 16 - r$,$\overline{BD} = 30 - r$

$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$

$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

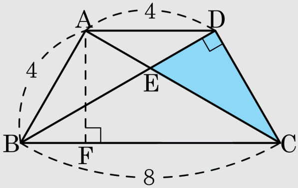
36. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\dfrac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면 $\overline{AF} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

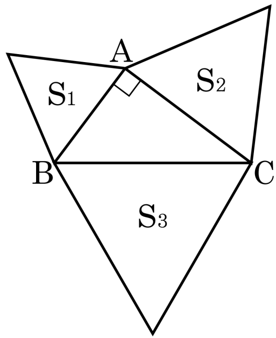
따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이고 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle AED$, $\triangle DEC$ 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비가 $1 : 2$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3,\ b = 8$ 이다.

$\therefore b - a = 8 - 3 = 5$

37. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$

$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면

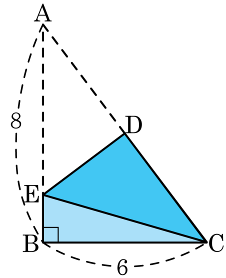
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$

따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로

넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$

즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(8-x)^2 = x^2 + 6^2, x = \dfrac{7}{4}$ 이고,

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2,\ \overline{AC} = 10$이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

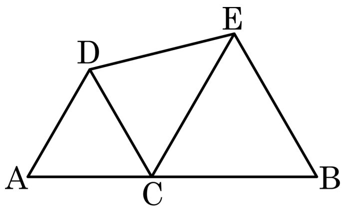
$\overline{DE}^2 = \left(\dfrac{25}{4}\right)^2 - 5^2,\ \overline{DE} = \dfrac{15}{4}$ 이다.

$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{75}{8}$ 이고,

$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{4} \times 6 = \dfrac{21}{4}$ 이다.

따라서 합은 $\dfrac{75}{8} + \dfrac{21}{4} = \dfrac{117}{8}$ 이다.

39. 길이가 14cm 인 $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 점 C 를 잡아서 다음 그림과 같이 정삼각형 DAC, ECB 를 그렸을 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?

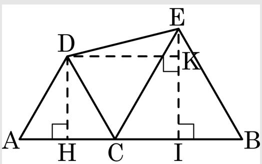


① $\sqrt{13}(\text{cm})$ ② $2\sqrt{13}(\text{cm})$ ③ $3\sqrt{13}(\text{cm})$

④ $4\sqrt{13}(\text{cm})$ ⑤ $5\sqrt{13}(\text{cm})$

해설

점 D 에서 $\overline{EI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 하면



$\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{EI} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle EDK$ 에서 $\overline{DK} = 7\text{cm}$

$\overline{EK} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \sqrt{7^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

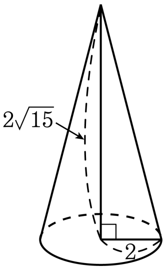
40. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$
④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$라 하면
$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$
$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$
$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$
$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$
$-4p = 20$
$p = -5 \therefore \ \mathrm{P}(0, -5)$

41. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2, 높이가 $2\sqrt{15}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{90^{\circ}}$

해설

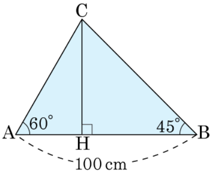
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(2\sqrt{15}\right)^{2}+2^{2}}=\sqrt{64}=8$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi\times8\times\frac{x}{360^{\circ}}=2\pi\times2 \qquad \therefore\ x=90^{\circ}$$

42. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

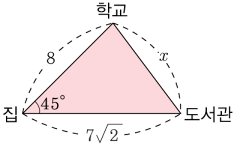
▷ 정답 : $150-50\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{CH}=\frac{100}{\tan(90°-60°)+\tan(90°-45°)}$$

$$=\frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{3}+1}=50(3-\sqrt{3})(\text{cm})$$

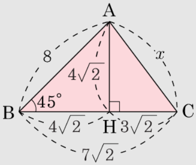
43. 다음 그림에서 학교와 도서관 사이의 거리 x 값은?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때



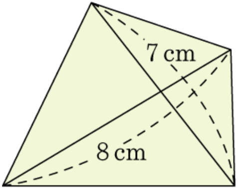
$\overline{\mathrm{AH}} = 8 \times \sin 45° = 4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{BH}} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{BC}} - \overline{\mathrm{BH}} = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$x = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}$ $\therefore$ $5\sqrt{2}$

44. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm 인 사각형의 넓이의 최댓값은?



① $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\,\mathrm{cm}^2$

③ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

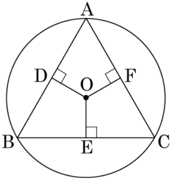
⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S=\frac{1}{2}\times 7\times 8\times \sin\theta = 28\sin\theta$$

이때 $\theta = 90°$일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 $28\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

45. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6 = 4\,(\text{cm})$$

(원의 넓이)$=\pi \times (4)^2 = 16\pi$