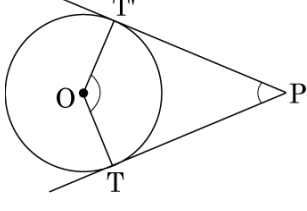


1. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 접선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 을 그었을 때, $\angle TOT' + \angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



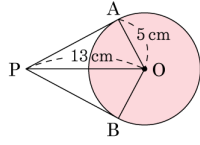
▶ 답 : °

▷ 정답 : 180_°

해설

접선의 성질에 의해 $\angle PT'O = \angle PTO = 90^\circ$
사각형 $PT'OT$ 의 내각의 합은 360° 이다.
 $\therefore \angle T'OT + \angle T'PT = 180^\circ$

2. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}, \overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

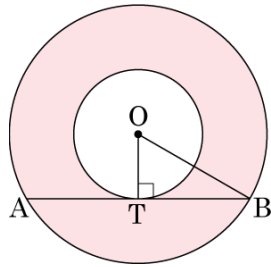


- ① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \overline{AP} = \overline{BP}, \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
(사각형APBO의둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34 \text{ (cm)}$

3. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고
색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은
원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라.
(단, T 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

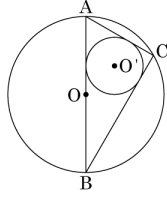
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi, R^2 - r^2 = 64$$

$\triangle OTB$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{BT}^2 = 64$ 이므로 $\overline{BT} = 8\text{ cm}$

$$\overline{AB} = 2\overline{BT} = 16\text{ cm}$$

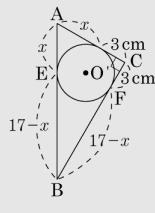
4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm 이고 내접원의 지름의 길이는 6cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 60cm^2

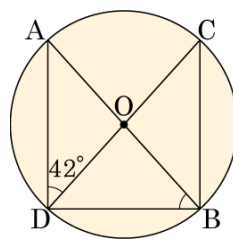
해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 3 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times (17 \times 2 + 3 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 40 \\ &= 60(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ADC = 42^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?

- ① 42° ② 44° ③ 46°
④ 48° ⑤ 50°



해설

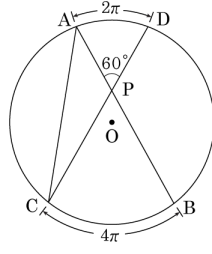
5.0pt $\widehat{AC}$ 의 원주각

$\angle ADC = \angle ABC = 42^\circ$

$\angle CBD = 90^\circ$ 이므로

$\therefore \angle ABD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

6. 다음 그림의 원 O 에서 두 현 AB 와 CD 가 이루는 각의 크기가 60° 이다. $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 2\pi$, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 4\pi$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

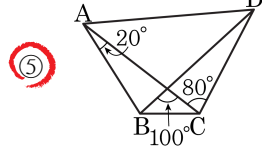
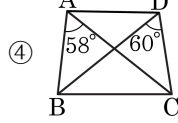
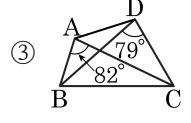
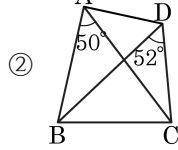
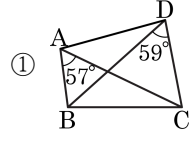


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{CB} = 25.0\text{pt}\widehat{AD}$ 이므로 $\angle ACD = x$ 라 하면,
 $\angle CAB = 2x$
 $\angle APD = 2x + x = 60$, $x = 20^\circ \therefore \angle BAC = 2 \times 20 = 40^\circ$

7. 다음 중 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있는 것은?

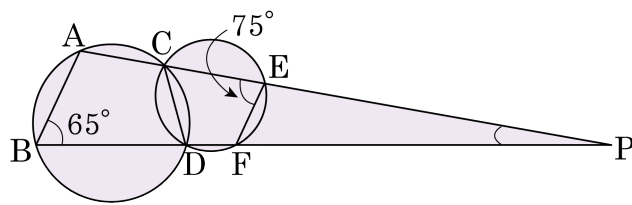


해설

두 점 A, D 가 선분 BC 에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BAC = \angle BDC$ 이면 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC + 80^\circ = 100^\circ \therefore \angle BDC = 20^\circ$

8. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 C, D에서 만나고, $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle CEF = 75^\circ$ 일 때, $\angle EPF$ 의 크기를 구하여라.



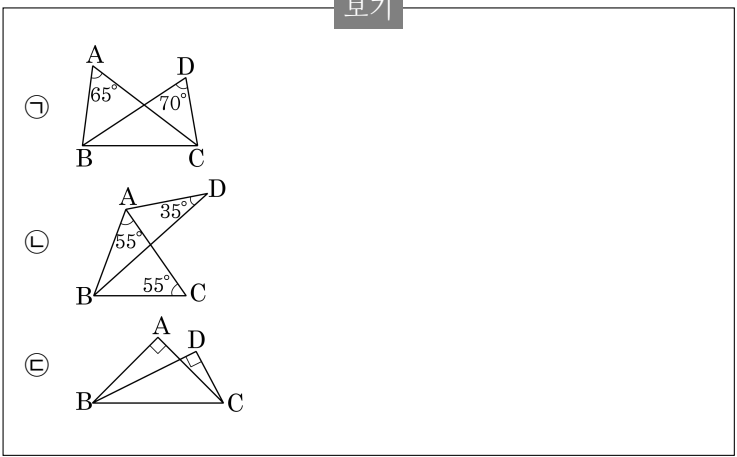
▶ 답 : °

▷ 정답 : 10_

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로
 $\angle ABD = \angle DCE = 65^\circ$
 □CDFE 도 원에 내접하므로
 $\angle DCE = \angle EFP = 65^\circ$
 삼각형의 외각의 성질을 이용하여
 $\angle EFP + \angle EPF = 75^\circ$
 $\therefore \angle EPF = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$

9. 다음 그림 중에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있게 되는 것을 찾아라.



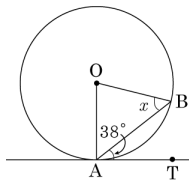
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\angle BAC \neq \angle BDC$
- ㉡ $\angle ADB \neq \angle ACB$
- ㉢ $\angle BAC = \angle BDC = 55^\circ$

10. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



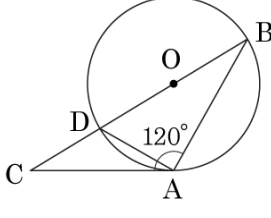
▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 52°

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 76^\circ$
 $\therefore \angle x = (180^\circ - 76^\circ) \div 2 = 52^\circ$

11. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심 직선 AC 는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?

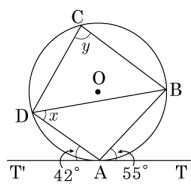


- ① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
 ④ 3 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$
 $\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$
 $\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서 $60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$
 $\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$
 $\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

12. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다.
 $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

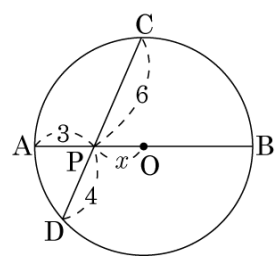


- ① 140° ② 148° ③ 152° ④ 160° ⑤ 164°

해설

$$\begin{aligned} \angle BAT &= \angle x = 55^\circ \\ \angle DAT' &= \angle DBA = 42^\circ \\ \angle DAB &= 180^\circ - 55^\circ - 42^\circ = 83^\circ \\ \therefore \angle y &= 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ \\ \angle x + \angle y &= 55^\circ + 97^\circ = 152^\circ \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$\overline{OB} = 3+x \text{ 이므로 } \overline{BP} = 2x+3$$

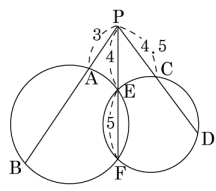
$$6 \times 4 = 3(2x+3),$$

$$24 = 6x+9$$

$$6x = 15$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

14. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$, $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



- ① 7.5 ② 9.5 ③ 11.5 ④ 12.5 ⑤ 13.5

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \quad 3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

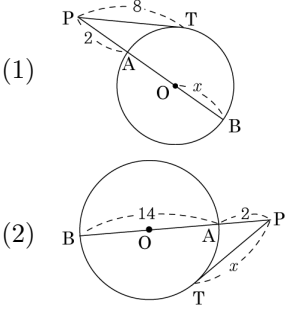
$$\text{또, } \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

15. 다음 그림에서 PT 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절하 것끼리 짝지어진 것은?



- ①

(1) 13, (2) $2\sqrt{2}$
- ②

(1) 13, (2) $3\sqrt{2}$
- ③

(1) 14, (2) $3\sqrt{2}$
- ④

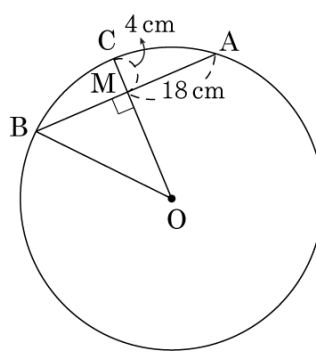
(1) 14, (2) $4\sqrt{2}$
- ⑤

(1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

(1) $8^2 = 2(2 + 2x), 64 = 4 + 4x$
 $4x = 60$
 $\therefore x = 15$
(2) $x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$
 $\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$

16. 다음 그림을 보고, 원 O 의 반지름의 길이를 구하면?



- ① 40 (cm) ② 41.5 (cm) ③ 42.3 (cm)
 ④ 42.5 (cm) ⑤ 42.7 (cm)

해설

원 O 의 반지름의 길이를 x 라 할 때

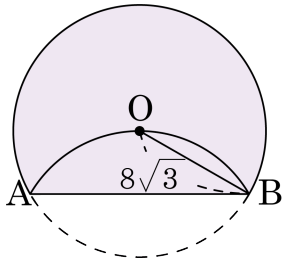
$$x^2 = (x - 4)^2 + 18^2$$

$$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 324$$

$$8x = 340$$

$$\therefore x = 42.5 \text{ (cm)}$$

17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\sqrt{3}\text{cm}$ 인 원 O 에서 호가 원의 중심을 지나도록 $\overline{AB}$ 을 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



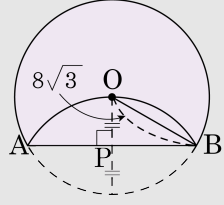
- ① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $24\sqrt{3}$ ④ 24 ⑤ 26

해설

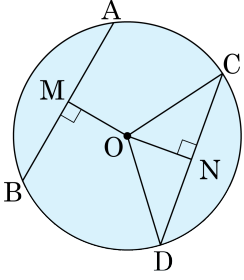
원의 반지름이 $8\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$

$$\overline{BP} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2} = 12$$

$$\overline{AB} = 12 \times 2 = 24$$



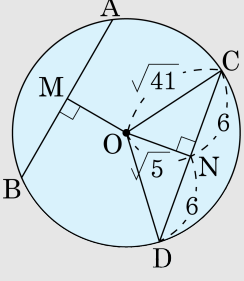
18. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $AM = 6\text{cm}$, $OM = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



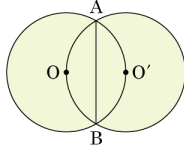
- ① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$
 ④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.
 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\text{cm}$
 따라서 원의 넓이는
 $\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O' 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



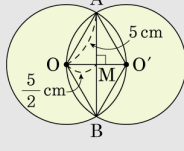
- ① $\sqrt{5}$ cm ② $3\sqrt{5}$ cm ③ $2\sqrt{5}$ cm
④ $5\sqrt{2}$ cm ⑤ $5\sqrt{3}$ cm

해설

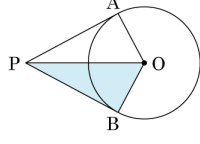
$$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm}, \overline{OO'} = 5$$

$$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$



20. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



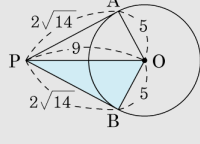
- ① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$
- ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$
- ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$
- ④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$
- ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

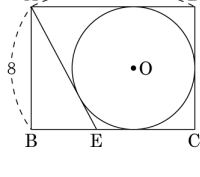
$\overline{OA} = \overline{OB} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$



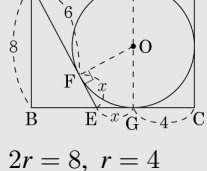
21. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

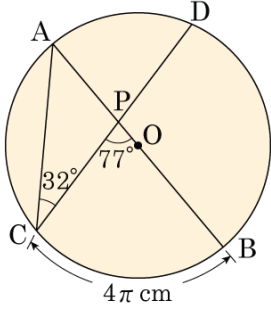
해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$\begin{aligned} 2r &= 8, \quad r = 4 \\ \overline{FE} &= \overline{EG} = x(x < 6) \text{ 라 하면} \\ \overline{BE} + \overline{EC} &= 10 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 6 - x \text{ 이다.} \\ \triangle ABE \text{ 에서} \\ (6 + x)^2 &= (6 - x)^2 + 64, \quad 24x = 64 \\ \therefore x &= \frac{8}{3} \\ \therefore \overline{BE} &= 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} \\ \therefore \triangle ABE &= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3} \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고, 호 BC의 길이는 $4\pi\text{cm}$ 일 때, 원의 넓이는?

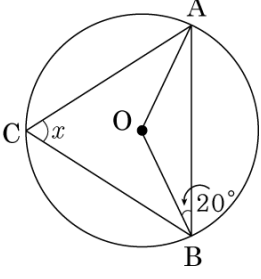


- ① $4\pi\text{cm}^2$
- ② $8\pi\text{cm}^2$
- ③ $16\pi\text{cm}^2$
- ④ $32\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle ACD + \angle CAB = \angle BPC$ 이므로
 $32^\circ + \angle CAB = 77^\circ$
 $\therefore \angle CAB = 45^\circ$ 따라서, $\angle COB = 2\angle CAB = 90^\circ$ 이다.
호 BC의 길이는 $4\pi = 2\pi \times r \times \frac{1}{4}$ 이므로 $r = 8\text{cm}$
 $\therefore \pi \times 8^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에 $\angle OBA = 20^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

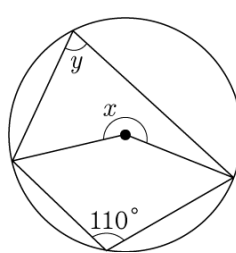
▷ 정답 : 70

해설

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = 20^\circ$, $\angle BOA = 140^\circ$ 이다.

따라서 $x = 140^\circ \times \frac{1}{2}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



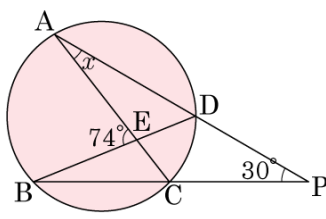
- ① 290° ② 300° ③ 310° ④ 320° ⑤ 330°

해설

$$\begin{aligned}\angle x &= 110^\circ \times 2 = 220^\circ \\ \angle y &= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \\ \therefore \angle x + \angle y &= 290^\circ\end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 20° ② 22° ③ 24°
 ④ 26° ⑤ 28°



해설

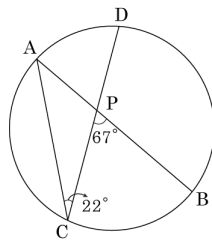
$$\angle DBP = \angle DAC = \angle x, \angle ACB = x + 30^\circ$$

$$\triangle BEC \text{ 에서 } x + x + 30^\circ = 74^\circ$$

$$2x = 44^\circ$$

$$\therefore \angle x = 22^\circ$$

26. 다음 그림에서 점 P 는 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\angle ACD = 22^\circ$, $\angle BPC = 67^\circ$ 이다. 이 원의 원주의 길이를 구하면?



- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

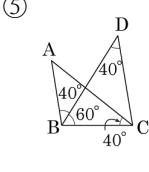
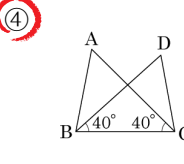
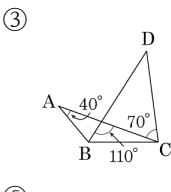
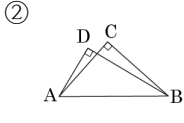
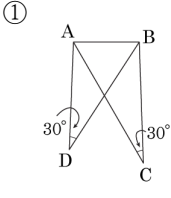
해설

$$\angle BAC = \angle BPC - \angle ACP = 67^\circ - 22^\circ = 45^\circ$$

$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 는 원주의 $\frac{1}{4}$

$\therefore$ 원주의 길이는 $4 \times 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 8$

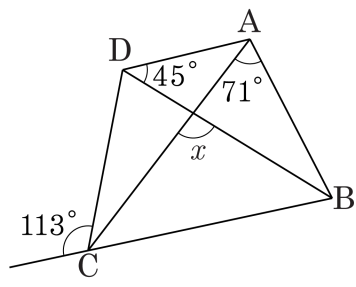
27. 다음 그림 중에서 네 점 A,B,C,D 가 한 원 위에 있지 않은 것은?



해설

③ $\angle BDC = 40^\circ$
⑤ $\angle BAC = 40^\circ$
 $\Rightarrow$ 5.0ptBC 에 대한 원주각이 같다.

28. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



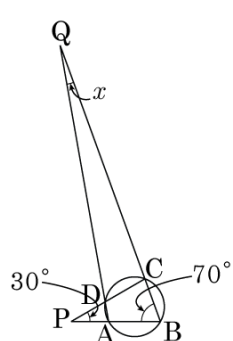
- ① 99° ② 96° ③ 94° ④ 93° ⑤ 90°

해설

$$\begin{aligned} \angle DAC &= 113^\circ - 71^\circ = 42^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (42^\circ + 45^\circ) = 93^\circ \end{aligned}$$

29. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?

- ① 10° ② 20° ③ 30°
 ④ 40° ⑤ 50°

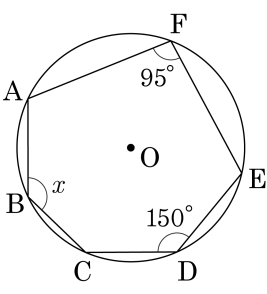


해설

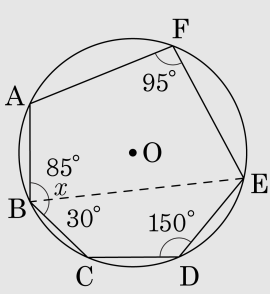
$\angle ADC = 110^\circ$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70^\circ$ 이다.
 $\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
 $110^\circ = 30^\circ + x^\circ + 70^\circ$
 $\therefore x^\circ = 10^\circ$

30. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 육각형에서 $\angle D = 150^\circ$, $\angle F = 95^\circ$, $\angle B = x^\circ$ 일 때, x 의 값은?

- ① 105° ② 115° ③ 125°
 ④ 135° ⑤ 145°

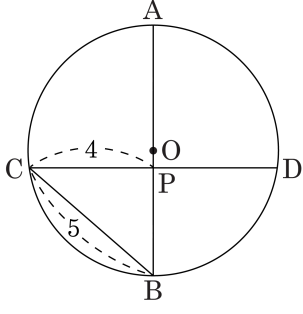


해설



보조선 BE를 그으면 내접하는 사각형이 두 개 있다. 대각의 합은 180° 이므로 $\angle ABE = 85^\circ$, $\angle EBC = 30^\circ$ 따라서 $x^\circ = 115^\circ$ 이다.

31. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\overline{BC} = 5$, $\overline{DC} = 8$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\overline{OP} \perp \overline{CD}$, $\overline{PC} = \overline{PD} = 4$

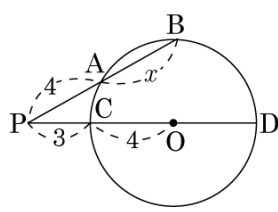
$\triangle CPB$ 에서

$\overline{PB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{AP} \times \overline{BP}$ 에서

$16 = 3(2r - 3)$

$6r = 25 \quad \therefore r = \frac{25}{6}$

32. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답: $\frac{17}{4}$

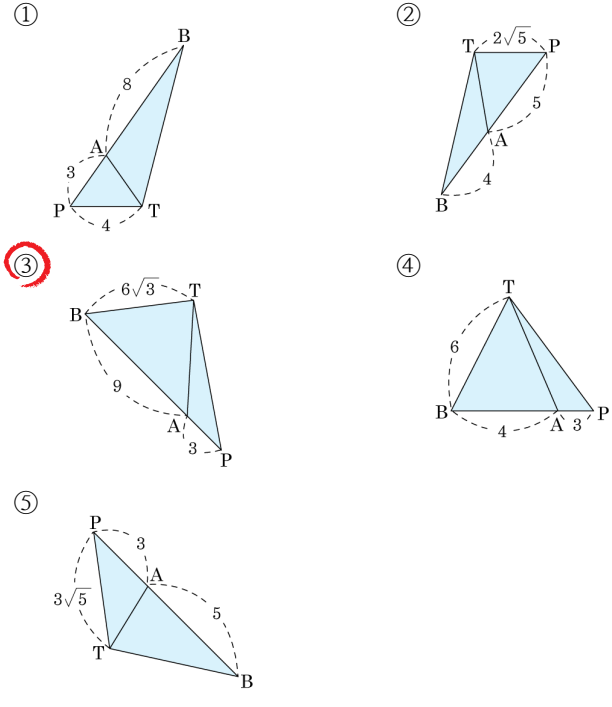
해설

$$4(4 + x) = 3 \times 11, 16 + 4x = 33$$

$$4x = 17$$

$$\therefore x = \frac{17}{4}$$

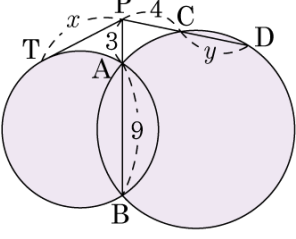
33. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?



해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

34. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선일 때, xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

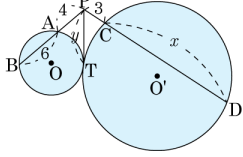
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$x^2 = 3 \times 12 = 4 \times (4 + y)$$

$$\therefore x = 6, y = 5$$

따라서 $xy = 6 \times 5 = 30$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 한 점 T에서 만나는 두 원 O, O'이 있다. PT는 두 원에 공통으로 접하고, 점 P를 지나는 두 직선이 두 원 O, O'과 만나는 점을 각각 A, B, C, D라고 할 때, x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{31}{3}$

▷ 정답 : $y = 2\sqrt{10}$

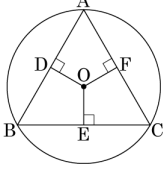
해설

$$4 \times 10 = 3(3 + x)$$

$$40 = 9 + 3x, \quad 3x = 31 \quad \therefore \quad x = \frac{31}{3}$$

$$y^2 = 4(4 + 6), \quad y^2 = 40 \quad \therefore \quad y = 2\sqrt{10}$$

36. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



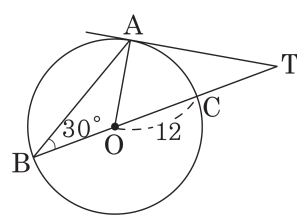
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 12πcm²

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$
 $\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$
 정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로
 $\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 (원의 넓이) $=\pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$

37. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

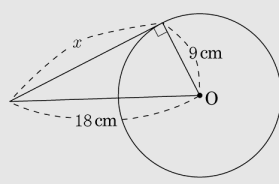
해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 12$
 $1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$
 $\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

38. 반지름의 길이가 9cm인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

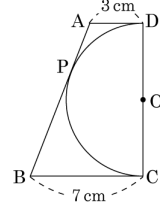
- ☒ ① $9\sqrt{3}\text{cm}$
 ☐ ② $10\sqrt{3}\text{cm}$
 ☐ ③ $11\sqrt{3}\text{cm}$
☐ ④ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ☐ ⑤ $13\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

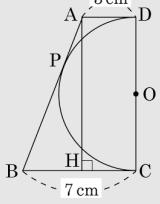
39. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

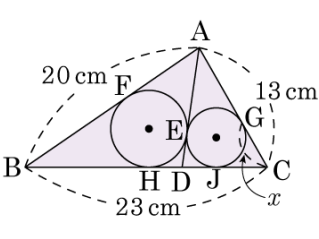
▷ 정답 : $5\sqrt{21}\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$
 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$ 이다 .
따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ 이다.

40. 그림과 같이 $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 23\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$, $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{CG}$ 의 길이는?

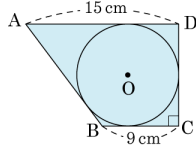


- ① 2cm ② 2.3cm ③ 3.8cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{CG} = x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{AG} = 13 - x = \overline{AE} = \overline{AF}$,
 $\overline{BF} = 20 - (13 - x) = 7 + x = \overline{BH}$,
 $\overline{DE} = \overline{DH} = \overline{DJ} = 3(\text{cm})$
 따라서, $\overline{BC} = (7 + x) + 3 + 3 + x = 23(\text{cm})$
 $\therefore x = 5(\text{cm})$

41. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

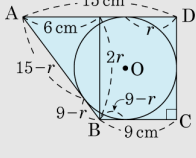
해설

반지름의 길이를 rcm 라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

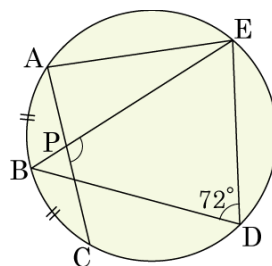
$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi (cm)$$



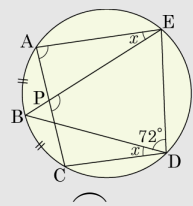
42. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고 $\angle BDE = 72^\circ$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 108°

해설



$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로

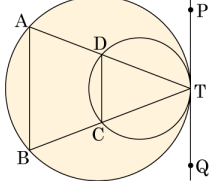
$$\angle AEB = \angle BDC = x$$

□ACDE 에서

$$\begin{aligned}\angle CAE &= 180^\circ - \angle CDE \\ &= 180^\circ - (72^\circ + x) \\ &= 108^\circ - x\end{aligned}$$

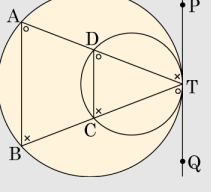
$$\angle CPE = \angle CAE + x = 108^\circ$$

43. 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



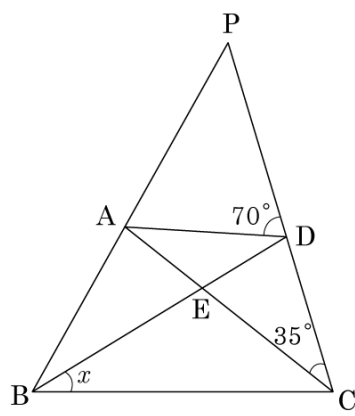
- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

44. 다음 그림에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이고 $\angle ADP = 70^\circ$, $\angle ACD = 35^\circ$ 일 때, x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



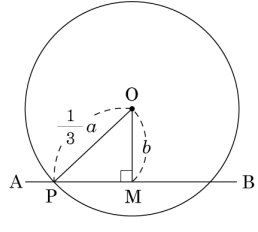
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이므로
 점 A, B, C, D 는 원 위의 점이다.
 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 110^\circ$
 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$
 $\angle ABC = 70^\circ$
 또 $\angle ACD = \angle ABD = 35^\circ$ 이므로
 $x = 35^\circ$

46. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB의 중점 M에서의 수선과 원의 중심 O가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P라 한다. 선분 AP의 길이를 x 라 하고 선분 BP의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{OM} = b$, $\overline{OP} = \frac{1}{3}a$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$\overline{BP} = y$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$\overline{AP} = x$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

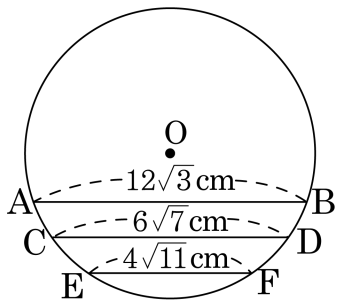
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$

47. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}\text{cm}$, $6\sqrt{7}\text{cm}$, $4\sqrt{11}\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 12cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

원의 중심 O로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로 $\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{ON} = 10k$

$$OL = 6k, OM = 9k, EF = 10k$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \dots \textcircled{2}$$

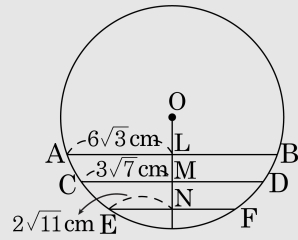
$$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \dots \textcircled{3}$$

①, ②에 의하여 $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$

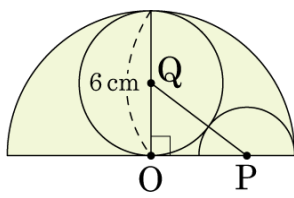
$$\therefore k = 1 (\because k > 0)$$

$k = 1$ 을 ①에 대입하면 $r^2 = 144$

$$\therefore r = 12 (\because r \geq 0)$$

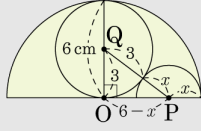


48. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 6 cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



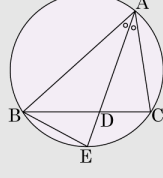
작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$
 $\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$
 $\therefore x = 2$

49. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 에서 변 BC 를 3 : 2 로
내분하는 점을 D 라 할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



각의 이등분선의 성질에 의하여 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로
 $\angle DAB = \angle DAC$ 이고

$\overline{BD} = 3$, $\overline{DC} = 2$

그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원을 그리고 선분 AD 의 연장
선이 외접원과 만나는 점을 E 라 하면

$\angle BAE = \angle DAC$, $\angle AEB = \angle ACD$ 이므로

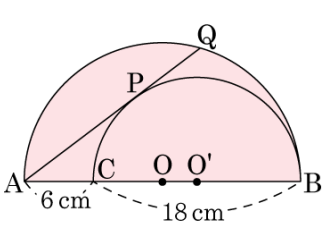
$\triangle ABE \sim \triangle ADC$

$$\begin{aligned}\overline{AB} \cdot \overline{AC} &= \overline{AD} \cdot \overline{AE} \\ &= \overline{AD} \cdot (\overline{AD} + \overline{DE}) \\ &= \overline{AD}^2 + \overline{AD} \cdot \overline{DE} \\ &= 24\end{aligned}$$

또 $\overline{AD} \cdot \overline{ED} = \overline{BD} \cdot \overline{CD} = 6$ 이므로

$$\overline{AD}^2 = 18 \quad \therefore \overline{AD} = 3\sqrt{2}$$

50. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 는 각각 반원 O 와 O' 의 지름이다. $\overline{AP}$ 가 반원 O' 의 접선이고 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 18\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?
- ① $\frac{92}{5}\text{ cm}$ ② $\frac{94}{5}\text{ cm}$
 ③ $\frac{96}{5}\text{ cm}$ ④ $\frac{98}{5}\text{ cm}$
 ⑤ 20 cm



해설

$$\begin{aligned} \overline{AP}^2 &= \overline{AC} \times \overline{AB} = 6 \times 24 = 144 \\ \therefore \overline{AP} &= 12\text{ cm} \\ \triangle AO'P &\sim \triangle ABQ \quad (\because \text{AA 답음}) \text{ 이므로} \\ \overline{AO'} : \overline{AB} &= \overline{AP} : \overline{AQ} \\ 15 : 24 &= 12 : \overline{AQ} \\ \therefore \overline{AQ} &= \frac{96}{5} \text{ (cm)} \end{aligned}$$