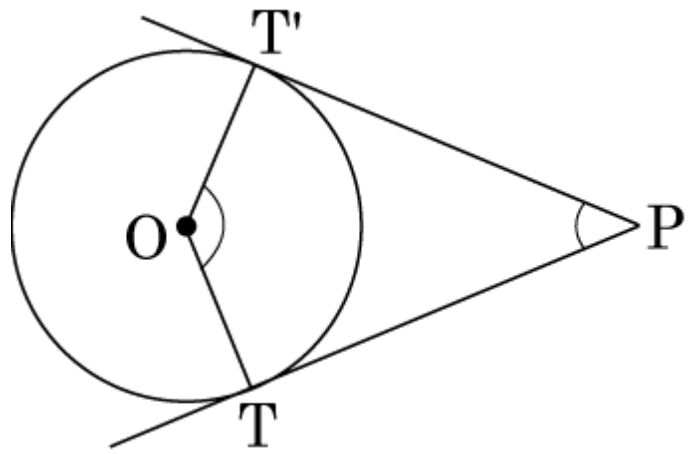
1. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P 에서 원 O 에 접선 $\overline{PT}$, = $\overline{PT'}$ 을 그었을 때, $\angle TOT' + \angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



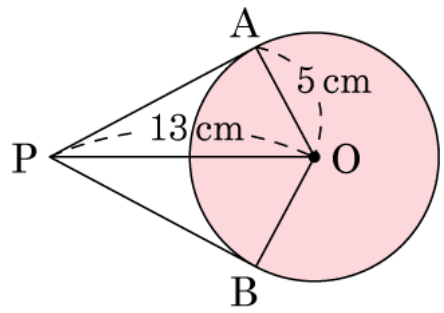
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 180 °

해설

접선의 성질에 의해 $\angle PT'O = \angle PTO = 90°$
사각형 PT′OT 의 내각의 합은 360° 이다.
$\therefore \angle T'OT + \angle T'PT = 180°$

2. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}, \overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, □APBO 의 둘레의 길이를 구하여라.



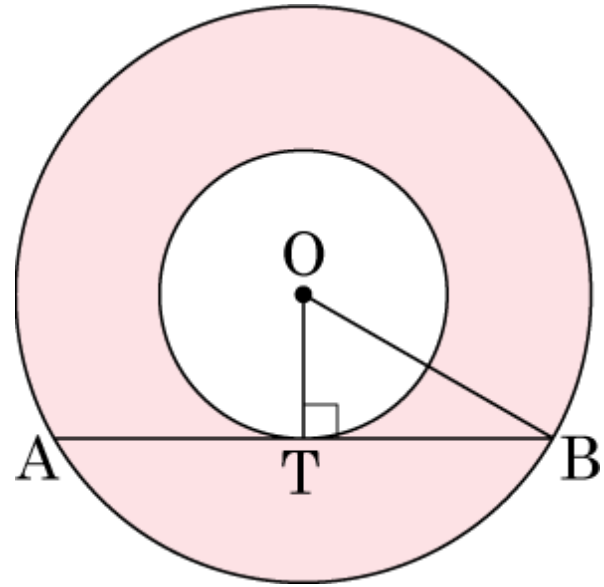
① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \overline{AP} = \overline{BP}, \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

(사각형APBO의둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34\,(\text{cm})$

3. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

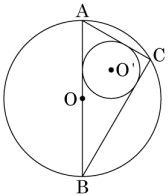
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi$, $R^2 - r^2 = 64$

$\triangle\text{OTB}$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{\text{BT}^2} = 64$ 이므로 $\overline{\text{BT}} = 8\,\text{cm}$

$\overline{\text{AB}} = 2\overline{\text{BT}} = 16\,\text{cm}$

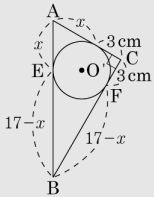
4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm 이고 내접원의 지름의 길이는 6cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

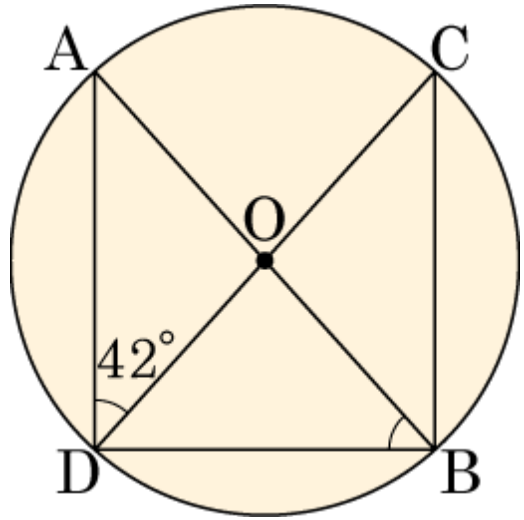
▷ 정답 : $60\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times(17\times 2+3\times 2)\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times 40\\ &= 60(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ADC = 42°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?



① $42°$ ② $44°$ ③ $46°$

④ $48°$ ⑤ $50°$

해설

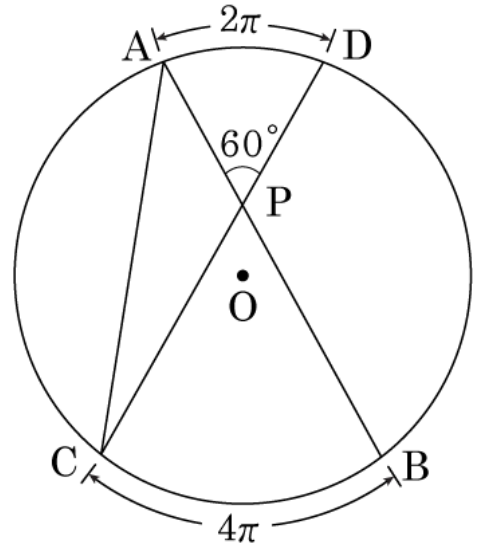
5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각

$\angle ADC = \angle ABC = 42°$

$\angle CBD = 90°$이므로

$\therefore\ \angle ABD = 90° - 42° = 48°$

6. 다음 그림의 원 O 에서 두 현 AB 와 CD 가 이루는 각의 크기가 $60°$ 이다. $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} = 2\pi$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 4\pi$ 일 때, $\angle\text{BAC}$ 의 크기는?



① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

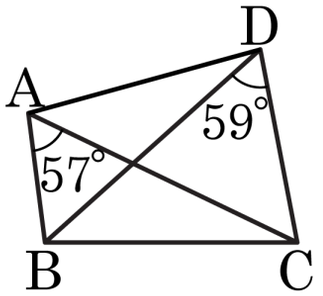
해설

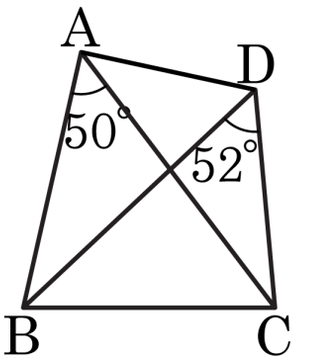
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CB}} = 25.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}}$ 이므로 $\angle\text{ACD} = x$ 라 하면,

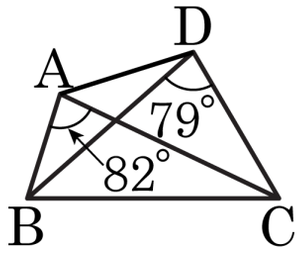
$\angle\text{CAB} = 2\text{x}$

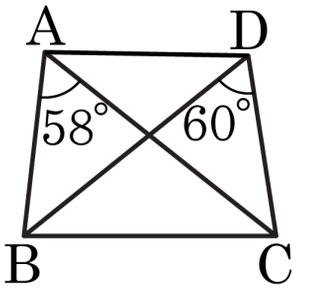
$\angle\text{APD} = 2\text{x} + \text{x} = 60,\ \ \text{x} = 20° \therefore\ \angle\text{BAC} = 2 \times 20 = 40°$

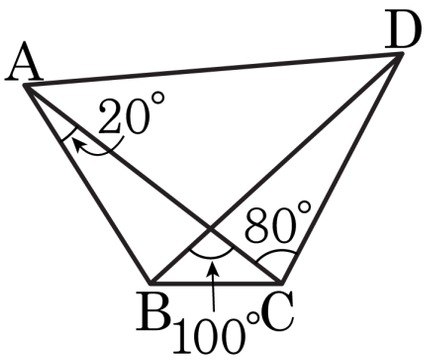
7. 다음 중 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있는 것은?

① 

② 

③ 

④ 

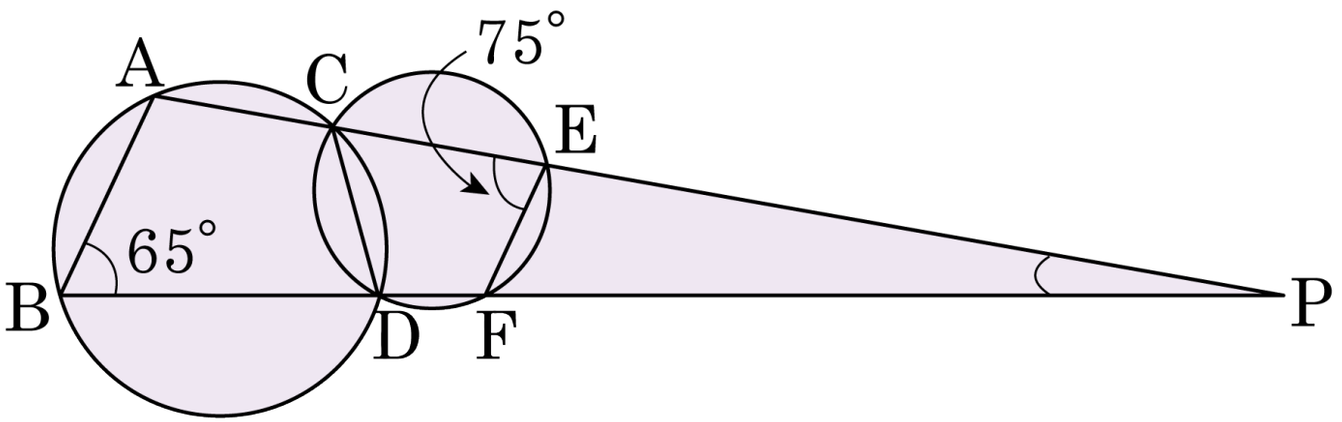
⑤ 

해설

두 점 A, D 가 선분 BC 에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BAC = \angle BDC$ 이면 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC + 80° = 100°$ $\therefore \angle BDC = 20°$

8. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle ABD = 65°$, $\angle CEF = 75°$ 일 때, $\angle EPF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 10°

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로

$\angle ABD = \angle DCE = 65°$

□CDFE 도 원에 내접하므로

$\angle DCE = \angle EFP = 65°$

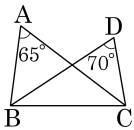
삼각형의 외각의 성질을 이용하여

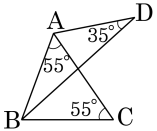
$\angle EFP + \angle EPF = 75°$

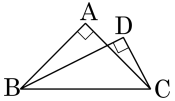
$\therefore \angle EPF = 75° - 65° = 10°$

9. 다음 그림 중에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있게 되는 것을 찾아라.

보기

㉠ 

㉡ 

㉢ 

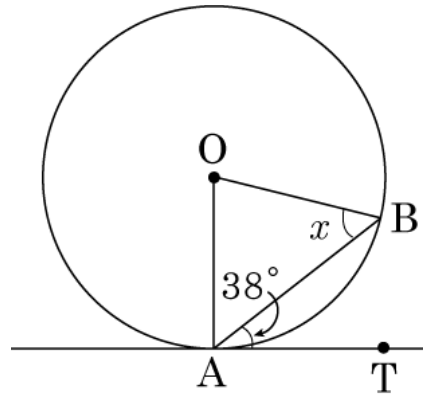
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\angle BAC \neq \angle BDC$
㉡ $\angle ADB \neq \angle ACB$
㉢ $\angle BAC = \angle BDC = 90°$

10. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

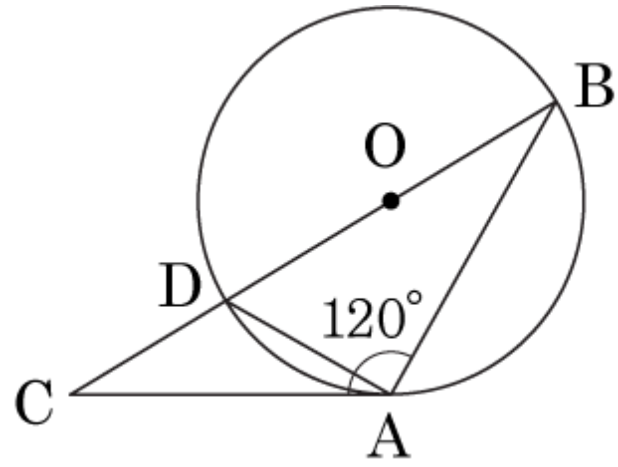
▷ 정답 : 52°

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 76°$

$\therefore\ \angle x = (180° - 76°) \div 2 = 52°$

11. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심 직선 AC 는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120°$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5

④ 3 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90°$ 이므로 $\angle DAC = 30°$

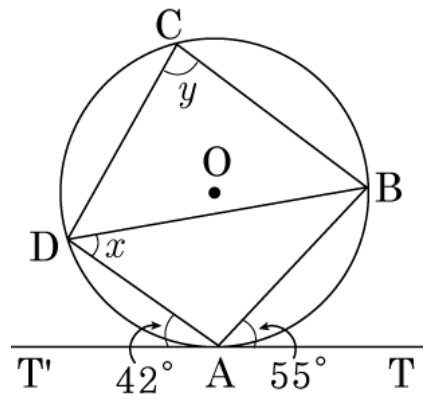
$\therefore \angle ABD = 30°, \angle ADB = 60°$

$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서 $60° = 30° + \angle ACD$

$\therefore \angle ACD = 30°$, $\overline{DC}=\overline{DA}$

$\therefore \overline{CD} : \overline{DB}=\overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

12. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?



① 140° ② 148° ③ 152° ④ 160° ⑤ 164°

해설

$\angle BAT = \angle x = 55°$

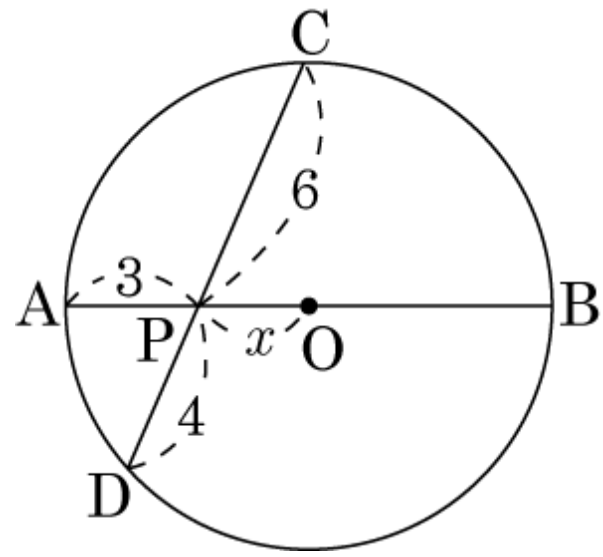
$\angle DAT' = \angle DBA = 42°$

$\angle DAB = 180° - 55° - 42° = 83°$

$\therefore \ \angle y = 180° - 83° = 97°$

$\angle x + \angle y = 55° + 97° = 152°$

13. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = 3+x$이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\mathrm{x} + 3$

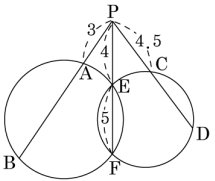
$6 \times 4 = 3(2x + 3)$,

$24 = 6x + 9$

$6x = 15$

$\therefore\ x = \frac{5}{2}$

14. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$ $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



① 7.5 ② 9.5 ③ 11.5 ④ 12.5 ⑤ 13.5

해설

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$, $3\times\overline{PB} = 4\times(4+5)$

$$\therefore\ \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$\therefore\ \overline{AB} = 12 - 3 = 9$

또, $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$ 에서 $\frac{9}{2}\times\overline{PD} = 4\times(4+5)$

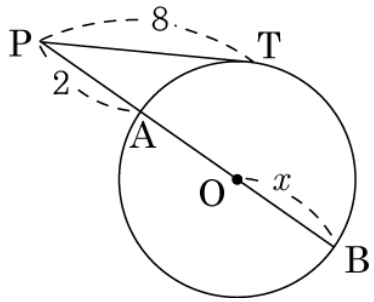
$$\therefore\ \overline{PD} = 8$$

$\therefore\ \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$

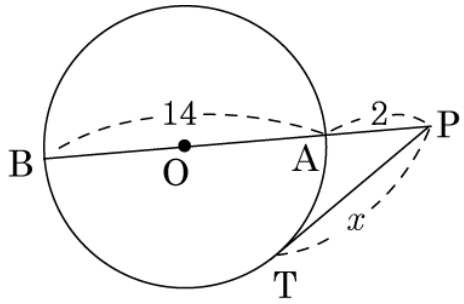
$$\therefore\ \overline{AB}+\overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PT}$는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절한 것끼리 짝지어진 것은?

(1)



(2)



① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$

② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$

③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$

④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$

⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

$(1) 8^2 = 2(2+2x), 64 = 4+4x$

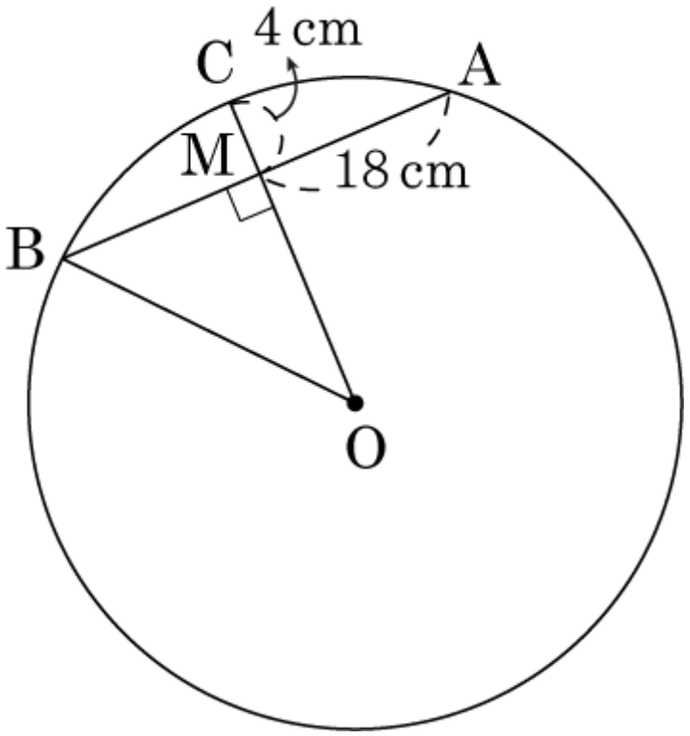
$4x = 60$

$\therefore x = 15$

$(2) x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$

$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$

16. 다음 그림을 보고, 원 O 의 반지름의 길이를 구하면?



① 40 (cm)　② 41.5 (cm)　③ 42.3 (cm)

④ 42.5 (cm)　⑤ 42.7 (cm)

해설

원 O 의 반지름의 길이를 x라 할 때

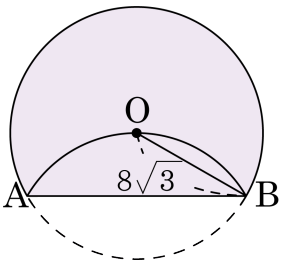
$x^2 = (x-4)^2 + 18^2$

$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 324$

$8x = 340$

$\therefore\ x = 42.5$ (cm)

17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\sqrt{3}$cm 인 원 O 에서 호가 원의 중심을 지나도록 $\overline{AB}$ 을 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



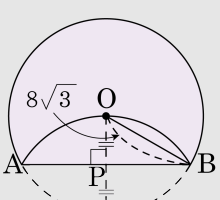
① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $24\sqrt{3}$ ④ 24 ⑤ 26

해설

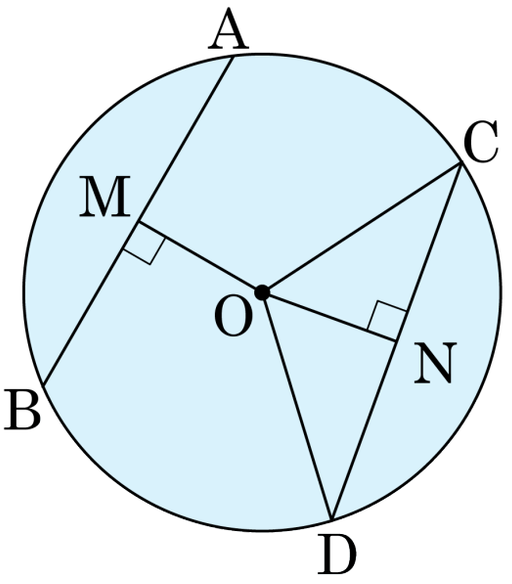
원의 반지름이 $8\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$

$\overline{BP} = \sqrt{\left(8\sqrt{3}\right)^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 12$

$\overline{AB} = 12 \times 2 = 24$



18. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

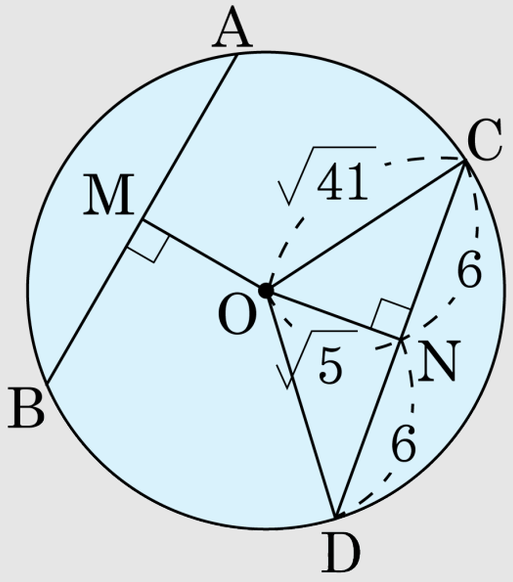
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

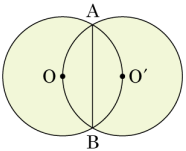
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O′ 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{5}$cm ② $3\sqrt{5}$cm ③ $2\sqrt{5}$cm

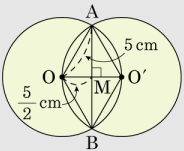
④ $5\sqrt{2}$cm ⑤ $5\sqrt{3}$cm

해설

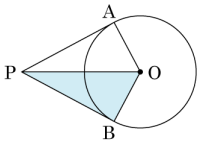
$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm}, \ \overline{OO'} = 5$

$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$



20. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$ ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$ ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$

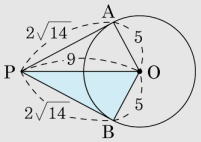
④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

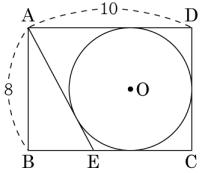
$\overline{OA} = \overline{OB} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\overline{PA} = \overline{PB}$이므로 $\triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$



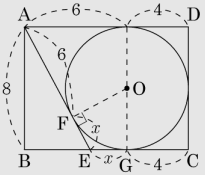
21. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?



① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r = 8,\ r = 4$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x(x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

△ABE 에서

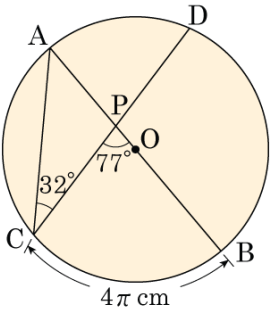
$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64,\ 24x = 64$

$\therefore x = \frac{8}{3}$

$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$

$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$

22. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB , CD 의 교점이고, 호 BC 의 길이는 4πcm 일 때, 원의 넓이는?



① $4\pi\text{cm}^2$ ② $8\pi\text{cm}^2$ ③ $16\pi\text{cm}^2$

④ $32\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle ACD + \angle CAB = \angle BPC$ 이므로

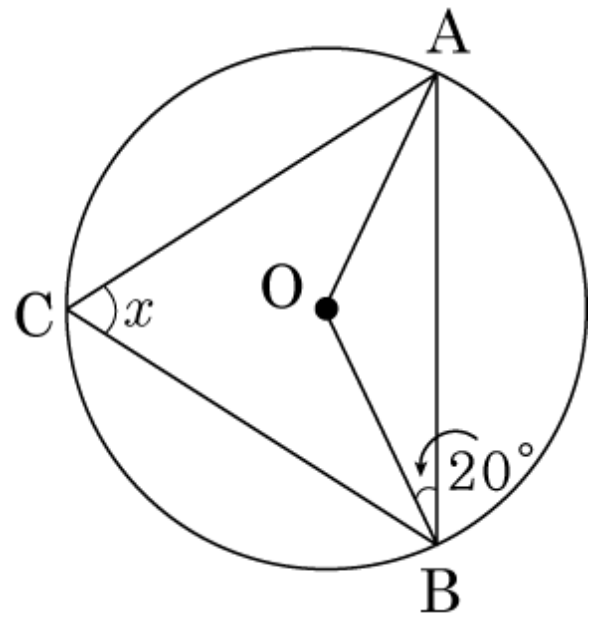
$32° + \angle CAB = 77°$

$\therefore \angle CAB = 45°$ 따라서, $\angle COB = 2\angle CAB = 90°$ 이다.

호 BC 의 길이는 $4\pi = 2\pi \times r \times \frac{1}{4}$ 이므로 $r = 8\text{cm}$

$\therefore \pi \times 8^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에 $\angle OBA = 20°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

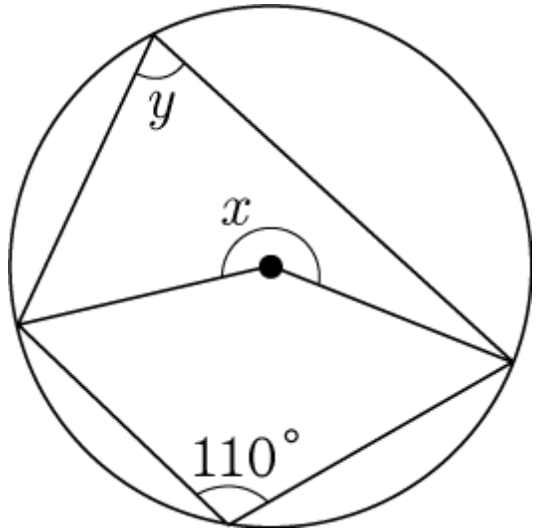
▷ 정답 : 70

해설

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = 20°$, $\angle BOA = 140°$ 이다.

따라서 $x = 140° \times \frac{1}{2}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



① $290\,^\circ$ ② $300\,^\circ$ ③ $310\,^\circ$ ④ $320\,^\circ$ ⑤ $330\,^\circ$

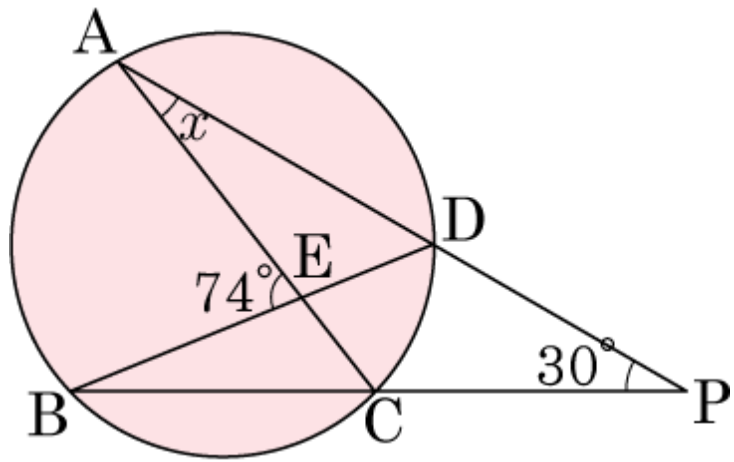
해설

$\angle x = 110\,^\circ \times 2 = 220\,^\circ$

$\angle y = 180\,^\circ - 110\,^\circ = 70\,^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 290\,^\circ$

25. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$

④ $26°$ ⑤ $28°$

해설

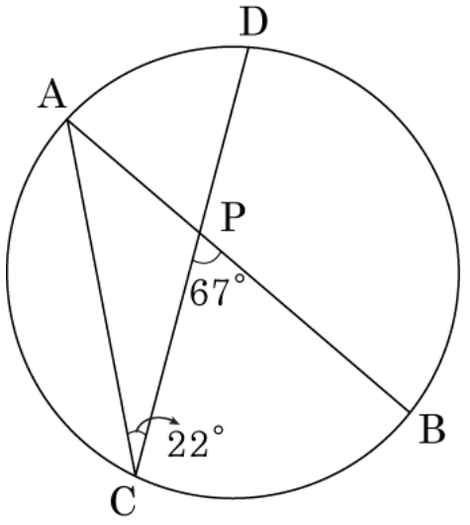
$\angle DBP = \angle DAC = \angle x$, $\angle ACB = x + 30°$

$\triangle BEC$ 에서 $x + x + 30° = 74°$

$2x = 44°$

$\therefore \angle x = 22°$

26. 다음 그림에서 점 P 는 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 2cm$ 일 때, $\angle ACD = 22°$,$\angle BPC = 67°$ 이다. 이 원의 원주의 길이를 구하면?



① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

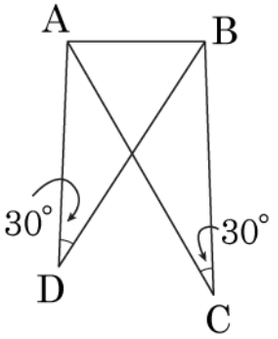
$$\angle BAC = \angle BPC - \angle ACP = 67° - 22° = 45°$$

$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 는 원주의 $\frac{1}{4}$

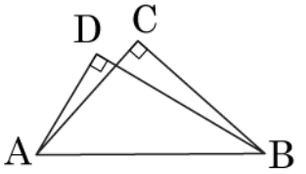
$\therefore$ 원주의 길이는 $4 \times 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 8$

27. 다음 그림 중에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있지 <u>않은</u> 것은?

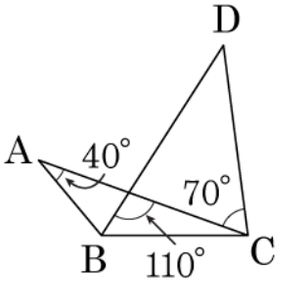
①



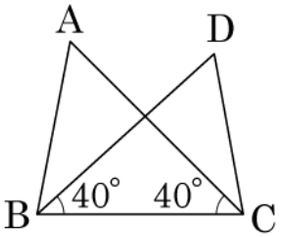
②



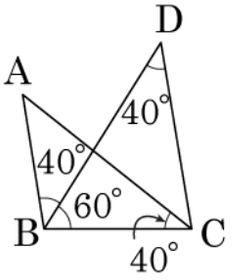
③



④



⑤



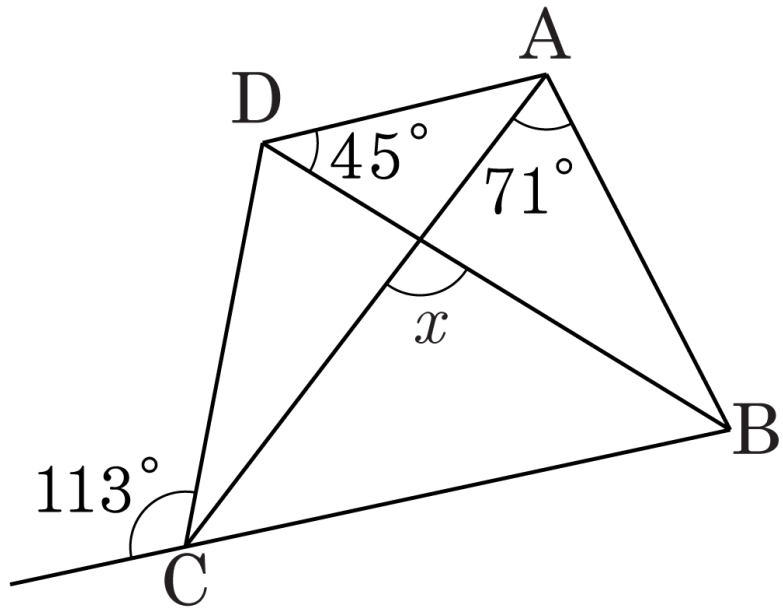
해설

③ $\angle BDC = 40°$

⑤ $\angle BAC = 40°$

$\Rightarrow$ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 원주각이 같다.

28. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



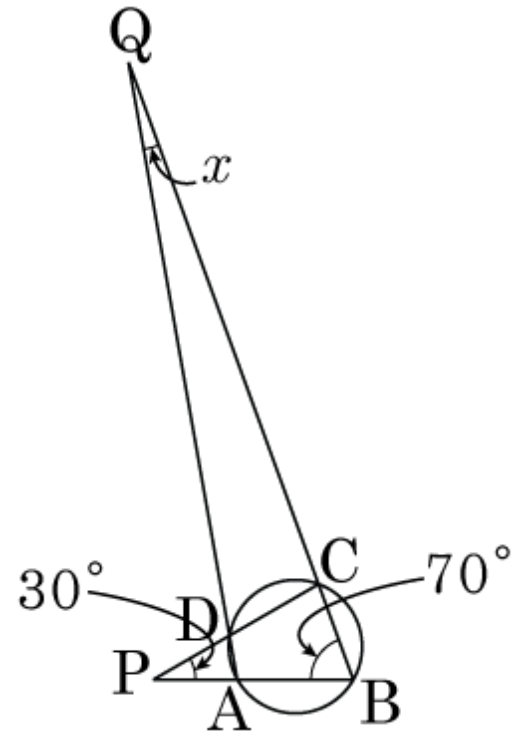
① 99° ② 96° ③ 94° ④ 93° ⑤ 90°

해설

$\angle DAC = 113° - 71° = 42°$

$\therefore \angle x = 180° - (42° + 45°) = 93°$

29. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30°, \angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ $50°$

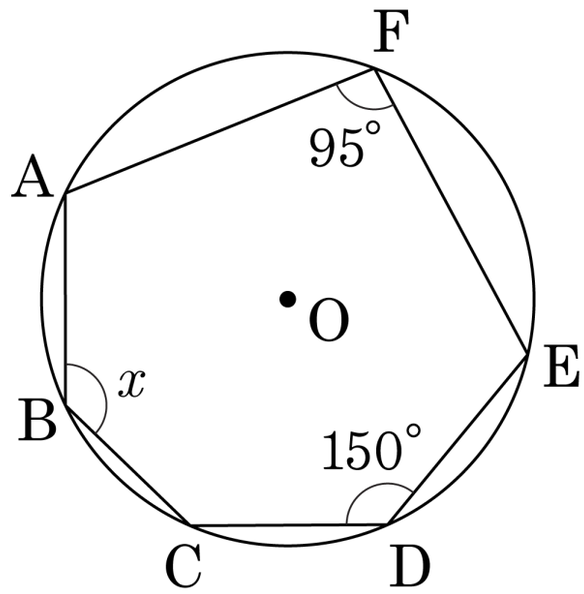
해설

$\angle ADC = 110°$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70°$ 이다.
$\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$110° = 30° + x° + 70°$

$\therefore x° = 10°$

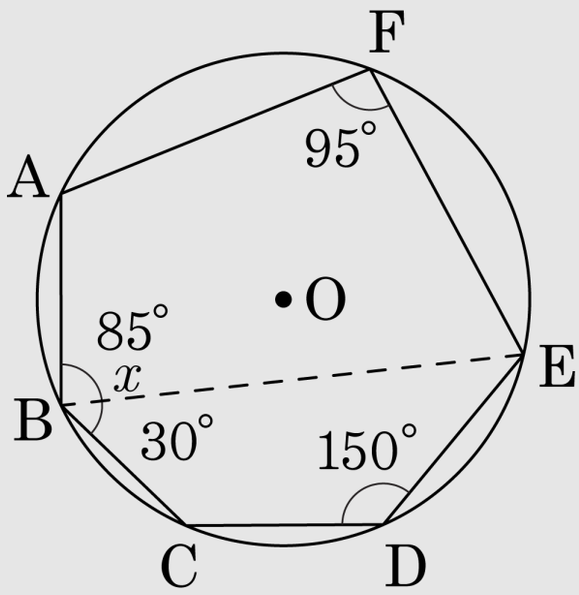
30. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 육각형에서 $\angle D = 150°$, $\angle F = 95°$, $\angle B = x°$ 일 때, x 의 값은?



① 105° ② 115° ③ 125°

④ 135° ⑤ 145°

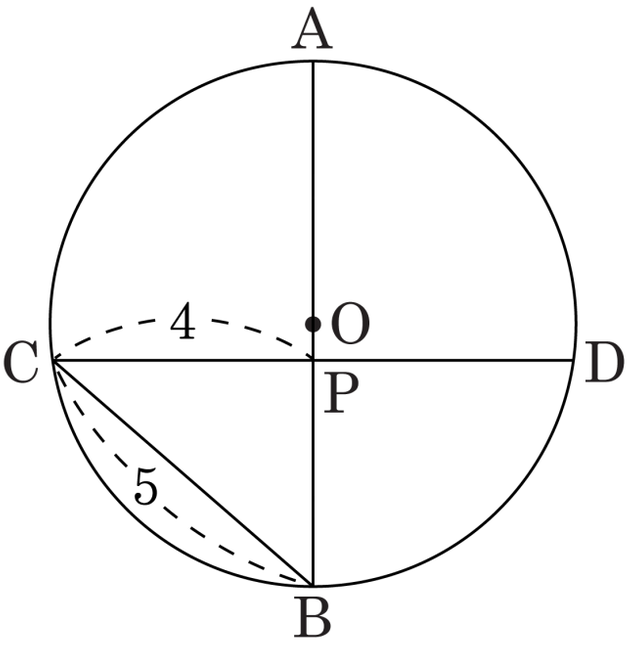
해설



보조선 $\overline{BE}$ 를 그으면 내접하는 사각형이 두 개 있다. 대각의 합은 180° 이므로 $\angle ABE = 85°$, $\angle EBC = 30°$

따라서 $x° = 115°$ 이다.

31. 다음 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고 $\overline{BC}=5$, $\overline{DC}=8$일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\overline{OP}\perp\overline{CD}$, $\overline{PC}=\overline{PD}=4$

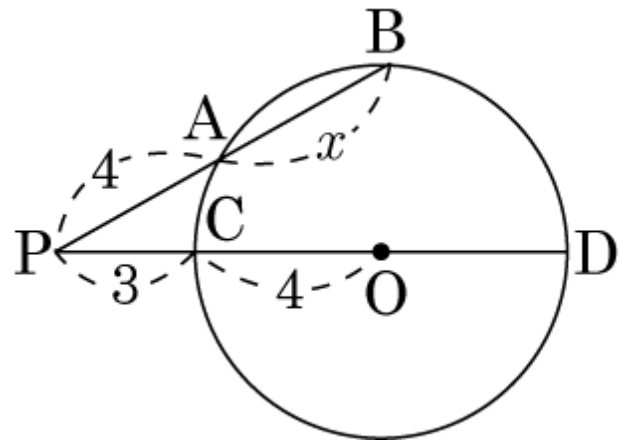
$\triangle CPB$에서

$\overline{PB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{CP}\times\overline{DP}=\overline{AP}\times\overline{BP}$에서

$16=3(2r-3)$

$6r=25 \quad \therefore r=\frac{25}{6}$

32. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{4}$

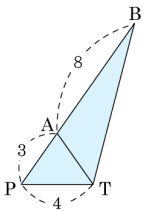
해설

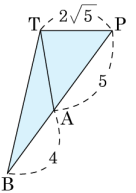
$4(4+x)=3\times 11, 16+4x=33$

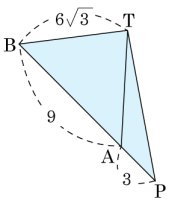
$4x=17$

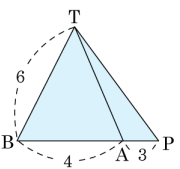
$\therefore x=\frac{17}{4}$

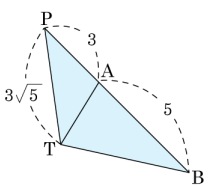
33. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

① 

② 

③ 

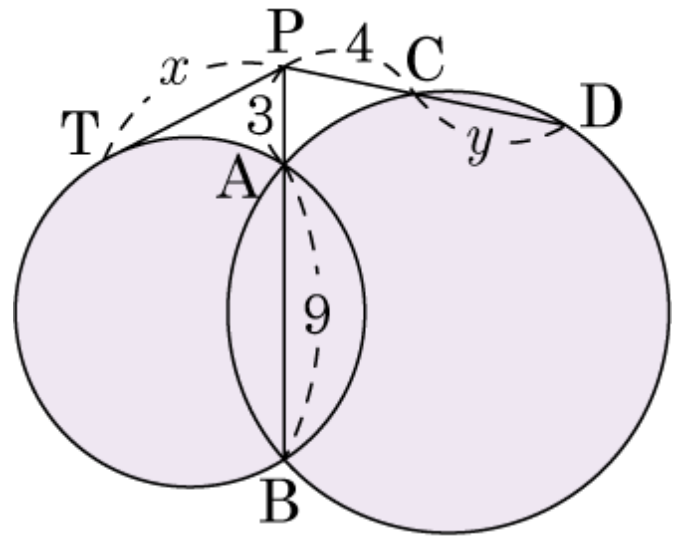
④ 

⑤ 

해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

34. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선일 때, xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

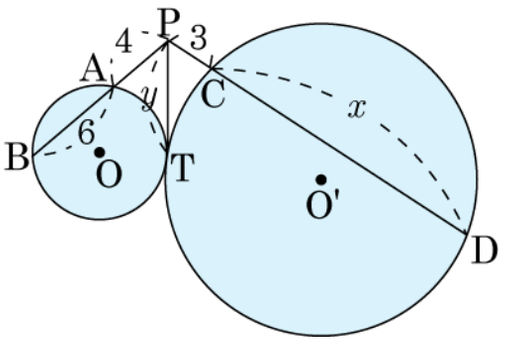
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

$x^2 = 3 \times 12 = 4 \times (4 + y)$

$\therefore x = 6, y = 5$

따라서 $xy = 6 \times 5 = 30$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 한 점 T 에서 만나는 두 원 O, O′ 이 있다. $\overline{PT}$ 는 두 원에 공통으로 접하고, 점 P 를 지나는 두 직선이 두 원 O, O′ 과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \dfrac{31}{3}$

▷ 정답 : $y = 2\sqrt{10}$

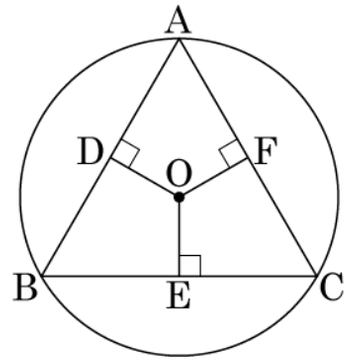
해설

$4 \times 10 = 3(3 + x)$

$40 = 9 + 3x,\ 3x = 31 \ \therefore\ x = \dfrac{31}{3}$

$y^2 = 4(4 + 6),\ y^2 = 40 \ \therefore\ y = 2\sqrt{10}$

36. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

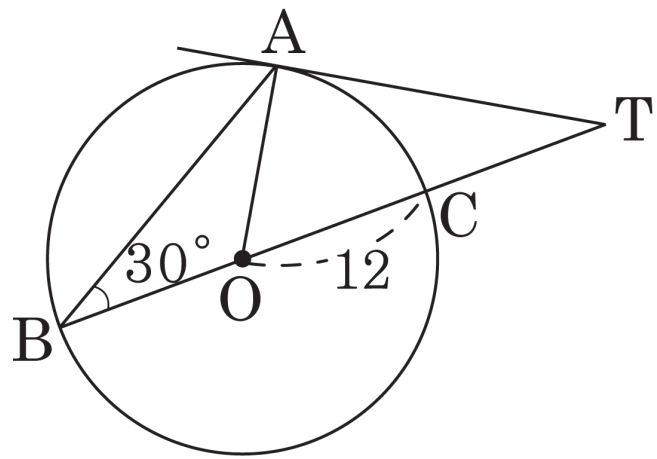
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$$

37. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60°,\ \angle ATC = 30°, \overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$

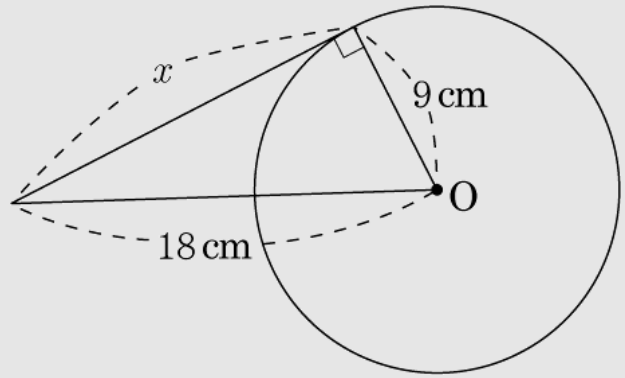
$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

38. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm

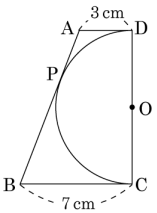
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



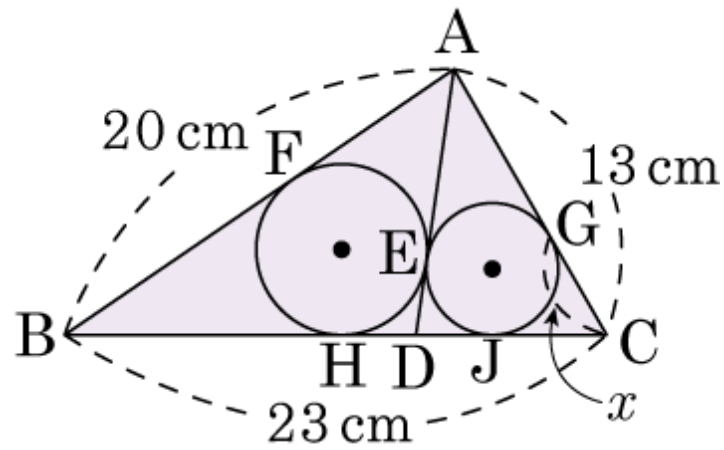
$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2\,(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 점 A , B 는 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D 에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad

40. 그림과 같이 $\overline{AB} = 20\text{cm}, \overline{BC} = 23\text{cm}, \overline{AC} = 13\text{cm}$, $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{CG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 2.3cm ③ 3.8cm

④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{CG} = x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{AG} = 13 - x = \overline{AE} = \overline{AF}$,

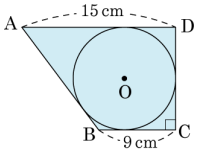
$\overline{BF} = 20 - (13 - x) = 7 + x = \overline{BH}$,

$\overline{DE} = \overline{DH} = \overline{DJ} = 3(\text{ cm})$

따라서, $\overline{BC} = (7 + x) + 3 + 3 + x = 23(\text{ cm})$

$\therefore x = 5(\text{ cm})$

41. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

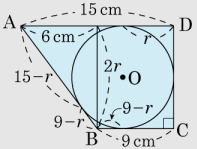
해설

반지름의 길이를 $r cm$라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

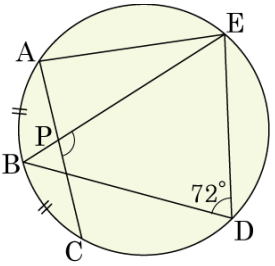
$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$

$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$

(원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi\,(\mathrm{cm})$



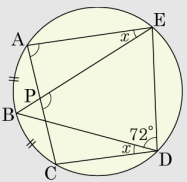
42. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 72°$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 108 °

해설



$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 이므로

$\angle AEB = \angle BDC = x$

□ACDE 에서

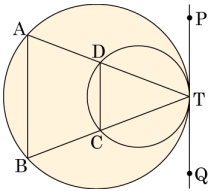
$\angle CAE = 180° - \angle CDE$

$= 180° - (72° + x)$

$= 108° - x$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 108°$

43. 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB}//\overline{CD}$

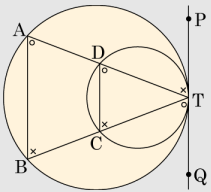
② $\angle BAT = \angle CDT$

③ $\overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TC}:\overline{TD}$

④ $\angle ABT = \angle ATP$

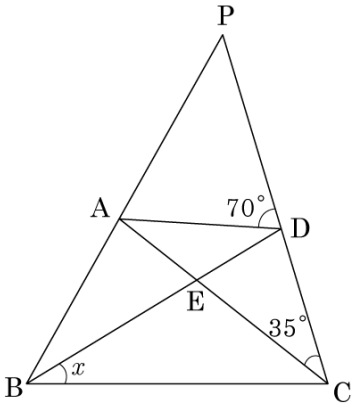
⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TD}:\overline{TC}$ 이다.

44. 다음 그림에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이고 $\angle ADP = 70°$, $\angle ACD = 35°$ 일 때, x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



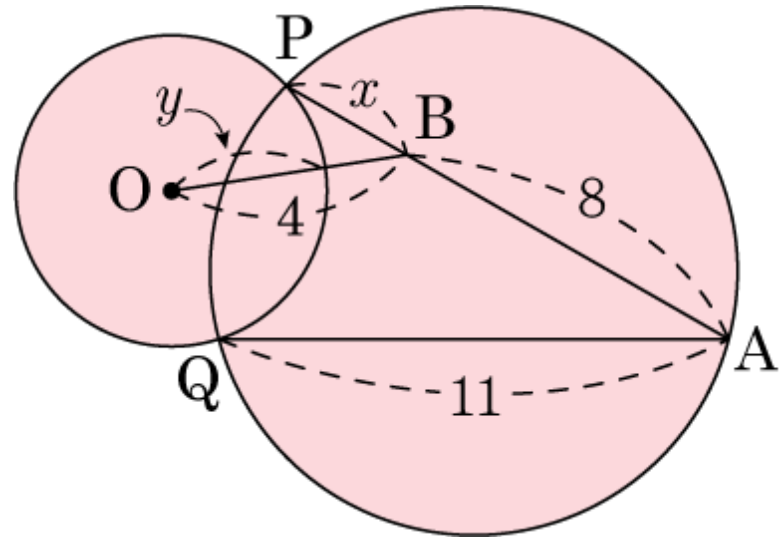
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이므로
점 A, B, C, D 는 원 위의 점이다.
□ABCD 는 원에 내접하므로
$\angle ADC = 110°$
$\angle ADC + \angle ABC = 180°$
$\angle ABC = 70°$
또 $\angle ACD = \angle ABD = 35°$ 이므로
$x = 35°$

45. 두 원의 교점 P, Q 를 지나는 작은 원의 두 접선이 큰 원 위의 점 A 에서 만난다. 점 O 는 작은 원의 중심이고 점 B 는 $\overline{AP}$ 위의 한 점이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AQ} = 11$ 일 때, 선분 PB 의 길이 x 와 작은 원의 반지름 y 의 곱을 구하면?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ 9

해설

$\overline{AP}=\overline{AQ}$ 이므로 $x + 8 = 11 \therefore\ x = 3$

$x^2 = (4 - y)(4 + y)$

$9 = 16 - y^2$

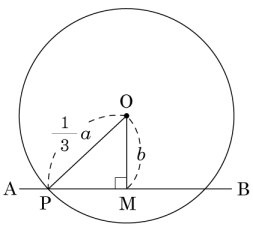
$y^2 = 7$

$y > 0$ 이므로

$y = \sqrt{7}$

$\therefore xy = 3\sqrt{7}$

46. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{\mathrm{OM}}=b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{\mathrm{AB}}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y=x+2,\ xy=35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a+b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$\overline{\mathrm{OM}}=b,\ \overline{\mathrm{OP}}=\frac{1}{3}a$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2-b^2}$$

$$\overline{\mathrm{BP}}=y$$

$$=\frac{a}{2}+\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}$$

$$=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}$$

$$\overline{\mathrm{AP}}=x$$

$$=\frac{a}{2}-\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}$$

$$=\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}$$

이때 $y=x+2,\ xy=35$ 이므로

$$y-x=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}-\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)$$

$$=2\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}=2$$

$$\therefore\ a^2-9b^2=9\cdots①$$

$$xy=\left(\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)$$

$$=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2-9b^2}{9}$$

$$=35\cdots②$$

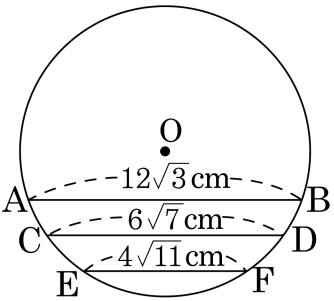
①을 ②에 대입하면 $a^2=144$

$\therefore\ a=12\ (\because a>0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2=15$

$\therefore\ a+b^2=12+15=27$

47. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}$cm, $6\sqrt{7}$cm, $4\sqrt{11}$cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로

$\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{EF} = 10k$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \cdots ①$

$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \cdots ②$

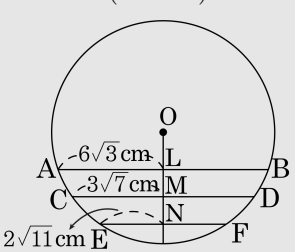
$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \cdots ③$

①, ②에 의하여 $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$

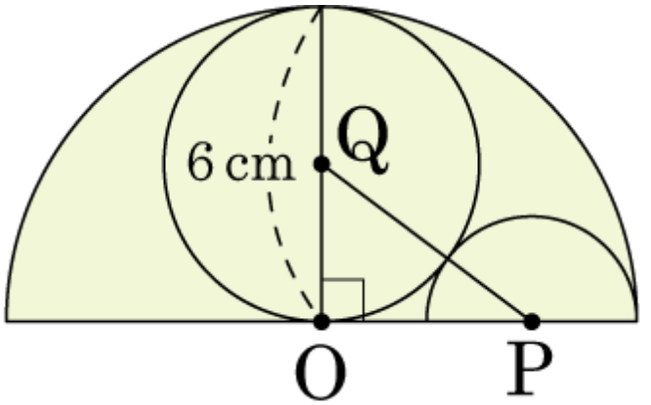
$\therefore\ k = 1 (\because k > 0)$

$k = 1$ 을 ①에 대입하면 $r^2 = 144$

$\therefore\ r = 12 (\because r > 0)$



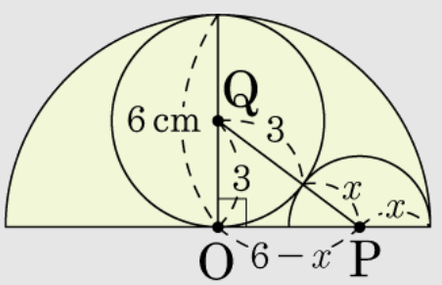
48. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 6 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm

④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

$\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \ \overline{OP} = 6 - x$

$\therefore (x+3)^2 = 3^2 + (6-x)^2, 18x = 36$

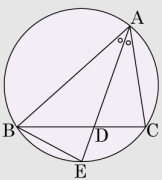
$\therefore x = 2$

49. $\overline{AB}=6,\ \overline{AC}=4,\ \overline{BC}=5$ 인 삼각형 ABC 에서 변 BC 를 $3:2$ 로 내분하는 점을 D 라 할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

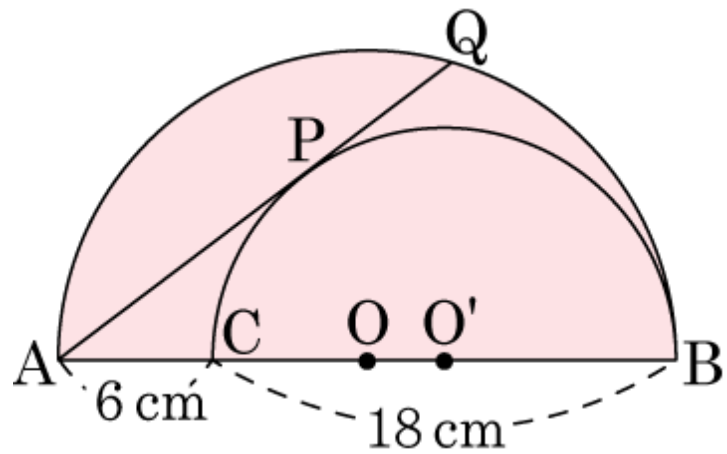


각의 이등분선의 성질에 의하여 $\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$ 이므로
$\angle DAB=\angle DAC$ 이고
$\overline{BD}=3,\ \overline{DC}=2$
그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원을 그리고 선분 AD 의 연장선이 외접원과 만나는 점을 E 라 하면
$\angle BAE=\angle DAC,\ \angle AEB=\angle ACD$ 이므로
$\triangle ABE\backsim\triangle ADC$

$$\begin{aligned}\overline{AB}\cdot\overline{AC}&=\overline{AD}\cdot\overline{AE}\\&=\overline{AD}\cdot(\overline{AD}+\overline{DE})\\&=\overline{AD^2}+\overline{AD}\cdot\overline{DE}\\&=24\end{aligned}$$

또 $\overline{AD}\cdot\overline{ED}=\overline{BD}\cdot\overline{CD}=6$ 이므로
$\overline{AD^2}=18\quad\therefore\overline{AD}=3\sqrt{2}$

50. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 는 각각 반원 O와 O′의 지름이다. $\overline{AP}$ 가 반원 O′의 접선이고 $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



① $\frac{92}{5}\,\text{cm}$ ② $\frac{94}{5}\,\text{cm}$

③ $\frac{96}{5}\,\text{cm}$ ④ $\frac{98}{5}\,\text{cm}$

⑤ $20\,\text{cm}$

해설

$\overline{AP}^2 = \overline{AC} \times \overline{AB} = 6 \times 24 = 144$

$\therefore\ \overline{AP} = 12\,\text{cm}$

$\triangle AO'P \backsim \triangle ABQ$ ($\because$ AA 닮음) 이므로

$\overline{AO'} : \overline{AB} = \overline{AP} : \overline{AQ}$

$15 : 24 = 12 : \overline{AQ}$

$\therefore\ \overline{AQ} = \frac{96}{5}\ (\text{cm})$