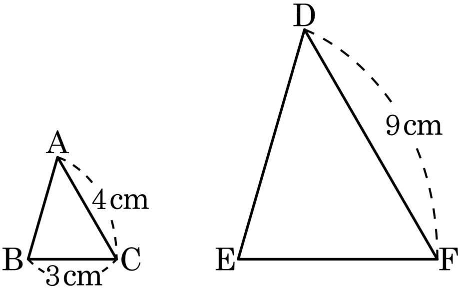
1. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것은?

① 두 직육면체
② 두 이등변삼각형
③ 두 정삼각형
④ 두 원뿔
⑤ 두 마름모

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. $\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 는 닮음인 관계에 있고 $\overline{BC} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{DF} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{27}{4}$ cm

해설

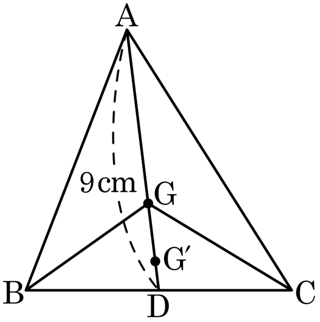
두 닮은 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하므로

$4 : 9 = 3 : x$

$\therefore\ x = \frac{27}{4}(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 G'은 $\triangle GBC$의 무게중심이다.

$\overline{AD} = 9\text{cm}$일 때, $\overline{G'D}$의 길이는?



① 1cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로 $\overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 9 = 3\,(\text{cm})$

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$이므로 $\overline{G'D} = \frac{1}{3}\,\overline{GD} = \frac{1}{3} \times 3 = 1\,(\text{cm})$

4. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은? (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

① $\overline{AC} = \overline{BD} = 5\text{cm}$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 4\text{cm}$

③ $\overline{OA} = \overline{OC} = 6\text{cm}$,$\overline{OB} = \overline{OD} = 5\text{cm}$

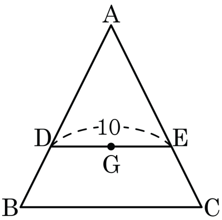
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\text{cm}$,$\overline{AD} = \overline{CD} = 6\text{cm}$

⑤ $\angle A = 110°, \angle B = 70°, \angle C = 70°$

해설

평행사변형이 되는 조건
1. 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
2. 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
3. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
4. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
5. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
따라서 보기 ③ 은 평행사변형이 되는 조건4를 만족한다.

5. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{DE} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

해설

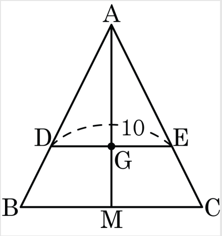
$\overline{AG}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 M 이라고 하면

$\overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3$

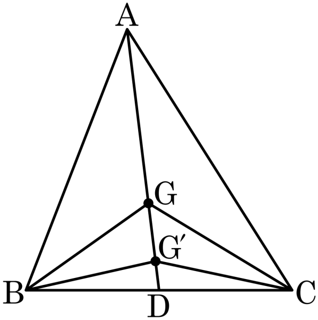
$\overline{AG} : \overline{AM} = \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

$10 : \overline{BC} = 2 : 3$

$\therefore \overline{BC} = 15$



6. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\triangle GG'C = 6\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $54\,\text{cm}^2$

해설

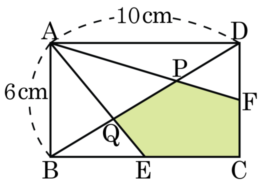
$\triangle GG'C = \dfrac{1}{3}\triangle GBC$ 이므로

$\triangle GBC = 3\triangle GG'C = 18(\text{cm}^2)$

$\triangle GBC = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 이므로

$\therefore\ \triangle ABC = 3\triangle GBC = 54(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 E 와 F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, 오각형 PQECF 의 넓이는?



① $10\,cm^2$ ② $15\,cm^2$

③ $20\,cm^2$ ④ $25\,cm^2$

⑤ $30\,cm^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면 점 Q 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 하면

$\square OQEC = \frac{1}{3}\triangle ABC$

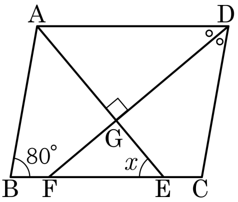
마찬가지의 방법으로 계산하면

$\square POCF = \frac{1}{3}\triangle ACD$

$\therefore$ (오각형 PQECF의 넓이) $= \frac{1}{3}\square ABCD$

$= \frac{1}{3} \times 60 = 20\,(cm^2)$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 $\overline{DF}$ 에 내린 수선이 $\overline{DF}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 G, E 라 한다. $\angle B = 80°$ 일 때, $\angle x = \boxed{}°$ 이다. $\boxed{}$의 값은?



① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

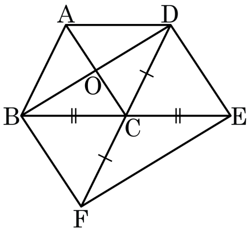
$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D = 80°$ 이다.

$\angle ADF = \angle CDF = \angle \dfrac{D}{2} = 40°$ 이고,

$\angle AGD = \angle FGE = 90°$

$\therefore \angle x = 180° - (90° + 40°) = 50°$

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle ADC$ 의 넓이가 $7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square BFED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

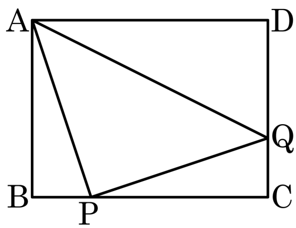
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 $\square BDEF$ 는 평행사변형이 된다.

$\triangle CBD$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle ADC$ 의 넓이와 같다.

$\triangle CBD = 7\,\mathrm{cm}^2$, $\square BFED = 4 \times \triangle CBD$

$\therefore\ \square BFED = 4 \times 7 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\square\mathrm{ABCD} = 48$, $\triangle\mathrm{ABP} = 6$, $\triangle\mathrm{ADQ} = 16$ 일 때, $\triangle\mathrm{PCQ}$ 의 넓이를 구하여라.

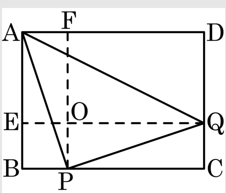


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

그림과 같이 보조선을 그으면,



ⅰ) $\triangle\mathrm{ABP} = 6$ 이므로, $\square\mathrm{ABPF} = 12$

$\square\mathrm{FPCD} = 48 - 12 = 36$

$\therefore \overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{CP}} = 1 : 3$

ⅱ) $\triangle\mathrm{ADQ} = 16$ 이므로, $\square\mathrm{AEQD} = 32$

$\square\mathrm{EBCQ} = 48 - 32 = 16$

$\therefore \overline{\mathrm{DQ}} : \overline{\mathrm{CQ}} = 2 : 1$

ⅰ)과 ⅱ)에 의해

$\square\mathrm{OPCQ} = \dfrac{1}{3}\square\mathrm{FPCD} = \dfrac{1}{3} \times 36 = 12$

$\triangle\mathrm{PCQ} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{OPCQ} = \dfrac{1}{2} \times 12 = 6$

$\therefore \triangle\mathrm{PCQ} = 6$