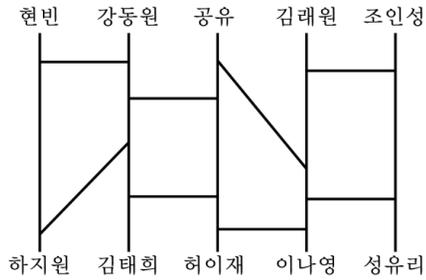


1. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



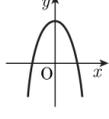
- ① 하지원 ② 성유리 ③ 이나영
 ④ 허이재 ⑤ 김태희

해설

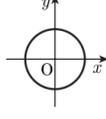
일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

2. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

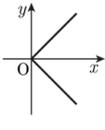
①



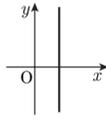
②



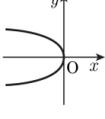
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $-a$

③ $a-2b$

④ a

⑤ 0

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a-b| - |b| = (a-b) + b = a$$

4. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

5. $f : (x, y) \rightarrow (x-2, y+1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x+2}+1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x-2}-1$

② $y = \sqrt{-x-4}+2$

③ $y = -\sqrt{x}-2$

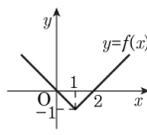
④ $y = -\sqrt{x}+2$

⑤ $y = -\sqrt{x-2}$

해설

$y = \sqrt{-x+2}+1$ 은 f 에 의하여
 $y-1 = \sqrt{-(x+2)}+2+1$
 $\therefore y = \sqrt{-x}+2$
다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)}+2$
 $\therefore y = -\sqrt{x}-2$

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



- ① $f(x) = |x + 1| + 1$ ② $f(x) = |x + 1| - 1$
③ $f(x) = |x - 1| + 1$ ④ $f(x) = |x - 1| - 1$
⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

7. 유리식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x-1}$

② $\frac{1}{x-1}$

③ $\frac{1}{x+1}$

④ $\frac{2x}{x+1}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1} \\ &= \frac{2x(x-1) + x(x+1) - (3x^2-2x+1)}{x^2-1} \\ &= \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

8. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$\therefore b = -1$

$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$

9. 다음 분수식 $\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x^2 + 1}{x^2}$

② $\frac{x^2 - 1}{x^2}$

③ $\frac{x^2 + x + 1}{x}$

④ $\frac{x^2 + 1}{x}$

⑤ $\frac{x^2 - 1}{x}$

해설

$$\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2}{x - \frac{x}{x^2 + 1}} = \frac{x^2}{\frac{x^3}{x^2 + 1}} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

10. $x + y = 6$, $xy = 4$ (단, $x > y$) 일 때, $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 6, \quad xy = 4 \quad (x > y) \text{ 이면} \\ (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy = 36 - 16 = 20 \\ \therefore x - y &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (\because x > y) \\ (\text{준 식}) &= \frac{(x - y)^3 + 3xy(x - y)}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)} \\ &= \frac{\sqrt{20}^3 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{20}}{6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{9} \end{aligned}$$

12. $x^2 - 6x + 1 = 0$ 일 때, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$x^2 - 6x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누어 정리하면

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = t \text{라 하면 } t^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$\therefore t = \pm 2\sqrt{2}$$

그런데 $\sqrt{x} > 0$, $\frac{1}{\sqrt{x}} > 0$ 이므로

$$t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$$

13. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4-3}$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4-3}$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

14. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2, y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\}$ ③ $\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\}$
④ $\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

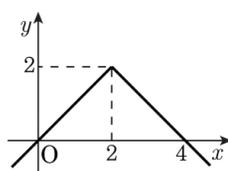
15. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

- ① 12 개 ② 20 개 ③ 25 개 ④ 27 개 ⑤ 30 개

해설

$f(-1) = f(1), f(0) = f(0)$ 이므로
 A 의 원소 1이 대응하는 방법의 수는 5 가지
 A 의 원소 0이 대응하는 방법의 수는 5 가지
 $\therefore 5 \times 5 = 25$ (가지)

16. $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$$f(x) = \begin{cases} y = x(x \leq 2) & \dots \textcircled{A} \\ y = -x + 4(x > 2) & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

\textcircled{A} 에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$
 $\therefore x = 1$

\textcircled{B} 에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x + 4)$
 $= -x + 4$

$\therefore x = 3$
 실근의 개수 : 2 개.

17. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x-9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x-9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$

의 모든 근의 합을 구하여라. (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$2x - 9 = x$ 에서 $x = 9$

$\frac{2}{3}x - 9 = x$ 에서 $x = -27$

따라서, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은

$9 + (-27) = -18$

18. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}-1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1 \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2} \\ y = x + \frac{1}{x} &= 2-\sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} \\ &= 2-\sqrt{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ &= 3-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y-2 &= 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

19. $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때 $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 6}{x^4 + 2x^3 + 2x + 9}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 에서} \\x + 1 &= \sqrt{2} \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \\ \text{분자} &: x^3 + x^2 - 3x + 6 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x - 1) + 5 = 5 \\ \text{분모} &: x^4 + 2x^3 + 2x + 9 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 1) + 10 = 10 \\ \therefore \text{준식} &= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

20. 전체집합 $U = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ 의 부분집합

$$A = \left\{ (x, y) \mid y \geq \frac{1}{x} \right\}, B = \left\{ (x, y) \mid y < \frac{1}{x} \right\}, C = \left\{ (x, y) \mid y \geq \frac{2}{x} \right\},$$

$$D = \left\{ (x, y) \mid y < \frac{2}{x} \right\} \text{에 대하여 다음 포함관계 중 옳지 않은 것은?}$$

- ① $A \supset C$ ② $B \supset D$ ③ $A \cap B = \emptyset$
 ④ $C \cap D = \emptyset$ ⑤ $A - B = A$

해설

$y = \frac{1}{x} \dots$ ①, $y = \frac{2}{x} \dots$ ② 의 그래프는

다음 그림과 같다.

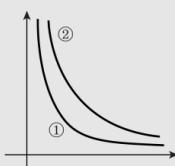
A의 영역이 C의 그것을 포함하므로 ①은 옳다.

D의 영역이 B의 그것을 포함하므로 ②는 옳지 않다.

A와 B는 만나지 않으므로 ③은 옳다.

C와 D는 만나지 않으므로 ④는 옳다.

A와 B는 만나지 않으므로 ⑤ 역시 옳다.



21. 임의의 양수 x 에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

(가) $f(2) = -3$
(나) 임의의 두 양수 x, y 에 대하여
 $f(xy) = f(x) + f(y)$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(1 \times 2) &= f(1) + f(2) \text{ 에서} \\ f(1) &= 0 \quad f(1) = f\left(\frac{1}{2} \times 2\right) \\ &= f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 0 \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) &= -f(2) = 3 \end{aligned}$$

22. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 라 할 때, $f(3x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면?

① $\frac{f(x)}{f(x)-1}$

② $\frac{3f(x)}{2f(x)+1}$

③ $\frac{f(x)}{f(x)+1}$

④ $\frac{3f(x)}{2f(x)-1}$

⑤ $\frac{f(x)}{2f(x)-1}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x = \frac{f(x)}{f(x)-1} \\ \therefore f(3x) &= \frac{3x}{3x-1} = \frac{3 \cdot \frac{f(x)}{f(x)-1}}{3 \cdot \frac{f(x)}{f(x)-1} - 1} \\ &= \frac{3f(x)}{2f(x)+1} \end{aligned}$$

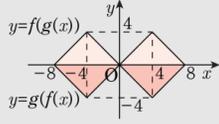
23. 함수 $f(x) = 4 - |x|$, $g(x) = -4 + |x|$ 에서, $y = f(g(x))$ 와 $y = g(f(x))$ 로 둘러싸여있는 영역의 넓이는?

- ① 36 ② 64 ③ 72 ④ 54 ⑤ 108

해설

i) $y = f(g(x)) = 4 - |-4 + |x||$ 에서
 $x \geq 4$ 일 때, $y = 4 - (-4 + x) = -x + 8$
 $0 \leq x < 4$ 일 때, $y = 4 + (-4 + x) = x$
 $-4 \leq x < 0$ 일 때, $y = 4 + (-4 - x) = -x$
 $x < -4$ 일 때, $y = 4 - (-4 - x) = x + 8$

ii) $y = g(f(x)) = -4 + |4 - |x||$ 에서
 $x \geq 4$ 일 때, $y = -4 - (4 - x) = x - 8$
 $0 \leq x < 4$ 일 때, $y = -4 + (4 - x) = -x$
 $-4 \leq x < 0$ 일 때, $y = -4 + (4 + x) = x$
 $x < -4$ 일 때, $y = -4 - (4 + x) = -x - 8$



그림의 색칠 부분 넓이를 계산하면
 $\therefore 8 \times 8 = 64$

24. 함수 $y = ||x| - |x - 2||$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M + m$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

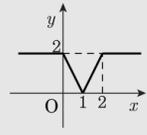
$y = ||x| - |x - 2||$ 에서

(i) $x < 0$ 일 때, $|x| = -x$, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = |-x + x - 2| = 2$

(ii) $0 \leq x < 2$ 일 때, $|x| = x$, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = |x + x - 2| = 2|x - 1|$

(iii) $x \geq 2$ 일 때, $|x| = x$, $|x - 2| = x - 2$ 이므로 $y = |x - x + 2| = 2$

(i), (ii), (iii)로부터 $y = ||x| - |x - 2||$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 최댓값은 2, 최솟값은 0 이므로 $M = 2$, $m = 0$ $\therefore M + m = 2$

25. 무리식 $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}} = p$, $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\dots}}}} = q$

라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(i) $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}} = x$ 라 두면
 $\sqrt{6 - x} = x$ 양변을 제곱하면
 $x^2 = 6 - x$, $x^2 + x - 6 = 0$, $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3, 2$
 여기서 $x > 0$ 이므로 $x = 2$
 $\therefore p = 2$

(ii) 주어진 식을 a 라 하면
 $2 - \frac{1}{a} = a$, $a^2 - 2a + 1 = 0$, $(a - 1)^2 = 0$
 $\therefore a = 1$ $\therefore q = 1$
 $\therefore p + q = 3$