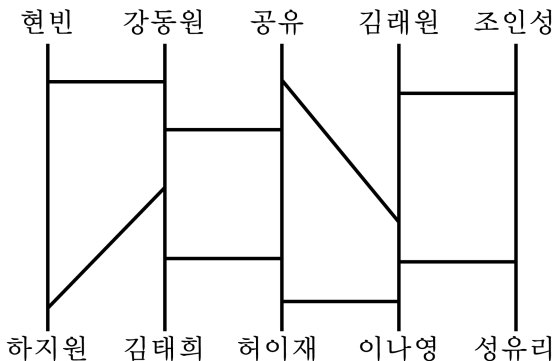


1. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



① 하지원

② 성유리

③ 이나영

④ 허이재

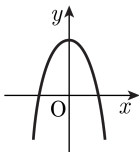
⑤ 김태희

해설

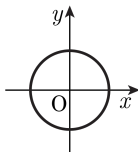
일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

2. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

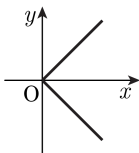
①



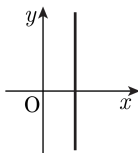
②



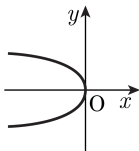
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

3. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $-a$

③ $a - 2b$

④ a

⑤ 0

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a - b| - |b| = (a - b) + b = a$$

4. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

5. $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x - 2} - 1$

② $y = \sqrt{-x - 4} + 2$

③ $y = -\sqrt{x} - 2$

④ $y = -\sqrt{x} + 2$

⑤ $y = -\sqrt{x - 2}$

해설

$y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 은 f 에 의하여

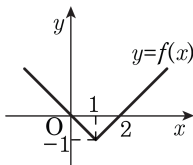
$$y - 1 = \sqrt{-(x + 2) + 2} + 1$$

$$\therefore y = \sqrt{-x} + 2$$

다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)} + 2$

$$\therefore y = -\sqrt{x} - 2$$

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



① $f(x) = |x + 1| + 1$

② $f(x) = |x + 1| - 1$

③ $f(x) = |x - 1| + 1$

④ $f(x) = |x - 1| - 1$

⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

7. 유리식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x-1}$

② $\frac{1}{x-1}$

③ $\frac{1}{x+1}$

④ $\frac{2x}{x+1}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1} \\ &= \frac{2x(x-1) + x(x+1) - (3x^2-2x+1)}{x^2-1} \\ &= \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

8. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x+1)(x+2)^2} \\ &= \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$$\therefore b = -1$$

$$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$$

9. 다음 분수식 $\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x^2 + 1}{x^2 x^2}$
④ $\frac{x^2 + 1}{x}$

② $\frac{x^2 - 1}{x^2 x^2}$
⑤ $\frac{x^2 - 1}{x}$

③ $\frac{x^2 + x + 1}{x}$

해설

$$\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2}{x - \frac{x}{x^2 + 1}} = \frac{x^2}{\frac{x^3}{x^2 + 1}} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

10. $x + y = 6$, $xy = 4$ (단, $x > y$) 일 때, $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ 의 값은?

① $\frac{2\sqrt{5}}{9}$

② $\frac{4\sqrt{5}}{9}$

③ $2\sqrt{5}$

④ $4\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$x + y = 6, \quad xy = 4 \quad (x > y) \text{ 이면}$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 36 - 16 = 20$$

$$\therefore x - y = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (\because x > y)$$

$$(\text{준 식}) = \frac{(x - y)^3 + 3xy(x - y)}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}$$

$$= \frac{\sqrt{20}^3 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{20}}{6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

11. A, B 두 마을의 인구의 비는 4 : 3, 남자의 비는 2 : 1, 여자의 비는 1 : 2 이고 A 마을의 총 인구가 6000 명일 때, A 마을의 여자의 수를 구하시오.

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 1000 명

해설

A 마을의 남자는 x 명, 여자는 y 명이라 하면

B 마을의 남자는 $\frac{x}{2}$ 명, 여자는 $2y$ 명

$6000 : (\text{B 마을의 총 인구}) = 4 : 3$ 에서

B 마을의 총 인구는 4500 명이다.

$$x + y = 6000, \quad x + 4y = 9000 \quad \therefore y = 1000(\text{명})$$

12. $x^2 - 6x + 1 = 0$ 일 때, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$x^2 - 6x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누어 정리하면

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = t \text{ 라 하면 } t^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$\therefore t = \pm 2\sqrt{2}$$

그런데 $\sqrt{x} > 0$, $\frac{1}{\sqrt{x}} > 0$ 이므로

$$t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$$

13. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$$

이 식이 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 과 같으므로

$$2+a=4, \quad b=-3$$

$$\therefore a=2, \quad b=-3$$

14. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$
 ④ $\left\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

15. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개

② 20 개

③ 25 개

④ 27 개

⑤ 30 개

해설

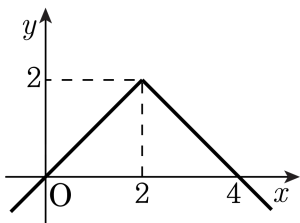
$f(-1) = f(1), f(0) = f(0)$ 이므로

A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

$\therefore 5 \times 5 = 25$ (가지)

16. $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$$f(x) = \begin{cases} y = x(x \leq 2) & \dots \textcircled{\text{㉠}} \\ y = -x + 4(x > 2) & \dots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}\text{에서는 } (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$$

$$\therefore x = 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉡}}\text{에서는 } (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(-x + 4) \\ &= -x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 3$$

실근의 개수 : 2 개.

17. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x - 9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x - 9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$

의 모든 근의 합을 구하여라. (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$2x - 9 = x \text{에서 } x = 9$$

$$\frac{2}{3}x - 9 = x \text{에서 } x = -27$$

따라서, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은

$$9 + (-27) = -18$$

18. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1. \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$y = x + \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$= 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y - 2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2} - 1\end{aligned}$$

19. $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때 $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 6}{x^4 + 2x^3 + 2x + 9}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$x = \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 에서}$$

$$x + 1 = \sqrt{2} \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\text{분자 : } x^3 + x^2 - 3x + 6$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x - 1) + 5 = 5$$

$$\text{분모 : } x^4 + 2x^3 + 2x + 9$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 1) + 10 = 10$$

$$\therefore \text{준식} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

20. 전체집합 $U = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ 의 부분집합

$$A = \left\{ (x, y) \mid y \geq \frac{1}{x} \right\}, B = \left\{ (x, y) \mid y < \frac{1}{x} \right\}, C = \left\{ (x, y) \mid y \geq \frac{2}{x} \right\},$$

$D = \left\{ (x, y) \mid y < \frac{2}{x} \right\}$ 에 대하여 다음 포함관계 중 옳지 않은 것은?

① $A \supset C$

② $B \supset D$

③ $A \cap B = \emptyset$

④ $C \cap D = \emptyset$

⑤ $A - B = A$

해설

$y = \frac{1}{x} \dots \textcircled{1}$, $y = \frac{2}{x} \dots \textcircled{2}$ 의 그래프는

다음 그림과 같다.

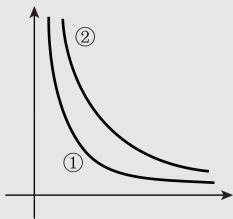
A의 영역이 C의 그것을 포함하므로 ①은 옳다.

D의 영역이 B의 그것을 포함하므로 ②는 옳지 않다.

A와 B는 만나지 않으므로 ③은 옳다.

C와 D는 만나지 않으므로 ④는 옳다.

A와 B는 만나지 않으므로 ⑤ 역시 옳다.



21. 임의의 양수 x 에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

(가) $f(2) = -3$

(나) 임의의 두 양수 x, y 에 대하여

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$f(1 \times 2) = f(1) + f(2) \text{ 에서}$$

$$f(1) = 0 \quad f(1) = f\left(\frac{1}{2} \times 2\right)$$

$$= f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -f(2) = 3$$

22. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 라 할 때, $f(3x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면?

① $\frac{f(x)}{f(x)-1}$

② $\frac{3f(x)}{2f(x)+1}$

③ $\frac{f(x)}{f(x)+1}$

④ $\frac{3f(x)}{2f(x)-1}$

⑤ $\frac{f(x)}{2f(x)-1}$

해설

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$\therefore f(3x) = \frac{3x}{3x-1} = \frac{3 \frac{f(x)}{f(x)-1}}{3 \frac{f(x)}{f(x)-1} - 1}$$

$$= \frac{3f(x)}{2f(x)+1}$$

23. 함수 $f(x) = 4 - |x|$, $g(x) = -4 + |x|$ 에서, $y = f(g(x))$ 와 $y = g(f(x))$ 로 둘러싸여있는 영역의 넓이는?

① 36

② 64

③ 72

④ 54

⑤ 108

해설

i) $y = f(g(x)) = 4 - |-4 + |x||$ 에서

$x \geq 4$ 일 때, $y = 4 - (-4 + x) = -x + 8$

$0 \leq x < 4$ 일 때, $y = 4 + (-4 + x) = x$

$-4 \leq x < 0$ 일 때, $y = 4 + (-4 - x) = -x$

$x < -4$ 일 때, $y = 4 - (-4 - x) = x + 8$

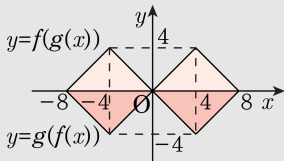
ii) $y = g(f(x)) = -4 + |4 - |x||$ 에서

$x \geq 4$ 일 때, $y = -4 - (4 - x) = x - 8$

$0 \leq x < 4$ 일 때, $y = -4 + (4 - x) = -x$

$-4 \leq x < 0$ 일 때, $y = -4 + (4 + x) = x$

$x < -4$ 일 때, $y = -4 - (4 + x) = -x - 8$



그림의 색칠 부분 넓이를 계산하면

$\therefore 8 \times 8 = 64$

24. 함수 $y = ||x| - |x - 2||$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M + m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

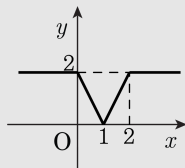
$y = ||x| - |x - 2||$ 에서

(i) $x < 0$ 일 때, $|x| = -x$, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = |-x + x - 2| = 2$

(ii) $0 \leq x < 2$ 일 때, $|x| = x$, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = |x + x - 2| = 2|x - 1|$

(iii) $x \geq 2$ 일 때, $|x| = x$, $|x - 2| = x - 2$ 이므로 $y = |x - x + 2| = 2$

(i), (ii), (iii)로부터 $y = ||x| - |x - 2||$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 최댓값은 2, 최솟값은 0 이므로 $M = 2$, $m = 0$ $\therefore$
 $M + m = 2$

25. 무리식 $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}} = p$, $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\ddots}}}} = q$

라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) $\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \dots}}}} = x$ 라 두면

$\sqrt{6 - x} = x$ 양변을 제곱하면

$$x^2 = 6 - x, \quad x^2 + x - 6 = 0, \quad (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, 2$$

여기서 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

$$\therefore p = 2$$

(ii) 주어진 식을 a 라 하면

$$2 - \frac{1}{a} = a, \quad a^2 - 2a + 1 = 0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1 \quad \therefore q = 1$$

$$\therefore p + q = 3$$