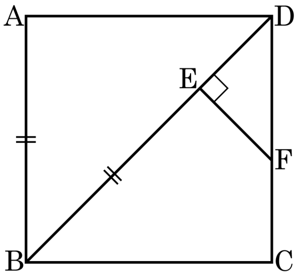
1. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형이고 대각선 BD 위에 $\overline{AB}=\overline{BE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, 점 E 에서 $\overline{BD}$ 의 수선을 그어 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 F 라고 할 때 $\overline{DE}+\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

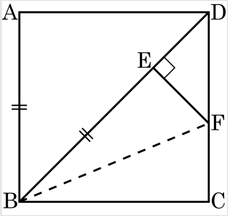
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle$BFE 와 $\triangle$BFC 에서

$\overline{BF}$ 는 공통, $\overline{BE}=\overline{BC}$, $\angle BEF=\angle BCF=90°$

$\triangle BFE \equiv \triangle BFC$ (RHS 합동)



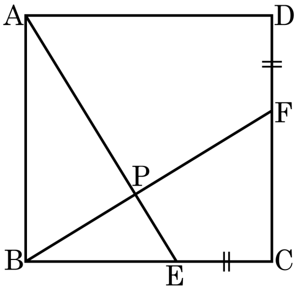
$\therefore \overline{EF}=\overline{FC}$

$\angle EDF = 90° \times \dfrac{1}{2} = 45°$ $\angle EFD = 180° - 90° - 45° = 45°$

$\therefore \overline{EF}=\overline{ED}$

$\therefore \overline{DE}+\overline{DF}=\overline{FC}+\overline{DF}=8(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 일 때, $\angle\mathrm{PAD} + \angle\mathrm{PFD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $180\,\underline{^\circ}$

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{BCF}$ 에서

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{BCF} = 90^\circ$

정사각형에서 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{BCF}$ (SAS 합동)

$\angle\mathrm{FBC} = \angle a$, $\angle\mathrm{BFC} = \angle b$ 라 하면 $\angle\mathrm{BAE} = \angle a,\ \angle\mathrm{AEB} = \angle b$

$\therefore \angle\mathrm{PAD} + \angle\mathrm{PFD}$

$= (\angle\mathrm{BAD} - \angle\mathrm{BAE}) + (180^\circ - \angle\mathrm{BFC})$

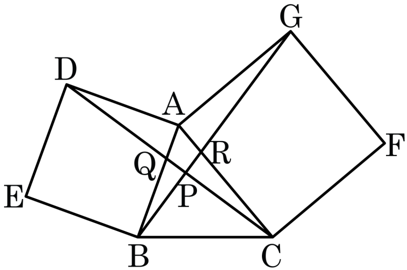
$= (90^\circ - \angle a) + (180^\circ - \angle b)$

$= 270^\circ - (\angle a + \angle b)$

$= 270^\circ - 90^\circ$

$= 180^\circ$

3. 아래 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외부에 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 ADEB, ACFG 를 그리고, $\overline{CD}$ 와 $\overline{BG}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\angle BPC$ 의 값을 구하여라.

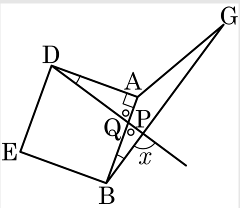


▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle BPC$ 를 x 하자. $\triangle ADQ$ 와 $\triangle PBQ$ 에서



$\angle AQD = \angle BQP$ (맞꼭지각)

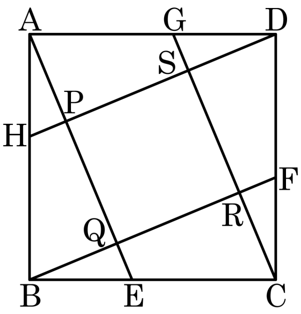
$\angle ADQ + \angle DAQ = \angle QBP + \angle QPB$

$\angle ADQ = \angle QBP$ 이므로,

$\angle DAQ = \angle QPB = 90°$

$\therefore x = 90$

4. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 각각 변 BC, CD, DA, AB 를 5 : 7 로 내분하는 점이고, $\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{13}{5}$ 이다. $\overline{AP} + \overline{PH} = \overline{PQ}$ 라고 할 때, 사각형 ABCD 와 PQRS 의 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : □ABCD : □PQRS = 576 : 169

해설

△ABE 와 △BCF 에서 □ABCD 가 정사각형이므로
$\overline{AB} = \overline{BC}, \overline{BE} = \overline{CF}$, $\angle ABE = \angle BCF = 90°$
$\therefore$ △ABE ≡ △BCF (SAS 합동)
따라서 $\angle AEB + \angle CBF = \angle AEB + \angle BAE = 90°$ 이므로 $\angle PQR = 90°$ 이다.
같은 방법으로 $\angle QRS = \angle RSP = \angle SPQ = 90°$
또, △ABE ≡ △BCF ≡ △CDG ≡ △DAH (SAS 합동) 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 이고,
△ABQ ≡ △BCR ≡ △CDS ≡ △DAP (ASA 합동) 에서 $\overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = \overline{AP}$ 이고,
△AHP ≡ △BEQ ≡ △CFR ≡ △DGS (SAS 합동) 에서 $\overline{HP} = \overline{EQ} = \overline{FR} = \overline{GS}$ 이다.
따라서, $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ 에서 각각 $\overline{AP} + \overline{EQ}, \overline{BQ} + \overline{FR}, \overline{CR} + \overline{GS}, \overline{DS} + \overline{HP}$ 를 빼고 남은 네 변의 길이는 서로 같으므로 $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP}$
따라서, 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 같으므로 □PQRS 는 정사각형이다.
$\overline{AH} = 5k, \overline{HB} = 7k$ 라 하면 $\overline{BE} = 5k, \overline{AE} = 13k$ 이다.
$\overline{PQ} = \overline{AE} - (\overline{AP} + \overline{QE}) = \overline{AE} - (\overline{AP} + \overline{PH}) = \overline{AE} - \overline{PQ} =$,
$2\overline{PQ} = \overline{AE} \quad \therefore \ \overline{PQ} = \frac{13}{2}k$
따라서 □PQRS $= (\frac{13}{2}k)^2$, □ABCD $= (12k)^2$ 이므로
□ABCD : □PQRS = 576 : 169