

1. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

2. $(x-2)+3yi=0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x-2=0, 3y=0$$

$$x=2, y=0 \rightarrow x+y=2$$

3. 다음 등식을 만족하는 실수 $x+y$ 의 값을 구하시오.

$$3x + 3 + (2y - 9)i = 9 + 5i$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

복소수가 서로 같을 조건에서

$$3x + 3 = 9, 2y - 9 = 5$$

이것을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 7$

4. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

- ① $2\sqrt{2} + 3i$ ② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ ③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$
④ $2\sqrt{3}i$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4} \\ & = \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \frac{2\sqrt{2}}{2i} \\ & = -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

5. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로
 $z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$
주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로
 $x^2 + y^2 = 4$

6. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a \geq 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a \geq 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

7. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$
(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$
(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
 $6 + (-4) = 2$

8. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

9. a, b 가 실수일 때, $(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0에서$$

$$(3a-3)+(4a-5b+6)i=0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a-3=0, 4a-5b+6=0$

$$\therefore a=1, b=2$$

따라서 $a+b=3$ 이다.

10. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

- ① $10-i$ ② $4i$ ③ $8i$ ④ $16i$ ⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

11. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켈레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.
 ㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.
 ㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
 ㉡ (생략)
 ㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$ (x, y 는실수)
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
 즉, $\alpha = 0$

12. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\sqrt{5}$ ③ 0 ④ ± 5 ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \\ z = \bar{z} \text{ 이면 실수이므로 허수부분이 } 0 \text{이다.} \\ \therefore a &= \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

13. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2 - 2i$

② $2 \pm 3i$

③ $2 \pm \sqrt{3}i$

④ $3 \pm 2i$

⑤ $4 \pm 3i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로
 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 에서
 $(a + bi)(a - bi) = 13$, $(a + bi) + (a - bi) = 4$
 $a^2 + b^2 = 13$, $2a = 4$
 $\therefore a = 2, b = \pm 3$
 $z = 2 \pm 3i$

14. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 2 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

15. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

16. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -\sqrt{2}$ ② $x = \sqrt{2}$ ③ $x = 0$
④ $x = 4 - \sqrt{2}i$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

17. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ &\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ &\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

18. x, y 가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{는 양의 실수})$$

19. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 를 구할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

$$(1 - 2xi)(2 - yi) = 6 - 2i \quad (\text{단, } x > 0)$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(2 - 2xy) - (4x + y)i = 6 - 2i$$

$$2 - 2xy = 6, \quad 4x + y = 2$$

연립하여 x 에 대해 정리하면

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1(x > 0), \quad y = -2$$

20. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

a_1, a_2, \cdots, a_n 중 1이 a 개, -1 이 b 개, $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \cdots + a_n &= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d \\ &= a - b + \sqrt{2}i(c - d) = 0 \end{aligned}$$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수
복소수의 상등에 의해 $a = b, c = d \cdots$ ①

$$\begin{aligned} a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 &= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d \\ &= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0 \end{aligned}$$

$$a + b = 2(c + d)$$

$$2a = 4c(\because \text{①})$$

$$\therefore a = 2c$$

$$\therefore a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$$

$$\therefore n = a + b + c + d = 6a, n \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

21. 복소수 z 의 켈레복소수를 \bar{z} 라 할 때, $(1+i)z-2\bar{z}=5-3i$ 를 만족하는 복소수 z 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2+i$ ④ $2-i$ ⑤ $1-2i$

해설

임의의 복소수 $z = a + bi, \bar{z} = a - bi$

$$(1+i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 5-3i$$

$$a+bi+ai-b-2ai-2b = 5-3i$$

$$(a-3b) + (-a+b)i = 5-3i$$

$$\begin{cases} a-3b=5 \\ -a+b=-3 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$\therefore z = 2 - i$$

22. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x-1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x-1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x-1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

23. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p+qi$ 이다. 이 때, $a+p+q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면
 $(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$
 $2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$
 $x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$
 $(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 1+i$
 $\therefore a+p+q = 3$

24. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① -5 ② -10 ③ -15 ④ -20 ⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$
ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -5$
i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

25. $w = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$ 일 때, $(w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}w &= \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ \therefore w^2 + w + 1 &= 0, \quad w^3 = 1 \\ \therefore (w + 2w^2)^2 + (2w + w^2)^2 & \\ &= (w - 2w - 2)^2 + (2w - w - 1)^2 \\ &= (-w - 2)^2 + (w - 1)^2 \\ &= w^2 + 4w + 4 + w^2 - 2w + 1 \\ &= 2w^2 + 2w + 5 \\ &= 2(w^2 + w + 1) + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$