1. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$ ② $-\sqrt{-a^2} = -a$
③ $-\sqrt{a^2} = -a$ ④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$
⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설
$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.
①$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$
② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
③ a
⑤ $-a$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + k - 5 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 9$ ② $k > 9$ ③ $k \leq 9$
④ $k < 9$ ⑤ $k > -9$

해설

이차방정식의 근이 없으므로
$D = (-4)^2 - 4(k-5) < 0$
$4 - k + 5 < 0$
$\therefore\ k > 9$

3. 다음 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 포갤 수 있는 그래프의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$
② $y = -2x^2 + 1$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$
④ $y = -2(2x+1)^2$
⑤ $y = 2x^2 - 5$

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

4. 다음은 이차함수 $y = 2x^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.

④ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

⑤ 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

해설

$y = 2x^2 - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 그래프를 y 축으로 -1 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, \ -1)$ 이고 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

5. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = -3x^2 + 6x - 5$
$= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5$
$= -3(x - 1)^2 - 2$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

6. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

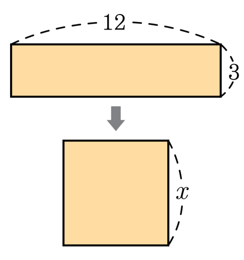
▷ 정답 : $a + 2b$

해설

$a > b$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2} = a - (-2b) = a + 2b$

7. 다음 그림과 같이 가로가 12이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36 의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36 의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x의 길이는 6이 된다.

8. 두 다항식 $x^2 - ax - 18$, $2x^2 - x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -3$

해설

$x^2 - ax - 18 = (x - 9)(x + 2)$
$-a = -9 + 2$, $a = 7$
$2x^2 - x + b = (x + 2)(2x + q)$
$q + 4 = -1$, $q = -5$
$b = 2 \times (-5)$, $b = -10$
$\therefore\ a + b = -3$

9. $x^2+2xy+y^2-5x-5y$를 인수분해하면?

① $(x+y)(x+y-5)$
② $(x+y)(x+y-10)$
③ $(x-y)(x+y-5)$
④ $(x-y)(x-y-5)$
⑤ $(x+y)(x-y+10)$

해설

$(x+y)^2-5(x+y)=(x+y)(x+y-5)$

10. 정수 x의 값의 범위가 $-2 \le x \le 2$일 때, 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$의 해를 구하면?

① $x = -1$
② $x = 1$
③ $x = 2$
④ $x = 1$ 또는 $x = 2$
⑤ $x = -2$ 또는 $x = 1$

해설

x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$이므로 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x = -1$이다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하였더니 꼭짓점이 $(-2,\ -6)$ 이었다. $2m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

평행이동시킨 그래프의 식이 $y = 2(x+2)^2 - 6$ 이므로 처음 식은

$$\begin{aligned} y &= 2(x+2+3)^2 - 6 + 2 \\ &= 2(x+5)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 20x + 46 \end{aligned}$$

$\therefore\ m = 20,\ n = 46,\ 2m - n = 40 - 46 = -6$

12. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $y=6x-14$ ② $y=2x+4$ ③ $y=2x+2$
④ $y=x+2$ ⑤ $y=x+4$

해설

꼭짓점은 $(2,\ 6)$,
$x=0$ 일 때 $y=4$ 이므로
y 축과의 교점은 $(0,\ 4)$
두 점 $(2,\ 6),\ (0,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{6-4}{2-0}=1$,
y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y=x+4$

13. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수 (점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답: 점

▶ 답: 점

▷ 정답: 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답: 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7}=80$,

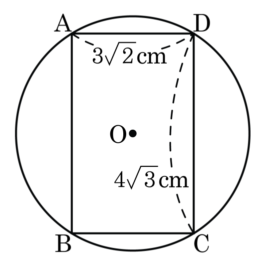
$a+b=157$ 이다.

$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7}=\frac{146}{7}$,

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75,\ b=82$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$cm , 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① $6\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$　② $12\sqrt{6}\pi\,\text{cm}^2$　③ $33\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^2$
④ $\dfrac{33}{2}\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $66\pi\,\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{66}\,\text{cm}$
이 원의 지름이 $\sqrt{66}\,\text{cm}$ 이므로
반지름은 $\dfrac{\sqrt{66}}{2}\,\text{cm}$ 이고 이 원의 넓이는
$\dfrac{\sqrt{66}}{2} \times \dfrac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \dfrac{33}{2}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

15. $\sqrt{90-x}-\sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5　② 9　③ 15　④ 26　⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

16. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A=x-2$ 로 치환하면
$(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$
$=Ax^2-3Ax-10A$
$=A(x^2-3x-10)$
$=A(x-5)(x+2)$
$=(x-2)(x-5)(x+2)$

17. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, −7 ② −7, 2 ③ −4, 9 ④ 3, −5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$

$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$

$x^2 + 5x - 14 = 0$

$(x+7)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = -7$ 또는 $x = 2$

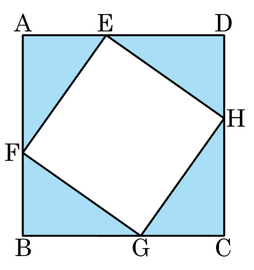
18. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$
$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$
따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

19. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. □ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{DE}}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

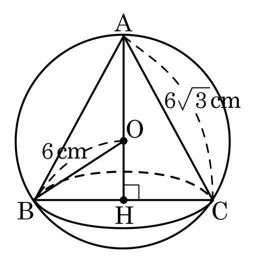
$\overline{\mathrm{AE}} = a$, $\overline{\mathrm{DE}} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 △AEF 의 넓이는 $\frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}ab$

□ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 이므로 $4(a+b) = 12\left(1+\sqrt{3}\right)$

따라서 $a+b = 3+3\sqrt{3}$, $ab = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 9 + 18\sqrt{3} + 27 - 18\sqrt{3} = 36$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\text{cm}^3$ ② $84\pi\,\text{cm}^3$
③ $87\pi\,\text{cm}^3$ ④ $90\pi\,\text{cm}^3$
⑤ $93\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle$OBH 에서 $\overline{\text{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\text{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\text{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\text{OH}})^2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\text{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{\text{OH}})^2$
$12\overline{\text{OH}} = 36 \quad \therefore \overline{\text{OH}} = 3\,(\text{cm})$
㉠에서 $\overline{\text{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore\ \overline{\text{BH}} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ (\text{cm}^3)$ 이다.

21. $\dfrac{\sqrt{9^{11}-81^5}}{\sqrt{27^6-9^8}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{9^{11}-81^5}}{\sqrt{27^6-9^8}} &= \frac{\sqrt{(3^2)^{11}-(3^4)^5}}{\sqrt{(3^3)^6-(3^2)^8}} \\ &= \frac{\sqrt{3^{22}-3^{20}}}{\sqrt{3^{18}-3^{16}}} \\ &= \frac{\sqrt{3^{20}(3^2-1)}}{\sqrt{3^{16}(3^2-1)}} \\ &= \sqrt{3^4} = 9\end{aligned}$$

22. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $\left(a - 2,\ a^2\right)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $\left(a - 2,\ a^2\right)$ 을 지나므로
$a(a - 2) - 2a^2 = -8$
$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$
$-a^2 - 2a + 8 = 0,\ a^2 + 2a - 8 = 0$
$(a + 4)(a - 2) = 0$
$\therefore\ a = -4$ 또는 $a = 2$
$ax - 2y = -8,\ y = \frac{a}{2}x + 4$ 이므로
$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.
$\therefore\ a = 2$

23. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 4$

$\therefore\ x+y+z = 12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3} = 2$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2 = 6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16 = 6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48 = 6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

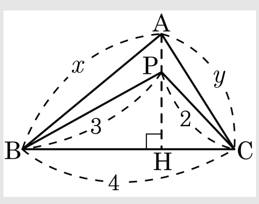
$\frac{x^2+y^2+z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18$ 이다.

24. $\overline{AB}+\overline{AC}=6$, $\overline{BC}=4$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 위의 한 점 P 를 $\overline{BP}=3$, $\overline{CP}=2$ 가 되도록 잡는다. 이때 $\overline{AB}^2-\overline{AC}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



다음 그림과 같이 변 AB 의 길이를 x, 변 AC 의 길이를 y 라 하면 $x+y=6$
선분 BH 의 길이를 a 라 하면 선분 HC 는 $4-a$ 이다.
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AH}^2=x^2-a^2$
$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH}^2=y^2-(4-a)^2$
$\therefore\ x^2-a^2=y^2-(4-a)^2\cdots$①

$\triangle$PBH 에서 $\overline{PH}^2=3^2-a^2$
$\triangle$PHC 에서 $\overline{PH}^2=2^2-(4-a)^2$
$\therefore\ 3^2-a^2=2^2-(4-a)^2\cdots$②
① − ② 를 하면 $x^2-3^2=y^2-2^2$ 이므로
$\overline{AB}^2-\overline{AC}^2=x^2-y^2=3^2-2^2=5$ 이다.

25. 대각선의 길이가 $16\sqrt{2}$ 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $512\sqrt{2}-512$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면
$a^2+a^2=512$, $\therefore\ a=16$
정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.
그런데 정사각형의 한 변의 길이가 16 이므로
$\frac{\sqrt{2}}{2}x+x+\frac{\sqrt{2}}{2}x=16$
$\therefore\ x=16(\sqrt{2}-1)$
따라서 정팔각형의 넓이
$16^2-\left\{\frac{1}{2}\times(16-8\sqrt{2})\times(16-8\sqrt{2})\right\}\times 4 = 256-256(3-2\sqrt{2})=512\sqrt{2}-512$ 이다.