

1. $x^2 - \frac{1}{4}x + a$ 이 완전제곱식이 되도록 a 값을 정할 때, $\frac{1}{a}$ 의 값은?

① $\frac{1}{128}$

② $\frac{1}{64}$

③ 0

④ 64

⑤ 128

해설

$$\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{64}$$

$$a = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{a} = 64$$

2. 다음 식 $a^2 - 64$ 를 인수분해하면?

① $(a + 8)(a - 8)$

② $(a + 32)(a - 2)$

③ $(a + 32)(a - 32)$

④ $(a + 8)(a + 8)$

⑤ $(a + 16)(a - 4)$

해설

$$a^2 - 64 = a^2 - 8^2 = (a + 8)(a - 8)$$

3. 다음 두 식 $8x^2 - 2$, $4x^2 - 4x + 1$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x - 1$

해설

$$8x^2 - 2 = 2(4x^2 - 1) = 2(2x + 1)(2x - 1)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$$

4. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로
 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

5. 네 수 a, b, c, d 의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 10이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10, b-10, c-10, d-10$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2}{4} = 5$$

$$\therefore (a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 = 20$$

6. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

7. $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 일 때, $\sqrt{3x+40}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 43$

▷ 정답: $x = 52$

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, \quad x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, \quad x = 52$$

8. $\frac{3}{5}x^2 = \frac{2}{3}x - a$ 의 근이 $x = \frac{b \pm \sqrt{7}}{9}$ 일 때, $3ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$9x^2 - 10x + 15a = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 9 \times 15a}}{2 \times 9} \\&= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 540a}}{18} \\&= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 135a}}{9}\end{aligned}$$

따라서 $25 - 135a = 7$ 이므로 $a = \frac{2}{15}$, $b = 5$ 이다.

$$\therefore 3ab = 3 \times \frac{2}{15} \times 5 = 2$$

9. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?

① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

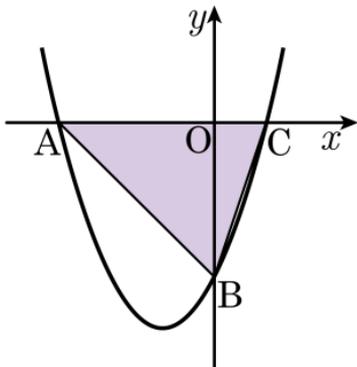
④ 위로 볼록한 그래프이다.

⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

10. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A(-3, 0), C(1, 0)$$

$$\therefore B(0, -3)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$$

11. 10개의 변량 x_1, x_2, \dots, x_{10} 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \dots, -3x_{10} + 1$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : -17

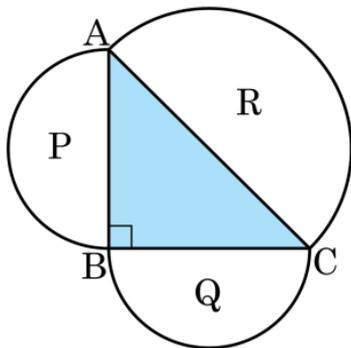
▷ 정답: 분산 : 45

해설

$$(\text{평균}) = -3 \cdot 6 + 1 = -17,$$

$$(\text{분산}) = (-3)^2 \cdot 5 = 45$$

12. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $\overline{BC} = 8$, $R = 16\pi$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 32

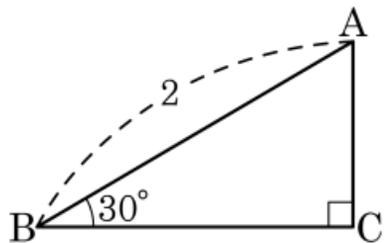
해설

$\overline{BC} = 8$ 이므로 $Q = 8\pi$ 이고 $R = P + Q$ 이므로 $P = 8\pi$

따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$ 이 되어 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 =$

32

13. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 나머지 두 변의 길이의 합을 구하면?



① $1 + \sqrt{3}$

② $2 + 2\sqrt{3}$

③ $1 + 3\sqrt{3}$

④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

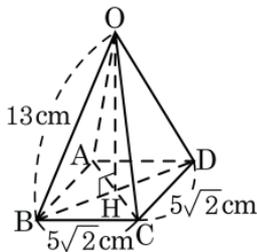
해설

$$1 : 2 = \overline{AC} : 2 \quad \therefore \overline{AC} = 1$$

$$\sqrt{3} : 1 = \overline{BC} : 1 \quad \therefore \overline{BC} = \sqrt{3}$$

$$\therefore 1 + \sqrt{3}$$

14. 밑면의 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$, 옆면의 모서리의 길이가 13 인 정사각뿔 O-ABCD 에서 $\triangle OBH$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

$$\overline{BD} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2} = 10$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5$$

$\triangle OBH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$\triangle OBH$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OH} + \overline{BH} + \overline{OB} = 12 + 5 + 13 = 30 \text{ 이다.}$$

15. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

16. \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

17. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

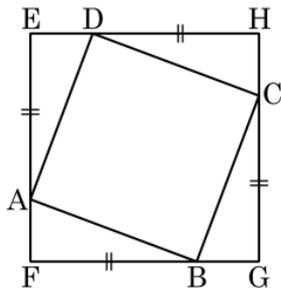
주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

18. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, \overline{BG} 의 길이는?



① 3 cm

② $\frac{7}{2}$ cm

③ 4 cm

④ 8 cm

⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} = 11 \text{ cm}$ 이다.

$\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

19. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

① 3, 4, 5

② 5, 12, 13

③ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

④ 4, 5, $\sqrt{41}$

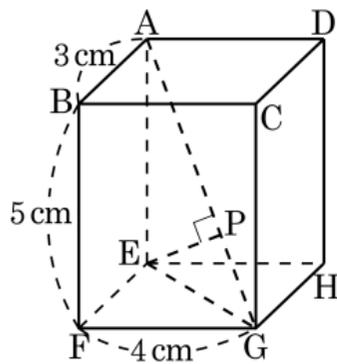
⑤ 2, 4, $2\sqrt{6}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 2^2 + 4^2 = 20 \neq (2\sqrt{6})^2 = 24$$

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E에서 대각선 AG에 내린 수선의 발을 P라 할 때, \overline{EP} 의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{2}$ cm
 ③ $3\sqrt{2}$ cm ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm
 ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm



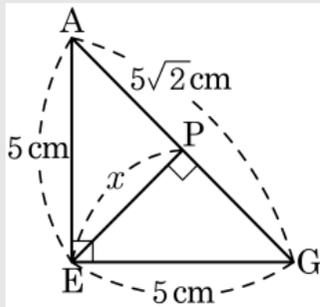
해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AE} \times \overline{EG} = \overline{AG} \times \overline{EP} \text{ 이므로}$$

$$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$$

$$x = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (cm) 이다.}$$



21. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 3x - 3a = 0$ 과 $2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. (단, $-4 < a < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x^2 - ax + 3x - 3a = 0$$

$$(x + 3)(x - a) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = a$$

$$2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$$

$$(x - a + 2)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = a - 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}$$

$$(ii) a - 2 = -3 \text{ 일 때, } a = -1$$

$$(iii) a = a - 2 \text{ 일 때, 해는 없다.}$$

따라서 $-4 < a < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

22. 연속하는 세 개의 짝수가 있다. 모든 수의 제곱의 합을 p , 세 개의 수를 모두 더한 값을 q 라 할 때, $p - q = 44$ 이다. 이때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

연속하는 세 개의 정수를 $n-2$, n , $n+2$ (단, n 은 정수)라 하면

$$(n-2)^2 + n^2 + (n+2)^2 = 3n^2 + 8 = p$$

$$(n-2) + n + (n+2) = 3n = q$$

$$\text{따라서 } p - q = 3n^2 - 3n + 8 = 44, \quad 3n^2 - 3n - 36 = 0, \quad n^2 - n - 12 = 0$$

$$\therefore n = 4$$

그러므로 가장 작은 수는 2 이다.

23. 민정이는 거리가 500m 인 A 코스로 분당 Vm 의 속력으로 산을 오르는 데 $(t + 10)$ 분이 걸렸다. 다시 산을 내려올 때는 거리가 600m 인 B 코스로 분당 $(v + 10)m$ 의 속력으로 $(t - 10)$ 분 걸려서 내려왔다. 이때, v 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

민정이가 A 코스로 산을 오를 때 분당 v m 의 속력으로 $(t + 10)$ 분이 걸렸으므로

$$v(t + 10) = 500$$

$$vt + 10v = 500, vt = 500 - 10v \cdots \text{㉠}$$

또한, B 코스로 산을 내려올 때 분당 $(v + 10)m$ 로 일정하게 움직여 $(t - 10)$ 분이 걸렸으므로

$$(v + 10)(t - 10) = 600$$

$$vt + 10t - 10v - 100 = 600 \cdots \text{㉡}$$

㉠식을 ㉡식에 대입하여 정리하면

$$t = 2v + 20 \cdots \text{㉢}$$

㉢식을 ㉠식에 대입하여 정리하면

$$v^2 + 15v - 250 = 0$$

$$\therefore v = 10 \text{ 또는 } v = -25$$

이때, $v > 0$ 이므로 분당 10m 이다.

24. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 170 개

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-6, 48), (6, 48)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-6 \leq x \leq 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 1, 2, ..., 6 의 6개가 있다.

(1) $y = 16$ 위에 있는 자연수인 점은 $(1, 16), (2, 16), \dots, (6, 16)$ 로 6 개가 있다.

(2) $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은 $(3, 12), (6, 48)$

의 2 개가 있다.

따라서

x 좌표가 6 일 때 : 1 개

x 좌표가 5 일 때 :

y 좌표는 34 부터 48 까지이므로 15 개

x 좌표가 4 일 때 :

y 좌표는 22 부터 48 까지이므로 27 개

x 좌표가 3 일 때 :

y 좌표는 12 부터 48 까지이므로 37 개

x 좌표가 2 일 때 :

y 좌표는 6 부터 48 까지이므로 43 개

x 좌표가 1 일 때 :

y 좌표는 2 부터 48 까지이므로 47 개

$\therefore 1 + 15 + 27 + 37 + 43 + 47 = 170$ (개)

25. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 $a, a + 50, b$ 인 삼각형이 직각 삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a + 50$ 이 빗변인 경우이다.

피타고라스 정리에 의해 $a^2 + b^2 = (a + 50)^2$

$$\therefore b = 10\sqrt{a + 25}$$

그런데 b 는 자연수이므로 $a + 25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.

이때, $a + 25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a + 25 = 36$ 에서 $a = 11$ 일 때이다.

따라서 b 의 최솟값은 $10\sqrt{11 + 25} = 60$ 이다.