

1. 다음 ()안에 알맞은 수는?

1, 5, 9, (), 17

- ① 10 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 16

해설

나열된 각 수는 $4n + 1$ 의 꼴이다.
따라서 ()안에 들어갈 수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

2. $\left\{\frac{1}{n(n+1)}\right\}$ 의 제 10항은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{11}$ ③ $\frac{1}{110}$ ④ $\frac{1}{111}$ ⑤ $\frac{1}{1010}$

해설

$$\frac{1}{10 \cdot 11} = \frac{1}{110}$$

3. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 6$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = 3, d = -3$ ② $a = 3, d = 3$ ③ $a = 6, d = 3$

④ $a = 9, d = 3$ ⑤ $a = 9, d = -3$

해설

$$\begin{aligned} a_n &= 3n + 6 \text{이므로} \\ a_1 &= 3 \cdot 1 + 6 = 9, \\ a_2 &= 3 \cdot 2 + 6 = 12 \text{이므로} \\ d &= a_2 - a_1 = 3 \end{aligned}$$

4. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -6n + 7$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 5$ ② $a = -1, d = 6$ ③ $a = 1, d = -5$

④ $a = 1, d = -6$ ⑤ $a = 2, d = 7$

해설

$$a_n = -6n + 7 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = -6 \cdot 1 + 7 = 1,$$

$$a_2 = -6 \cdot 2 + 7 = -5 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -6$$

5. 등차수열 10, 6, 2, -2, -6, ... 에서 공차를 d , 제 10 항을 b 라 할 때, $b + d$ 의 값은?

① -10 ② -20 ③ -30 ④ -40 ⑤ -50

해설

공차는 -4 이므로 $d = -4$

$$a_n = 10 + (n - 1)(-4) = -4n + 14$$

$$\therefore a_{10} = -4 \cdot 10 + 14 = -26 \text{ 에서 } b = -26$$

$$\therefore b + d = -26 + (-4) = -30$$

6. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14 ② 3, 17, 24 ③ 3, 17, 20
④ 7, 17, 24 ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

7. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로
 $2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$

8. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 + 7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{48}{10}$$

$$x + y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

9. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{ 2 \cdot (-4) + (17-1) \cdot 3 \}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 72$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{24}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 4a + 46d = 72$$

$$2a + 23d = 36$$

$$\begin{aligned} \therefore a_1 + a_2 + \dots + a_{24} &= \frac{24(2a + 23d)}{2} \\ &= 12 \times 36 \\ &= 432 \end{aligned}$$

11. 수열 $a, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, b, \dots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a+b$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\text{공차를 } d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a+b = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

12. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

- ① 제 9항 ② 제 10항 ③ 제 11항
④ 제 12항 ⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned} a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\ &= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\ &= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\ &= 199 - 3 \\ &= 196 \end{aligned}$$

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$
 $\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \text{㉠}$
 $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$
 $\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a_1 = 3$, $d = 5$
 $\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$

15. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면

305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

16. 이차방정식 $x^2-6x+4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

17. 등차수열을 이루는 세 수의 합이 12이고, 곱이 28일 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

등차수열을 이루는 세 수를 $a-b$, a , $a+b$ 라 하면 세 수의 합이 12이므로

$$(a-b) + a + (a+b) = 12, 3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

또한 세 수의 곱이 28이므로

$$(4-d) \times 4 \times (4+d) = 28, 16-d^2 = 7$$

$$d^2 = 9 \therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 세 수는 1, 4, 7이므로 이 중 가장 큰 수는 7이다.

18. 직각삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 이 직각삼각형의 넓이는?

① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

해설

직각삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이루므로

$a = b - 3, c = b + 3$ 으로 놓을 수 있다.

즉, 세 변의 길이는 $b - 3, b, b + 3$ 이고 빗변의 길이가 $b + 3$

이므로 피타고라스의 정리를 이용하면

$$(b + 3)^2 = (b - 3)^2 + b^2$$

$$b(b - 12) = 0$$

$$\therefore b = 12 (\because b > 0)$$

$$\text{이때, } a = b - 3 = 9$$

$$\text{따라서 주어진 직각삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=20$ 일 때, a_2+a_8 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 을 차례로 $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$ 로 놓으면
 $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a=20$
 $\therefore a=4$
이때, $a_2=a-3d, a_8=a+3d$ 이므로
 $a_2+a_8=2a=8$

20. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

21. 두 실수 a, b 에 대하여 $a, 6, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, $a, 4, b$ 는 그 역수가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

해설

$a, 6, b$ 가 등차수열을 이루므로 $\frac{a+b}{2} = 6$

$$\therefore a+b = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$\frac{1}{a}, \frac{1}{4}, \frac{1}{b}$ 이 등차수열을 이루므로

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$$

이때, $\textcircled{1}$ 에서

$$ab = 24 \cdots \textcircled{2}$$

따라서, $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 12^2 - 2 \times 24 = 96$$

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120일 때, $a_4 + a_7$ 의 값은?

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120이므로 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$\frac{10(2a+9d)}{2} = 120 \quad \therefore 2a+9d = 24$$

$$a_4 + a_7 = (a+3d) + (a+6d) = 2a+9d = 24$$

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = -n^2 + 2n$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -280

해설

$$\begin{aligned} & a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}) \\ &= (-20^2 + 2 \times 20) - (-10^2 + 2 \times 10) \\ &= -360 - (-80) = -280 \end{aligned}$$

24. 첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은

$$\frac{n\{2 \cdot 45 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} = n(47-2n)$$

$$n(47-2n) < 0 \text{에서 } n < 0 \text{ 또는 } n > \frac{47}{2}$$

$$n > 0 \text{이므로 } n > \frac{47}{2} = 23.5$$

따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제 24항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

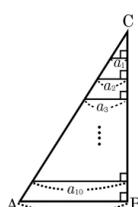
▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ S_{10} &= 10^2 + 20 - 1 = 119, \\ S_9 &= 9^2 + 18 - 1 = 98 \\ \therefore a_{10} &= 119 - 98 = 21 \end{aligned}$$

26. 오른쪽 그림과 같이 밑변 AB 의 길이가 40인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AC 를 11등분하여 변 AB 와 평행한 10개의 선분을 그려 그 길이를 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$a_1 + a_{10} = 40, a_2 + a_9 = 40, \dots, a_5 + a_6 = 40$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 40 \times 5 = 200$$

27. 첫째 날에 100 원, 둘째 날에 110 원, 셋째 날에 120 원 ... 과 같이 매일 10 원씩 늘려 30 일간 저금통에 넣으면 적립한 총액은?

- ① 6450 ② 7350 ③ 7450 ④ 8250 ⑤ 8450

해설

$$a = 100, d = 10$$

$$S_{30} = \frac{30 \{2 \times 100 + (30 - 1) \cdot 10\}}{2} = 7350$$

28. 등차수열 11, a_1 , a_2 , a_3 , \dots , a_{100} , 213에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$b_1 = 11, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

29. 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a : b : c$ 는? (단, $a < b < c$)

- ① 1 : 2 : 3 ② 2 : 4 : 6 ③ 3 : 4 : 5
 ④ 3 : 5 : 7 ⑤ 3 : 6 : 9

해설

세 수 a, b, c 가 등차수열을 이루므로 $2b = a + c \dots \textcircled{1}$
 한편, $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고 c 가 가장 긴 변의 길이이므로
 피타고라스의 정리에 의하여

$$a^2 + b^2 = c^2 \dots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 $b = \frac{a+c}{2}$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$a^2 + \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 = c^2$$

$$4a^2 + a^2 + 2ac + c^2 = 4c^2$$

$$5a^2 + 2ac = 3c^2$$

$$(5a - 3c)(a + c) = 0$$

이때, $a > 0, c > 0$ 이므로

$$5a - 3c = 0 \quad \therefore a = \frac{3}{5}c$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2b = \frac{3}{5}c + c = \frac{8}{5}c \quad \therefore b = \frac{4}{5}c$$

$$\text{따라서 } a : b : c = \frac{3}{5}c : \frac{4}{5}c : c = 3 : 4 : 5$$

30. 100 이하의 자연수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수의 합은?

- ① 1600 ② 1620 ③ 1650 ④ 1680 ⑤ 1700

해설

조건을 만족시키는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면 2, 5, 8, ..., 98이고 이것은 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룬다.

이 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 일반항 a_n 은

$$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$$

이때, 끝항 98은 $3n - 1 = 98$ 에서 $n = 33$ 이므로 98은 제 33항이다.

따라서 구하는 합을 S 라 하면

$$S = \frac{33(2+98)}{2} = 33 \cdot 50 = 1650$$

31. 첫째항이 37, 공차가 -5인 등차수열이 있다. 첫째항부터 제20항까지 각 항의 절댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 522

해설

주어진 수열의 제 n 항이 음수가 된다고 하면

$$a_n = 37 + (n-1) \cdot (-5) < 0$$

$$-5n + 42 < 0, n > \frac{42}{5} = 8.4$$

$$\therefore n = 9, 10, 11, \dots$$

따라서 주어진 수열은 제9항부터 음수가 되고, 이때

$$a_8 = -5 \cdot 8 + 42 = 2$$

$$a_9 = -5 \cdot 9 + 42 = -3$$

$$a_{20} = -5 \cdot 20 + 42 = -58$$

이므로 구하는 합은

$$(37 + 32 + 27 + \dots + 2) + (|-3| + |-8| + |-13| + \dots + |-58|)$$

$$= \frac{8(37+2)}{2} + \frac{12(3+58)}{2} = 156 + 366 = 522$$

32. 같은 크기의 통나무를 맨 아래 단에 $2n$ 개를 놓고, 위로 올라가면서 1 개씩 줄여서 n 단이 되도록 쌓으려고 한다. 그림은 맨 아래 단에 6 개를 놓고 3 단으로 통나무를 쌓은 것이다. 이와 같은 방법으로 맨 아래 단에 30 개를 놓고 15 단을 쌓을 때, 필요한 통나무의 개수를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 345 개

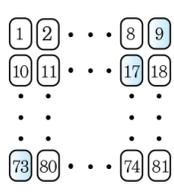
해설

통나무의 개수는 맨 아래 단부터 30, 29, 28, ... 이고, 모두 15 단이 있으므로 첫째항이 30, 공차가 -1, 항의 개수가 15인 등차수열의 항을 이룬다.

따라서 전체 통나무의 개수는

$$\frac{15 \cdot \{2 \cdot 30 + 14 \cdot (-1)\}}{2} = 345(\text{개})$$

33. 1부터 81까지 쓰여진 카드를 오른쪽 그림과 같이 배열하였다. 이때 오른쪽 대각선 방향(/)으로 배열된 카드에 쓰여진 수들의 합은?
- ① 367 ② 369 ③ 371
 ④ 373 ⑤ 375



해설

구하는 수열은 9, 17, 25, ..., 73으로 공차가 8인 등차수열이다.

따라서, 구하는 합은 $\frac{9(9+73)}{2} = 369$ 이다.