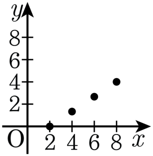
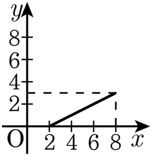
1. 일차함수 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 의 그래프는?

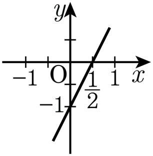
①



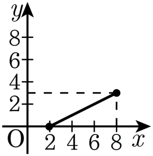
②



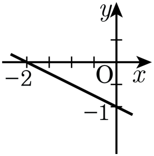
③



④



⑤



해설

일차함수 $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선을 찾거나
지나는 두 점을 구하여 그래프를 그려본다.

2. 두 일차함수 $y=-2x+6$과 $y=2x+6$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

조건에 맞는 도형을 그려보면 밑변의 길이와 높이가 각각 6, 6인 삼각형이므로

(넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$이다.

3. x 가 3 만큼 증가할 때, y 는 6 만큼 감소하고 점 $(-1,\ 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $3x-y+4=0$

② $6x-3y+7=0$

③ $6x+3y+3=0$

④ $3x-6y+3=0$

⑤ $3x+y+2=0$

해설

$$(\text{기울기})=\frac{(y\ \text{증가량})}{(x\ \text{증가량})}=-\frac{6}{3}=-2$$

$y=-2x+b$ 에 $(-1,\ 1)$ 을 대입

$1=-2\times(-1)+b,\ b=-1$

$y=-2x-1 \Rightarrow 2x+y+1=0 \Rightarrow 6x+3y+3=0$

4. 두 일차함수 $y=2x+b$, $y=ax+3$의 그래프가 서로 평행할 때, 상수 a와 b의 값은?

① $a=2, b=3$

② $a=-2, b=-3$

③ $a=2,\ b\neq 3$

④ $a\neq 2,\ b=3$

⑤ $a\neq 2,\ b\neq 3$

해설

두 그래프가 서로 평행하므로, 기울기는 같고 y절편은 다르다.

5. 동전을 1개 던져서 앞면이 나오면 3점을 얻고, 뒷면이 나오면 3점을 잃는다고 한다. 동전을 세 번 던졌을 때, 점수의 합이 3점이 될 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

모든 경우의 수 : $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)

점수의 합이 3점일 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)이 나오는 경우이다.

$\therefore$ (확률) $= \frac{3}{8}$

6. A, B, C, D 네 사람 중에서 세 사람을 뽑아서 일렬로 세울 때, A 가 맨 처음에 설 확률은?

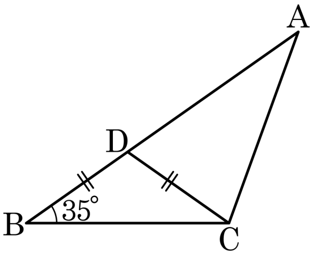
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A 가 맨 처음에 서고 뒤에 B, C, D 세 사람이 일렬로 서는 경우는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이고, 네 사람이 일렬로 서는 모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?



① 65° ② 75° ③ 85° ④ 95° ⑤ 105°

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle CAB = 35°$

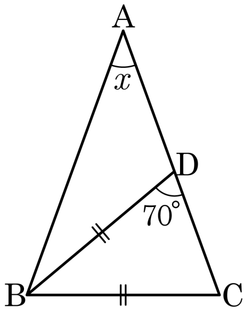
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$

또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = 35°$

$\therefore \angle ACD = 110° - 35° = 75°$

8. $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$ 가 되도록 AC 위에 점 D 를 잡을 때, $\angle x$ 의 값은?



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$ 이므로 이등변삼각형

$\angle BDC=\angle BCD=70°$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=70°$

따라서 $\angle x+\angle ABC+\angle ACB=180°$ 이므로

$\angle x+70°+70°=180°$

$\angle x+140°=180°$

$\therefore \angle x=40°$

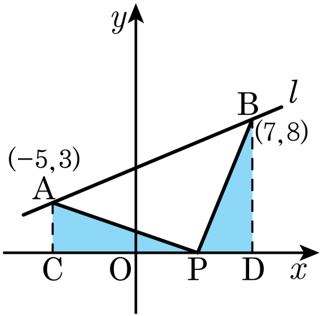
9. 일차함수 $y=-6x$의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 $(-1,\ -5)$, $(a,\ 5a)$를 지날 때, $a+b$의 값은?

① -5 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -15

해설

일차함수 $y=-6x$의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행이동한 함수는 $y=-6x+b$이고, 이 함수의 그래프가 $(-1,\ -5)$를 지나므로 $-5=-6\times(-1)+b$, $b=-11$이다.
따라서 평행이동한 함수는 $y=-6x-11$이고, 이 그래프 위에 점 $(a,\ 5a)$가 있으므로 $5a=-6\times a-11$이다.
$\therefore\ a=-1$

10. 다음 그림에서 $\triangle$APC 와 $\triangle$PDB 의 넓이는 같다. 점 P 의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라 할 때 $11a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$$\frac{1}{2}\times 3\times (a+5)=\frac{1}{2}\times 8\times (7-a)$$

$$3a+15=56-8a$$

$$\therefore 11a=41$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x+ay=1 \\ bx+y=8 \end{cases}$ 의 그래프를 그렸을 때 교점의 좌표가 $(3, 2)$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$(3, 2)$를 주어진 연립방정식에 각각 대입하면

$3+2a=1 \quad \therefore a=-1$

$3b+2=8 \quad \therefore b=2$

$\therefore \ ab=(-1)\times 2=-2$

12. 남자 3명, 여자 2명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, 남녀 각각 1명씩 뽑힐 확률은?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

해설

모든 경우의 수 : $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)

남녀 각각 1명을 뽑을 경우의 수 : $3\times2=6$(가지)

$\therefore \frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

13. 한 주머니 속에 크기와 모양이 같은 흰 공 3개와 검은 공이 2개가 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 차례로 두 번 꺼낼 때, 검은 공이 적어도 한 번 나올 확률을 구하면? (단, 꺼낸 공은 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는다.)

① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{16}{25}$ ③ $\frac{5}{21}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

해설

(검은 공이 적어도 한 번 나 올 확률)
= (검은 공이 한 번 나올 확률) + (검은 공이 두 번 나올 확률)
이므로

(검은 공이 한 번 나올 확률)$= \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{5}\right) = \frac{12}{25}$

(검은 공이 두 번 나올 확률)$= \frac{4}{25}$ 이므로

(검은 공이 적어도 한 번 나올 확률) $= \left(\frac{12}{25} + \frac{4}{25}\right) = \frac{16}{25}$

14. 푸른 구슬 4개, 붉은 구슬 3개, 흰 구슬 2개가 들어 있는 주머니에서 구슬을 두 번 꺼낼 때, 서로 같은 색의 구슬을 꺼낼 확률을 구하면? (단, 처음에 꺼낸 구슬은 주머니에 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{7}{18}$

해설

푸른 구슬을 2번 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72}$

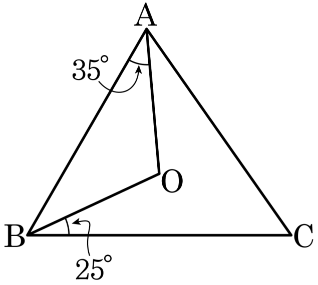
붉은 구슬을 2번 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{6}{72}$

흰 구슬을 2번 꺼낼 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{72}$

따라서 서로 같은 색의 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{12}{72} + \frac{6}{72} + \frac{2}{72} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

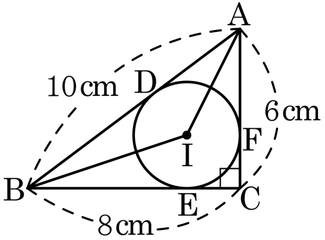
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

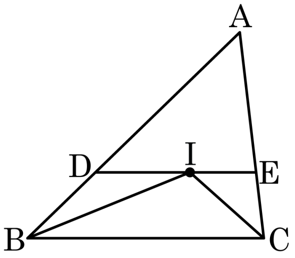
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times r \times (10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,

($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 17(\mathrm{cm})$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm 이므로

($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 17 + \overline{BC} = 25(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = 25 - 17 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

18. 길이가 15cm, 20cm 인 두 개의 양초 A, B 에 불을 붙였더니 A 는 1 분에 0.3cm, B 는 1 분에 0.5cm 씩 길이가 줄어들었다. 동시에 불을 붙였을 때, A, B 의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인지 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답 : ________분후

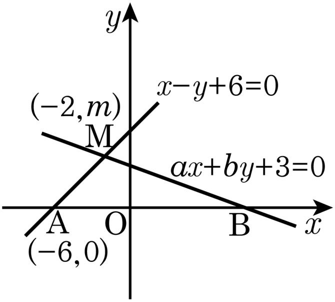
▷ 정답 : 25 분후

해설

x 분 후의 두 양초 A, B 의 길이 $y$cm 는 각각 $y = 15 - 0.3x$, $y = 20 - 0.5x$ 이다. 따라서 두 일차함수의 그래프의 교점은 (25, 7.5) 이므로 두 양초의 길이는 25 분 후에 같아진다.

19. 다음은 두 직선과 그 그래프를 나타낸 것이다. 이때, 교점 $\mathrm{M}(-2,\ m)$에서 만나고 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}}$이다. 이 때, abm의 값은?

$ax + by + 3 = 0$, $x - y + 6 = 0$



① $\frac{1}{2}$　② -2　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{5}$　⑤ $\frac{11}{9}$

해설

$x - y + 6 = 0$에 교점 $\mathrm{M}(-2,\ m)$을 대입하면, $-2 - m + 6 = 0$

$\therefore\ m = 4\quad \cdots$ ㉠

$\mathrm{A}(-6,\ 0)$이므로 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}}$에 의해서 $\overline{\mathrm{BO}} = 9$

$\therefore \mathrm{B}(9,\ 0)\quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 교점 $\mathrm{M}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(9,\ 0)$을 $ax + by + 3 = 0$에 대입하면

$-2a + 4b + 3 = 0$

$9a + 3 = 0$

$\therefore a = -\frac{1}{3},\quad b = -\frac{11}{12}$

따라서 $abm = \frac{11}{9}$이다.

20. 두 직선 $x-ay=2y,\ 2x+ay-1=y-1$ 이 좌표평면 위의 원점 외의 다른 점에서 만나기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -1

해설

두 직선의 방정식을 정리하면
$x-(a+2)y=0,\ 2x+(a-1)y=0$ 이고
이를 그래프로 나타내면 $mx+ny=0$ 의 꼴이므로 원점을 지나는 직선이다.
따라서 원점 이외의 다른 점에서 만나려면 두 직선은 일치해야 한다.
즉, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{-(a+2)}{(a-1)}$ 에서 $a-1=-2(a+2)$ 이다.
$\therefore a=-1$

21. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지 ② 14가지 ③ 16가지

④ 20가지 ⑤ 40가지

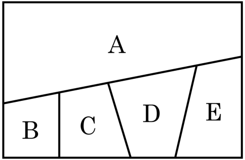
해설

갈 때 A → B → C : $2 \times 5 = 10$(가지)

돌아올 때 C → B → A : $4 \times 1 = 4$(가지)

따라서 $10 \times 4 = 40$(가지)이다.

22. 다음 그림과 같은 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}$ 의 5개의 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 색을 칠하려고 한다. 이웃하는 면은 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색을 여러 번 칠해도 좋다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$(가지)

23. 함수 $f(x)=ax+b$ 가 $f(0)=0$, $f(1)\le f(100)$, $f(100)\ge f(10000)$ 을 만족할 때, $f(999)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(1)\le f(100)$ 에서 $a+b\le 100a+b$ 이므로 $a\ge 0$

$f(100)\ge f(10000)$ 에서 $100a+b\ge 10000a+b$ 이므로 $a\le 0$

$\therefore\ a=0$

또한, $f(0)=b=0$ 에서 $b=0$

따라서 $f(x)=0$ 이므로 $f(999)=0$ 이다.

24. 한 번에 계단을 1 칸 또는 2 칸 오를 때, 12 계단을 오를 수 있는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 233 가지

해설

두 계단을 오르는 경우가 n 회라고 하면

(1) $n = 0$ 인 경우 1 가지

(2) $n = 1$ 인 경우 (2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) 을 나열하는 방법의 수이므로 11(가지)

(3) $n = 2$ 인 경우 (2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) 을 나열하는 방법의 수이므로

$$\frac{10 \times 9 \times \cdots \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (8 \times 7 \times \cdots \times 2 \times 1)} = 45(\text{가지})$$

(4) $n = 3$ 인 경우 (2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1) 을 나열하는 방법의 수이므로

$$\frac{9 \times 8 \times \cdots \times 2 \times 1}{(3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5 \times \cdots \times 2 \times 1)} = 84(\text{가지})$$

(5) $n = 4$ 인 경우 (2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1) 을 나열하는 방법의 수이므로

$$\frac{8 \times 7 \times \cdots \times 2 \times 1}{(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 70(\text{가지})$$

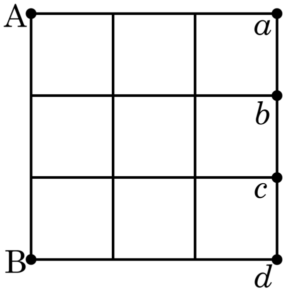
(6) $n = 5$ 인 경우 (2, 2, 2, 2, 2, 1, 1) 을 나열하는 방법의 수이므로

$$\frac{7 \times 6 \times \cdots \times 2 \times 1}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 21(\text{가지})$$

(7) $n = 6$ 인 경우 1가지

따라서 (1) ~ (7) 에서 구하는 경우의 수는 $1 + 11 + 45 + 84 + 70 + 21 + 1 = 233$ (가지) 이다.

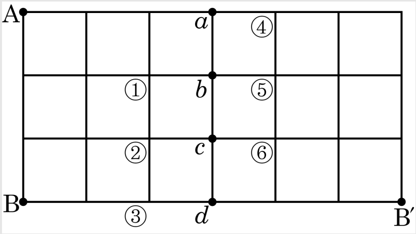
25. 다음 그림과 같이 A 에서 B 까지 최단 거리로 가려고 한다. 중간에 a, b, c, d 중 한 지점만 거쳐서 가는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 56 가지

해설



구하는 방법의 수는 위의 그림의 A 지점에서 B′ 지점까지 가는 경우의 수와 같다.

(1) a 지점만을 거치는 경우: A → a → ④ → B′ 의 경로와 동일하므로 $1 \times \dfrac{5!}{2!3!} = 10$ (가지)

(2) b 지점만을 거치는 경우: A → ① → ⑤ → B' 의 경로와 동일하므로 $\dfrac{3!}{1!2!} \times 1 \times \dfrac{4!}{2!2!} = 18$ (가지)

(3) c 지점만을 거치는 경우: A → ② → ⑥ → B′ 의 경로와 동일하므로 $\dfrac{4!}{2!2!} \times 1 \times \dfrac{3!}{2!1!} = 18$ (가지)

(4) d 지점만을 거치는 경우: A → ③ → B′ 의 경로와 동일하므로 $\dfrac{5!}{2!3!} \times 1 = 10$ (가지)

따라서 구하고자 하는 방법의 수는 $10 + 18 + 18 + 10 = 56$ (가지)이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)