

1. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로

$$2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$$

2. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 등차수열을 이루면 $4 - x$ 가 등차중항이므로

$$4 - x = \frac{(5 - 2x) + (6 + 3x)}{2}$$

$$2(4 - x) = 5 - 2x + 6 + 3x$$

$$8 - 2x = 11 + x$$

$$-3x = 3 \quad \therefore x = -1$$

3. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

4. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9항

② 제 10항

③ 제 11항

④ 제 12항

⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33\cdots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

5. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8항

② 제 9항

③ 제 10항

④ 제 11항

⑤ 제 12항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120일 때, $a_4 + a_7$ 의 값은?

① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 36

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120이므로 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$\frac{10(2a + 9d)}{2} = 120 \quad \therefore 2a + 9d = 24$$

$$a_4 + a_7 = (a + 3d) + (a + 6d) = 2a + 9d = 24$$

7. 등차수열 2, 5, 8, 11, ... 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $n(3n + 2)$

② $\frac{1}{2}n(3n + 1)$

③ $\frac{1}{3}n(n + 3)$

④ $n(2n - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}n(n + 1)$

해설

$a = 2$, $d = 5 - 2 = 3$ 이므로

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1) \cdot d\}}{2} \text{에 대입하면}$$

$$= \frac{n\{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3\}}{2}$$

$$= \frac{n(4 + 3n - 2)}{2}$$

$$= \frac{n(3n + 1)}{2}$$

8. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64

② 80

③ 92

④ 100

⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{ 에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{ 에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned} a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\ &= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\ &= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\ &= 199 - 3 \\ &= 196 \end{aligned}$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

11. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 31$$

$$a_{11} = a + 10d = 13$$

$$6d = -18$$

$$d = -3$$

$$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$$

$$\therefore a_n = 43 + (n - 1) \times (-3)$$

$$= -3n + 46$$

$-3n + 46 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$46 < 3n$$

$$15.\overline{3} < n$$

$$\therefore n = 16$$

12. 등차수열 $30, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, -10$ 의 합이 210이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

첫째항이 30, 끝항이 -10 이고 항수가 $n+2$ 인 등차수열의 합이 210이므로

$$\frac{(n+2)\{30+(-10)\}}{2} = 210$$

$$n+2=21 \quad \therefore n=19$$

따라서 끝항은 주어진 수열의 제 21 항이므로

$$-10 = 30 + (21-1)d \quad \therefore d = -2$$

13. 두 수 2와 12 사이에 8개의 수를 넣어서 만든 수열 $2, a_1, a_2, \dots, a_8, 12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} & 2 + a_1 + \dots + a_8 + 12 \\ &= \frac{10(2 + 12)}{2} = 70 \end{aligned}$$

$$\therefore a_1 + \dots + a_8 = 70 - 14 = 56$$

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 제 9항이 -8 이고, 첫째항부터 제 8항까지의 합이 44일 때, 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 최대가 되는가?

① 제5항

② 제6항

③ 제7항

④ 제8항

⑤ 제9항

해설

$$a_9 = a + 8d = -8$$

$$S_8 = \frac{8(2a + 7d)}{2} = 44$$

$$\begin{cases} 2a + 7d = 11 \\ 2a + 16d = -16 \end{cases}$$

$$9d = -27$$

$$d = -3$$

$$a = 16$$

$$a_n = 16 + (n-1) \cdot (-3)$$

$$= -3n + 19 < 0$$

$$19 < 3n$$

$$\frac{19}{3} < n$$

$\therefore$ 여섯번째 항까지의 합이 최대

15. 첫째항이 50이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13번째 항

해설

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n \{ 2 \cdot 50 + (n-1) \cdot (-4) \}}{2} \\ &= \frac{n(100 - 4n + 4)}{2} \\ &= \frac{n(-4n + 104)}{2} \\ &= n(-2n + 52) \\ &= -2n^2 + 52n \\ &= -2(n^2 - 26n + 13^2 - 13^2) \\ &= -2(n-13)^2 + 2 \times 13^2 \end{aligned}$$

$\therefore n = 13$ 일 때 최대