

1.  $A = \{a, b\}$ 이고,  $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $\{A\} = 2^A$       ②  $\{A\} \in 2^A$       ③  $\{A\} \subset 2^A$   
④  $A \subset 2^A$       ⑤  $\{A\} \notin 2^A$

해설

$2^A$ 는  $A$ 의 부분집합을 원소로 하는 집합이므로  
 $2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, A\}$   
따라서  $\{A\} \subset 2^A$ 이다.



3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①  $A = \emptyset$  이면  $n(A) = 0$
- ②  $A = B$  이면  $n(A) = n(B)$
- ③  $n(A) = n(B)$  이면  $A = B$
- ④  $A \subset B$  이면  $n(A) < n(B)$
- ⑤  $A \subset B$  이고  $B \subset A$  이면  $n(B) < n(A)$

해설

- ③  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{a, b\}$  일 때,  $n(A) = n(B)$  이지만  $A \neq B$  이다.
- ④  $A = B$  일 때,  $n(A) = n(B)$  이다.  $\therefore A \subset B$  일 때,  $n(A) \leq n(B)$
- ⑤  $A \subset B$  이고  $B \subset A$  이면  $A = B$  이므로,  $n(A) = n(B)$  이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $A \subset B$  이면  $A \cup B = A$  이다.
- ②  $A \subset (A \cup B)$
- ③  $A \cap B = B \cap A$
- ④  $A \cup \emptyset = A$
- ⑤  $A \cup A = A$

해설

①  $A \subset B$  이면  $A \cup B = B$

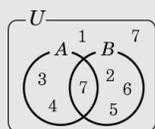


6. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \{3, 4\}$ ,  $B - A = \{2, 5, 6\}$ ,  $(A \cup B)^c = \{1\}$  일 때, 집합  $B$  를 나타낸 것으로 옳은 것은?

- ①  $\{2, 5, 6\}$       ②  $\{2, 5, 6, 7\}$       ③  $\{1, 2, 5\}$   
 ④  $\{1, 2, 5, 6\}$       ⑤  $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$

[별해]  $(A \cup B)^c = \{1\}$  이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  이다.

$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$

7. 두 집합  $A = \{1, 4, 6, 7, a\}$ ,  $B = \{2, 3, b, b+3\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{1, 5, 6\}$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 6      ④ 9      ⑤ 12

해설

집합  $A$ 에서  $a = 5$   
 $A \cap B = \{4, 7\}$ 이므로  
(i)  $b+3 = 4$ 일 때,  $b = 1$ 이므로  
 $B = \{1, 2, 3, 4\}$   $A \cap B = \{1, 4\}$  (×)  
(ii)  $b = 4$ 일 때,  
 $B = \{2, 3, 4, 7\}$   $A \cap B = \{4, 7\}$  (○)  
 $\therefore a+b = 5+4 = 9$

8. 다음은 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여 등식  $(A-B)-C = A-(B \cup C)$  임을 보이는 과정이다. ㉔에 알맞은 것은?

$$\begin{aligned}(A-B)-C &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (\text{㉔})^c \\ &= A - (B \cup C)\end{aligned}$$

- ①  $B^c$     ②  $C^c$     ③  $B \cap C$     ④  $B \cup C$     ⑤  $B - C$

해설

드모르간의 법칙에 의해  $B^c \cap C^c = (B \cup C)^c$





11. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때,  $p \Rightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

①  $P^c \cup Q$

②  $P \cup Q^c$

③  $P \cap Q$

④  $P^c \cap Q$

⑤  $P \cap Q^c$

해설

주어진 명제가 거짓이 되는 반례들이 속하는 집합으로  $P - Q = P \cap Q^c$

12. 두 명제 「 $p \leftrightarrow q$ 」, 「 $r \rightarrow \sim q$ 」가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

①  $q \rightarrow \sim r$

②  $p \rightarrow \sim r$

③  $q \leftrightarrow p$

④  $r \rightarrow p$

⑤  $r \rightarrow \sim p$

해설

- ① 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이므로  $r \rightarrow \sim q$  이면  $q \rightarrow \sim r$  이다.
- ②  $p \rightarrow q$ 이고  $q \rightarrow \sim r$  이면  $p \rightarrow \sim r$  (삼단논법)
- ③  $p \leftrightarrow q$  이면  $q \leftrightarrow p$
- ④ 반드시  $r \leftrightarrow p$  라고 말할 수는 없다.
- ⑤ 위의 ② 에서  $p \rightarrow \sim r$  이면  $r \rightarrow \sim p$

13. 다음 중에서  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이 아닌 것은? (단  $a, b, c$  는 실수)

①  $p : a = b, q : ac = bc$

②  $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$  또는  $b = 0$

③  $p : \triangle ABC$  는 이등변삼각형,  $q : \angle B = \angle C$

④  $p : a = 1, q : a^2 - 3a + 2 = 0$

⑤  $p : 0 < a < b, q : a^2 < b^2$

해설

①  $q : ac = bc \rightarrow a = b$  또는  $c = 0$  (참)

②  $a \neq 0$  그리고  $b \neq 0 \rightarrow a^2 + b^2 \neq 0$  (참)

③  $\angle B \neq \angle C \rightarrow \triangle ABC$  는 이등변 삼각형이 아니다. (거짓)

반례 :  $\angle C = \angle A$  인 이등변 삼각형

④  $q : a = 1, 2$  (참)

⑤  $(0 < a < b) \subset (a^2 < b^2 \Leftrightarrow 0 < a < b$  또는  $b < a < 0)$

14. 다음 중  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은? (단,  $x, y$ 는 임의의 실수)

- ㉠  $p : x^2 \leq 0 \quad q : x = 0$   
㉡  $p : x^2 + y^2 = 0 \quad q : xy = 0$   
㉢  $p : a, b$ 는 유리수  $q : a + b, ab$ 는 유리수

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 필요충분조건이다. ( $\because x$ 가 실수이다.)  
㉡  $q \Rightarrow p$  (반례) :  $x = 0, y = 1 \therefore$  충분조건이다  
㉢  $q \Rightarrow p$  (반례) :  $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$   
 $\therefore$  충분조건이다.

15. 실수  $x$ 에 대하여  $|x-1| < a$ 가  $-2 < x < 6$ 이기 위한 충분조건일 때,  $a$ 의 최댓값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$|x-1| < a \rightarrow -a+1 < x < a+1, -a+1 < x < a+1$ 이  $-2 < x < 6$  범위 안에 포함되어야 한다.  
 $-2 \leq -a+1 \rightarrow a \leq 3, a+1 \leq 6 \rightarrow a \leq 5 \therefore a \leq 3$

16. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $P, Q$ 가 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합이라고 하자. 조건  $p$ 가 'x는 소수'이고  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 집합  $Q$ 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ ,  $P \subset U$ ,  $Q \subset U$ 이고 조건  $p$ 가 'x는 소수' 이므로  $P = \{2, 3, 5, 7\}$   
 $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  $Q \subset P$   
따라서, 집합  $P$ 의 원소가 아닌 것은 집합  $Q$ 의 원소가 될 수 없다.

17. 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  이고 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때,  $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식  $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) &= g(0) = f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

18. 정의역이  $X$ 인 두 함수  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = 3x^2 - 2x$ 가 서로 같은 함수일 때, 집합  $X$ 로 적당한 것은?

- ①  $\{-1, 0, 1\}$       ②  $\{0, 1, 2\}$       ③  $\{1, 2, 3\}$   
④  $\{-2, 0, 2\}$       ⑤  $\{0, 1, 4\}$

해설

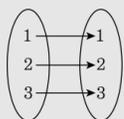
$f(x) = g(x)$  에서  
 $x^3 = 3x^2 - 2x$ ,  $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$   
 $x(x^2 - 3x + 2) = 0$ ,  $x(x-2)(x-1) = 0$   
 $\therefore x = 0, 2, 1$   
따라서 집합  $X$ 로 적당한 것은  $\{0, 1, 2\}$  이다.

19. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대해  $X$ 에서  $X$ 로의 함수 중 항등함수의 개수를  $a$ , 상수함수의 개수를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 는 얼마인가?

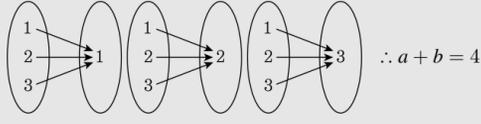
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**해설**

항등함수는  $1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 3$ 의 한 가지가 있고,



상수함수의 경우는  $(1, 2, 3) \rightarrow 1, (1, 2, 3) \rightarrow 2, (1, 2, 3) \rightarrow 3$ 의 3가지가 있다.



20. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서 집합  $B = \{a, b, c, d, e\}$  로의 일대일 대응  $f$  중  $f(1) = a, f(2) = b$  인  $f$  의 개수는?

- ① 4개    ② 6개    ③ 8개    ④ 12개    ⑤ 16개

해설

$f(1) = a, f(2) = b$  이므로  $f: A \rightarrow B$  가 일대일 대응이라면  
 $f(3)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2)$  의 값을 제외한 3 개,  
 $f(4)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2), f(3)$  의 값을 제외한 2 개,  
 $f(5)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2), f(3), f(4)$  의 값을 제외한 1 개이다.  
따라서, 일대일 대응  $f$  의 개수는  $3 \times 2 \times 1 = 6$  개

21. 함수  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = -2x + 1$  일 때,  $(f \circ g^{-1})(x)$  를 구하면?

- ㉠  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$       ㉡  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$       ㉢  $y = \frac{1}{2}x$   
㉣  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$       ㉤  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

해설

$$(g^{-1})(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g^{-1})(x) &= f(g^{-1}(x)) \\ &= \left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) - 2 \\ &= -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

22.  $f(x) = x^2 + 1(x \geq 0)$ ,  $g(x) = x^2 - 6x + 10(x \geq 3)$  에 대하여  $(f^{-1} \circ g)^{-1}(3)$  의 값을 구하면?

- ① 10      ② 6      ③ 4      ④ 3      ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(f^{-1} \circ g)^{-1} &= g^{-1} \circ f \\ \therefore (g^{-1} \circ f)(3) &= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(10) \\ g^{-1}(10) = k \text{ 라 하면, } &g(k) = 10 \text{ 이다.} \\ \therefore k^2 - 6k + 10 &= 10 \\ \therefore k = 6 \quad (\because k \geq 3)\end{aligned}$$

23. 함수  $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = 2|x - 2| - 4$ 의 그래프는

$y = 2|x|$ 의 그래프를

$x$ 축의 방향으로 2만큼,

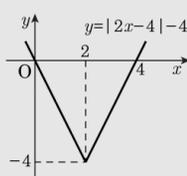
$y$ 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한

것이므로

다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이

$$\text{는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



24.  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 5$ 을 만족하는  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1+x-1=x \end{aligned}$$

$$\therefore x = 5$$

25.  $x + \frac{1}{x} = 2$ 일 때,  $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0 \times 2 = 0$$

26. 0이 아닌 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때,  $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면  $\frac{n}{m}$  ( $m, n$ 은 서로소인 정수)이다.  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

$$\text{세 식을 모두 더하여 정리하면 } x+y+z=9k$$

$$\text{다시 식에 대입하면 } x=3k, y=2k, z=4k$$

$$(\text{준식}) = \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$$

$$= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

27. 세 개의 숫자가 있다. 이들 중 서로 다른 두 수씩 더하면 각각  $a, b, c$  되고, 이 세수의 곱은 1이라 한다. 이때, 이들 세 수 중 서로 다른 두 수씩 곱한 수들의 역수의 합은?

①  $a+b+c$

②  $abc$

③  $ab+bc+ca$

④  $\frac{a+b+c}{2}$

⑤  $\frac{a+b+c}{3}$

해설

세 수를 각  $p, q, r$ 이라고 하면

$$\begin{cases} p+q=a \\ q+r=b \\ r+p=c \end{cases}$$

$$pqr=1, p+q+r=\frac{a+b+c}{2}$$

$$\frac{1}{pq} + \frac{1}{qr} + \frac{1}{rp} = \frac{p+q+r}{pqr} = \frac{a+b+c}{2}$$

28. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$  일 때,  $\sqrt{(a^3 - b^3)^2} - \sqrt{b^6}$

을 간단히 하면?

- ①  $a^3$       ②  $-a^3$       ③  $b^3$       ④  $-b^3$       ⑤ 0

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이려면}$$

$b > 0, a < 0$  이어야 한다

$$\therefore a^3 - b^3 < 0, b^3 > 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{(a^3 - b^3)^2} - \sqrt{b^6} &= |a^3 - b^3| - |b^3| \\ &= -a^3 + b^3 - b^3 \\ &= -a^3 \end{aligned}$$

29.  $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$  을 계산하면?

㉠  $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$

㉡  $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

㉢  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 5$

㉣  $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})$

㉤  $\frac{1}{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

30.  $x = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}}$ 일 때  $x^2 - 8x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}} \\&= \sqrt{10 + 8\sqrt{(2+1) + 2\sqrt{2} \cdot 1}} \\&= \sqrt{10 + 8(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} \\&= \sqrt{18 + 2\sqrt{32}} = \sqrt{(16+2) + 2\sqrt{16 \cdot 2}} \\&= \sqrt{16} + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2} \\ \therefore x - 4 &= \sqrt{2} \\ \text{양변을 제곱하면 } (x-4)^2 &= (\sqrt{2})^2 \\ x^2 - 8x + 16 &= 2 \\ \therefore x^2 - 8x &= -14\end{aligned}$$

31.  $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ,  $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$  일 때,  $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$  의 값을 구하면?

- ① 202      ② 204      ③ 206      ④ 208      ⑤ 210

해설

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2} = x$$

$$\begin{aligned}\sqrt{17-12\sqrt{2}} &= \sqrt{17-2\sqrt{72}} = \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{8})^2} \\ &= 3-2\sqrt{2} = y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 &= x^2(x+y) + y^2(x+y) \\ &= (x+y)(x^2+y^2)\end{aligned}$$

각각  $x, y$  를 대입하여 계산한다.

$$(x+y)(x^2+y^2) = 34 \times 6 = 204$$

32.  $y = \frac{2x}{2x+1}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3,  $y$ 축의 방향으로 2만큼

평행이동한 그래프는?

①  $y = 2 - \frac{2x}{2x-5}$   
③  $y = 3 - \frac{1}{2x-5}$   
⑤  $y = 3 + \frac{3x}{2x-5}$

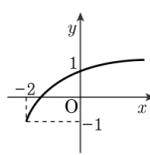
②  $y = 2 + \frac{2x}{2x-5}$   
④  $y = 2 + \frac{x}{2x-5}$

해설

$x \rightarrow x-3, y \rightarrow y-2$ 를 식에 대입하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x}{2x+1} = \frac{2(x-3)}{2(x-3)+1} + 2 \\ &= \frac{2x-6}{2x-5} + 2 \\ &= \frac{(2x-5)-1}{2x-5} + 2 \\ &= 3 - \frac{1}{2x-5} \end{aligned}$$

33. 함수  $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와  $x$ 축의 교점의 좌표는? (단,  $a, b, c$ 는 상수)



- ①  $(-\frac{3}{2}, 0)$       ②  $(-\frac{4}{3}, 0)$   
 ③  $(-\frac{5}{3}, 0)$       ④  $(-\sqrt{2}, 0)$   
 ⑤  $(-\sqrt{3}, 0)$

**해설**

함수  $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는  
 함수  $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로  $-b$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  
 $c$ 만큼 평행 이동시킨 것이므로  
 $b = 2, c = -1$   
 $\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$   
 한편, 이 그래프는 점  $(0, 1)$ 을 지나므로  
 $1 = a\sqrt{0+2} - 1$   
 $\therefore a = \sqrt{2}$   
 따라서, 함수  $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와  
 $x$ 축의 교점의  $x$ 좌표를 구하면  
 $0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$   
 $\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $x+2 = \frac{1}{2}$   
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$