

1. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

2. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합을 구하면

$\{2, 4\}$, $\{2, 4, 6\}$, $\{2, 4, 8\}$, $\{2, 4, 6, 8\}$ 이고 총 4개이다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 <보기> 중 서로소인 집합끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $A^c \cap B, B^c \cap A$

㉡ $A \cup B, A \cup B^c$

㉢ $A, A^c - B$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A^c \cap B = B - A, B^c \cap A = A - B$ 이므로 각각을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림1에서 $(A^c \cap B) \cap (B^c \cap A) = \emptyset$ 따라서 $A^c \cap B$ 와 $B^c \cap A$ 는 서로소이다.

㉡ 그림2에서 $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$ 즉, $A \cup B$ 와 $A \cup B^c$ 은 서로소가 아니다.

㉢ 그림3에서 $A \cap (A^c - B) = \emptyset$ 따라서 A 와 $A^c - B$ 는 서로소이다.

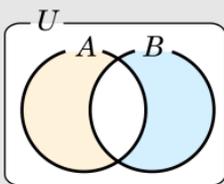


그림 1

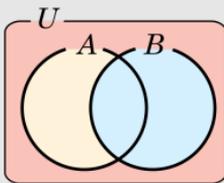


그림 2

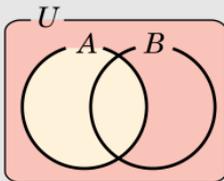
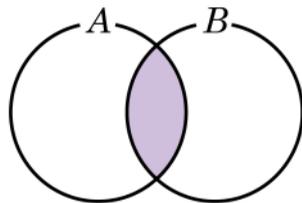


그림 3

4. 두 집합

$$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\},$$

$B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?



① 5

② 10

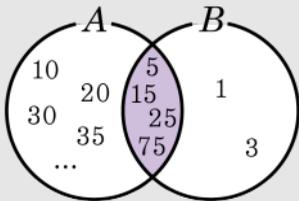
③ 15

④ 25

⑤ 75

해설

$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$, $B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \subset A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $A \subset B$

④ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

② $(A \cup B) \subset A, A \subset (A \cup B)$ 둘 다 성립한다.

③ $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $A \cap B = B, A \cup B = A$ 이므로

$$(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$$

6. N 중학교 1 학년 학생 100 명을 대상으로 설문 조사를 한 결과가 다음과 같을 때, 컴퓨터와 게임기를 모두 가지고 있는 학생은 몇 명인가?

㉠ 컴퓨터가 있는 학생 수 : 47 명

㉡ 게임기가 있는 학생 수 : 39 명

㉢ 컴퓨터 또는 게임기가 있는 학생 수 : 72 명

① 11 명

② 12 명

③ 13 명

④ 14 명

⑤ 15 명

해설

컴퓨터가 있는 학생의 집합을 A , 게임기가 있는 학생의 집합을 B 라 하자.

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 47 + 39 - 72 \\ &= 86 - 72 = 14(\text{명})\end{aligned}$$

7. 전체집합 $U = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}, B - A = \{7, 11\}, (A \cup B)^c = \{9\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 5\}$

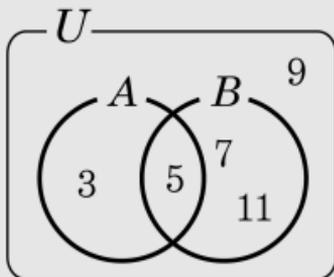
③ $\{2, 5\}$

④ $\{3, 4\}$

⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{3, 5\}$ 이다.



8. 10 보다 작은 자연수를 원소로 하는 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{3, 8, 9\}$, $A \cap B = \{5\}$, $A^c \cap B = \{1, 7\}$ 을 만족하는 집합 A 의 모든 원소의 합은?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

$$(A \cup B)^c = \{3, 8, 9\} \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A^c \cap B = B - A = B - (A \cap B)$$

$$= B - \{5\}$$

$$= \{1, 7\} \text{ 이므로}$$

$$B = \{1, 5, 7\}$$

$$\text{따라서 } A = \{2, 4, 5, 6\} \text{ 이므로}$$

$$A \text{ 의 모든 원소의 합은 } 2 + 4 + 5 + 6 = 17$$

9. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q ' 의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$

③ $-1 < x \leq 3$

④ $0 < x \leq 2$

⑤ x 는 모든 실수

해설

$\sim(\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데

$\sim q : x \leq 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$

$\leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$ 이고 $(x \leq 0$ 또는 $x > 2)$

$\leftrightarrow (-1 < x \leq 3$ 이고 $x \leq 0)$ 또는 $(-1 < x \leq 3$ 이고 $x > 2)$

$\leftrightarrow -1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$



10. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p: -1 < x < 4$, $q: a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

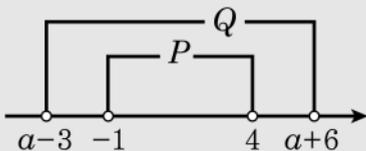
④ 6

⑤ 8

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$

$Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$



이때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 위 수직선에서 $a-3 \leq -1$ 이고 $a+6 \geq 4$ 이다.

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

따라서, a 의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

11. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

$$\text{㉠ } q \Rightarrow p$$

$$\text{㉡ } s \Rightarrow r$$

$$\text{㉢ } r \Rightarrow s$$

$$\text{㉣ } p \Rightarrow \sim s$$

$$\text{㉤ } q \Rightarrow \sim p$$

$$\text{㉥ } \sim r \Rightarrow \sim q$$

$$\text{㉦ } s \Rightarrow \sim p$$

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

㉡, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦이 참이다.

$p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로
그 각각의 대우도 참이다.

$$\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$$

$$p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s \text{ 이므로}$$

$$\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$$

$$s \Rightarrow q, q \Rightarrow r \text{ 이므로}$$

$$\therefore s \Rightarrow r$$

12. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

㉠ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$

㉢ $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

㉢ $p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건

13. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, x, y 는 실수)

① $p : a^2 = ab, q : a = b$

② $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$

③ $p : 0 < x < 1, q : x < 2$

④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$

⑤ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$

해설

① (반례) $a = 0$ 인 경우 필요조건만 성립

② (반례) $x = 3$ 인 경우 명제와 역 모두 성립하지 않는다.

③ (반례) 충분조건은 성립, 역에서는 $x = -1$ 인 경우가 반례이다.

⑤ (반례) $x = 10, y = 1.5$ 인 경우 성립하지 않는다.

14. $x + 3 \neq 0$ 이 $x^2 + ax - 6 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + ax - 6 \neq 0$ 이면 $x + 3 \neq 0$ 이다.(참)

대우 : $x + 3 = 0$ 이면 $x^2 + ax - 6 = 0$ 이다.(참)

$x^2 + ax - 6 = 0$ 에 $x = -3$ 대입 $\therefore a = 1$

부정문으로 된 명제는 대우를 사용하여 긍정문으로 바꾸면 판단하기가 쉬워진다.

15. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 10 \text{ 이므로 } 100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

$$\therefore M = 10, m = -10$$

$$\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$$

16. $f(2x - 1) = \frac{x - 5}{x - 1}$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하면?

① 5

② $\frac{7}{2}$

③ 0

④ -5

⑤ -7

해설

$$2x - 1 = -1 \text{ 에서 } x = 0$$

$$\therefore f(-1) = 5$$

17. 함수 $f : A \rightarrow B$ 에서 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 이고,
 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 일 때, $\{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 + \{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 이므로

$B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 에서 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 을 사용하여 $1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 을 만들 수 있는 경우는 더하는 순서에 상관없이 $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$ 으로 표현된다.

이 때, 정의역 중에서 $1, \sqrt{2}$ 에 대응하는 것은 1개이고 $\sqrt{3}$ 에 대응하는 것은 2개이어야 한다.

$$\begin{aligned} & \text{따라서 } \{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 + \{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2 \\ & = 1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = 9 \end{aligned}$$

18. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x - 5$ 일 때, $(f \circ f)(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -11

해설

$$(f \circ f)(x) = (x^3 + x^2 + x - 5)^3 \\ + (x^3 + x^2 + x - 5)^2 + (x^3 + x^2 + x - 5) - 5$$

$(f \circ f)(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 나머지 정리에 의하여 위의 식에 $x=1$ 을 대입한 것과 같다.

$$f(1) = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(f(1)) = (-2)^3 + (-2)^2 + (-2) - 5 = -11$$

19. 실수에서 정의된 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

20. 임의의 양수 a, b 에 대하여 $f(a) + f(b) = f(ab)$ 인 함수 $f(x)$ 가 있다.
 $f(2) = \alpha, f(3) = \beta$ 이고, f 의 역함수를 g 라 할 때, $g(\alpha + \beta)$ 의 값을
구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(a) + f(b) = f(ab)$ 에 $a = 2, b = 3$ 을 대입하면

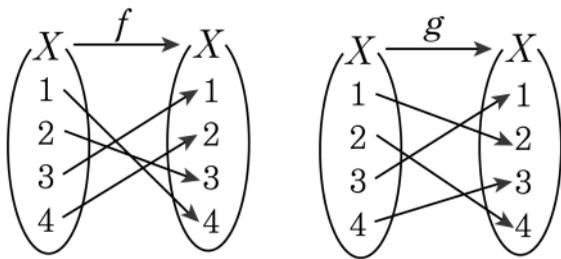
$$f(2) + f(3) = f(6)$$

$$\therefore f(6) = \alpha + \beta$$

$$\therefore f^{-1}(\alpha + \beta) = 6$$

$$\therefore g(\alpha + \beta) = 6$$

21. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$

$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(4) = 3$

22. $|x - 2| + 2|y| = 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m + 1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

함수 $|x - 2| + 2|y| = 2$ 의 그래프는

$|x| + 2|y| = 2$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이때, $|x| + 2|y| = 2$ 의 그래프는

$x + 2y = 2$ 의 그래프에서

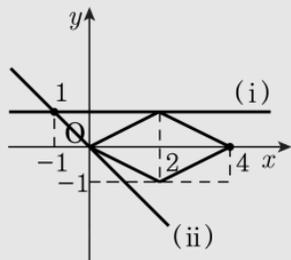
$x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을

각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한

것이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼

평행이동하면 $|x - 2| + 2|y| = 2$ 의 그래프는

다음 그림과 같다.



직선 $y = mx + m + 1$ 은 m 의 값에 관계없이

점 $(-1, 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i) $m \leq 0$

(ii) $y = mx + m + 1$ 이 원점을 지날 때

$0 = m + 1$ 에서 $m = -1$ 이므로 $m \geq -1$

(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$

따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

23. 분수식 $\frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{x-2}{x(x-1)}$

② $\frac{x+2}{x(x+1)}$

③ $\frac{x-2}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+2}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-2}{x(x-1)}$

해설

$$\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1},$$

$$\frac{2x-1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1},$$

$$\frac{3x^2+4x+2}{x^2+x} = 3 + \frac{x+2}{x^2+x} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) \\ &\quad - \left(3 + \frac{x+2}{x^2+x}\right) \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{x(x+1)}$$

$$= \frac{-x(x-1) + x(x+1) - (x-1)(x+2)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-x^2 + x + x^2 + x - x^2 - x + 2}{x(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-x^2 + x + 2}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{-(x^2 - x - 2)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{-(x-2)(x+1)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= -\frac{x-2}{x(x-1)}$$

24. $\frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ 을 만족하는 x 에 대하여 $[x]$ 의 값을 구하

면? ($[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} \\
 &= \frac{x+1}{2x+1} + 1 = \frac{x+1+2x+1}{2x+1} \\
 &= \frac{3x+2}{2x+1}
 \end{aligned}$$

$$\frac{3x+2}{2x+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$(2\sqrt{5} + 2 - 6)x = (3 - \sqrt{5})$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{3 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{(3 - \sqrt{5})(2\sqrt{5} + 4)}{(2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)} \\
 &= \frac{2(\sqrt{5} + 1)}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}
 \end{aligned}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3, \quad 3 < \sqrt{5} + 1 < 4$$

$$\frac{3}{2} < \frac{\sqrt{5} + 1}{2} < 2$$

$$[x] = \left[\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right] = 1$$

25. 유리수 $\frac{87}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{2}}}}}$ 로 나타낼 때, $a + b + c + d + e$

의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\frac{87}{19} = 4 + \frac{11}{19} = 4 + \frac{1}{\frac{19}{11}}$$

$$= 4 + \frac{1}{1 + \frac{8}{11}}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{1}{\frac{11}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

$$\therefore a = 4, b = 1, c = 1, d = 2, e = 1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + e = 9$$

26. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 3ab + b^2 = 0$ 이 성립할 때,
 $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

준식의 양변을 ab 로 나누면 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

따라서, 구하는 식의 값은 7이다.

27. $2x - y$ 의 $x + y$ 에 대한 비가 $\frac{2}{3}$ 일 때, x 의 y 에 대한 비는?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{4}{5}$

③ 11

④ $\frac{6}{5}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\frac{2x - y}{x + y} = \frac{2}{3}, \quad 3(2x - y) = 2(x + y), \quad 4x = 5y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

28. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 학생의 비는 3 : 2 이고 합격자의 남녀학생의 비는 6 : 5, 불합격자의 남녀 학생의 비는 12 : 7 이었다. 남학생의 합격률은 ?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{7}$

해설

	수험자	합격자	불합격자
남학생	$3k$	$6m$	$12n$
여학생	$2k$	$5m$	$7n$

$$3k = 6m + 12n \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2k = 5m + 7n \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 7 - \textcircled{㉡} \times 12 \text{ 에서 } -3k = -18m$$

$$\therefore \frac{m}{k} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{남학생의 합격률}) = \frac{6m}{3k} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

29. 다음 식이 성립하는 실수 x 의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$ 가 성립되지 않는 범위는
 $x+1 < 0$ 이고 $x-2 < 0$

$$\therefore x < -1$$

따라서 $x < -1$ 일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.

$\{x \mid x < -1\}$ 의 여집합 되어야 하므로

$\{x \mid x \geq -1\}$ 이고 실수 x 의 최솟값은 $\therefore -1$

30. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ $\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $4 + 2\sqrt{3}$

해설

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$$

$x^2 + y^2 = 4$, $xy = 1$, $x^2 - y^2 = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \\ &= \frac{2(x+y)}{x-y} = \frac{2(x+y)^2}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{2(x^2 + y^2 + 2xy)}{x^2 - y^2} = \frac{2(4 + 2)}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

31. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33\end{aligned}$$

32. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ 에 대하여 $(g \cdot f)(x) = x$ 를 만족하는 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(g \circ f)(x) = x$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = x$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{x+2}{2x-1}\right) = x$$

$\therefore g(1)$ 을 구하려면, $\frac{x+2}{2x-1} = 1$ 이 되어야 한다.

$$\Rightarrow x = 3 \quad \therefore g(1) = 3$$

33. 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$, $f(1) = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b \text{에서}$$

$$f(x+b) = \sqrt{x+a}-1$$

이 때, $f(1) = 0$ 이므로

위의 식에 $x = 1-b$ 를 대입하면

$$f(1-b+b) = \sqrt{1-b+a}-1$$

$$0 = \sqrt{1-b+a}-1, \sqrt{a-b+1} = 1$$

$$a-b+1 = 1$$

$$\therefore a-b = 0$$