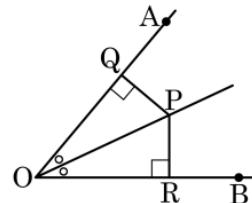


1. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P에서 두변 \overline{OA} , \overline{OB} 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\angle OQP = \angle ORP$ ㉡ $\angle AOP = \angle BOP$
㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$ ㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$
㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

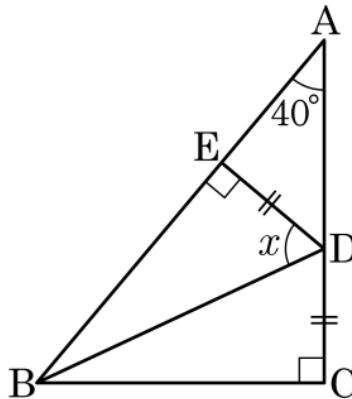
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

\overline{OP} 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \cong \triangle ROP$ 이다.
 $\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

2. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

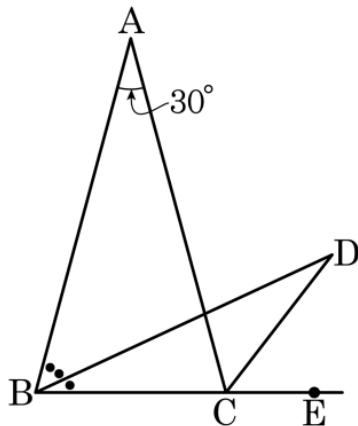


- ① 45° ② 50° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \cong \triangle BDC$ (RHS합동) 이므로,
 $\angle EBD = \angle CBD = 25^\circ$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65^\circ$

3. 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 삼등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 할 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



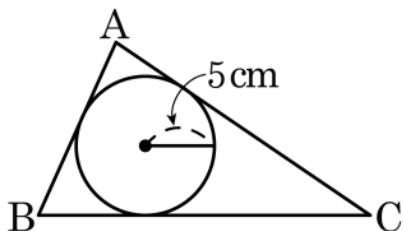
- ① 25° ② 27.5° ③ 30° ④ 32.5° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$ 이므로 $\angle DBC = 75^\circ \div 3 = 25^\circ$

그리고 $\angle ACE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, $\angle ACD = 105^\circ \div 2 = 52.5^\circ$
따라서 $\angle BDC = 180^\circ - (25^\circ + 75^\circ + 52.5^\circ) = 27.5^\circ$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다.
 $\triangle ABC = 120 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 48cm

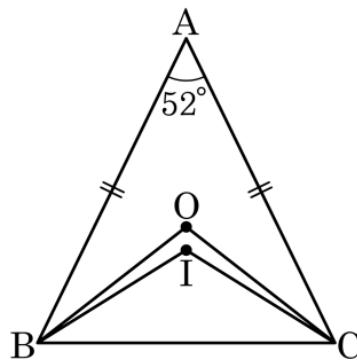
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$$

$$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$$

5. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 외심 O, 내심 I 라 할 때, $\angle OBI = (\quad)^\circ$ 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A = 52^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 104^\circ$$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$$

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

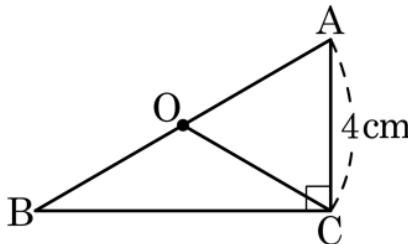
$$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$$

$$\therefore \angle BIC = 116^\circ$$

$$\angle IBC는 \angle ABC의 이등분이므로 \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ \text{ 이다.}$$

6. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30°
④ 40° ⑤ 알 수 없다.

해설

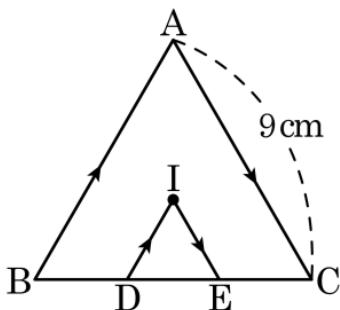
$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm} \text{이고}$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로 } \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm} \text{이다.}$$

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 점 I를 지나면서 \overline{AB} , \overline{AC} 에 평행한 직선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad) \text{cm}$ 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID$ ($\because \overline{AB} // \overline{ID}$) 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

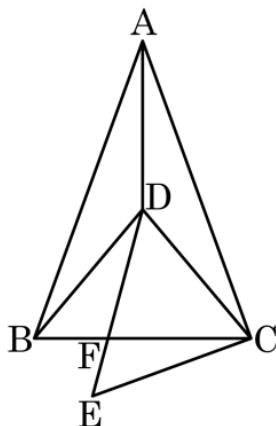
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ ($\because \overline{AC} // \overline{IE}$) 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) = $\overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3} \text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 삼각형 CDE 는 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle DCA = \angle FCE$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle CDE$ 를 구하여라.



▶ 답 :

$\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 55°

해설

$\angle DBC = \angle DCB = \angle a$ 라 하면

$\angle DBA = \angle DCA = 70^\circ - \angle a$

$$\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ = \angle DAB + \angle DAC$$

$$70^\circ - \angle a + 70^\circ - \angle a = 40^\circ$$

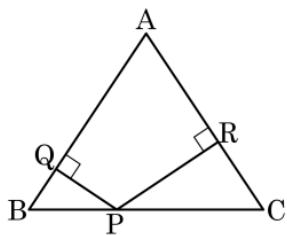
$$\therefore \angle a = 50^\circ, \angle DCA = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ$$

$\angle CDE = \angle x$ 라 하면

$$2\angle x + 50^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

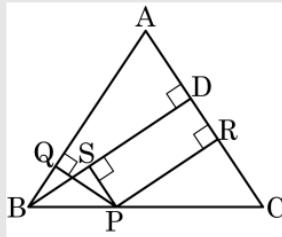
$$\therefore \angle x = 55^\circ \therefore \angle CDE = 55^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P에서 \overline{AB} , \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B에서 \overline{AC} 에 이르는 거리는?



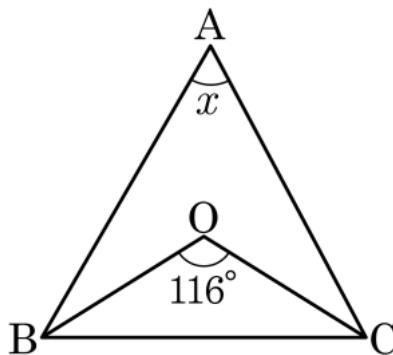
- ① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 D
 P에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 S라 하면
 $\angle BQP = \angle BSP \dots \textcircled{\text{1}}$
 \overline{BP} 는 공통이다. $\dots \textcircled{\text{2}}$
 $\angle BPS = \angle C$
 $\therefore \angle QBP = \angle SPB \dots \textcircled{\text{3}}$
 $\textcircled{\text{1}}, \textcircled{\text{2}}, \textcircled{\text{3}}$ 에 의하여
 $\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{QP} = \overline{SB} \dots \textcircled{\text{4}}$
 또, $\square SPRD$ 는 직사각형이므로
 $\overline{PR} = \overline{SD} \dots \textcircled{\text{5}}$
 $\textcircled{\text{4}}, \textcircled{\text{5}}$ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

10. 삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\angle BOC = 116^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 46° ② 50° ③ 58° ④ 64° ⑤ 116°

해설

$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC^\circ \text{]므로 } \angle BAC \times 2 = 116^\circ \\ \therefore \angle x = \angle BAC = 58^\circ$$

11. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

Ⓐ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$

Ⓑ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$

Ⓒ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$

Ⓓ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$

Ⓔ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$

Ⓕ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

① Ⓑ, Ⓒ

② Ⓓ, Ⓔ

③ Ⓑ, Ⓕ, Ⓗ

④ Ⓕ, Ⓙ

⑤ Ⓑ, Ⓒ, Ⓓ, Ⓔ, Ⓙ

해설

Ⓐ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$

Ⓑ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$

Ⓒ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$

Ⓓ $\frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$

Ⓔ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$

Ⓕ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

12. 복소수 $z = (1+i)x^2 + x - (2+i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 1

③ 1

④ 2

⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a+bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면

$$z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$$

이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$$

한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로

$z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.

$$\therefore x = -1$$

13. $a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \\ &\text{만약에 } a = 2 \text{가 되면 실수가 된다.} \\ &a \neq 2, \therefore a = -4 \end{aligned}$$

14. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

15. $(1+i)^6 - (1-i)^6$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 16

② -16

③ $16i$

④ $-16i$

⑤ 0

해설

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i,$$

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i$$

$$\begin{aligned}\therefore (1+i)^6 - (1-i)^6 &= \{(1+i)^2\}^3 - \{(1-i)^2\}^3 \\ &= (2i)^3 - (-2i)^3 \\ &= 8i^3 + 8i^3 \\ &= 16i^3 = -16i\end{aligned}$$

16. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② 1 - i ③ 1 + i ④ -2i ⑤ 2i

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

17. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\&= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \\&= \frac{8 - 12}{2} \\&= -2\end{aligned}$$

18. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의
켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉠ , ㉡

③ ㉡ , ㉢

④ ㉠ , ㉢

⑤ ㉠ , ㉡ , ㉢

해설

$$\alpha = a + bi \Rightarrow \bar{\beta} = a + bi$$

㉠ $\alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ 는 실수 (T), $\alpha\beta = a^2 + b^2 =$
실수

$$\therefore \alpha\beta = a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 0$$

$$\therefore \alpha = 0 \text{ (T)}$$

㉢ 반례: $\alpha = 1, \beta = i$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

19. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 10

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\&= \bar{\alpha}(\alpha + \beta) + \bar{\beta}(\alpha + \beta) \\&= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\&= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\&= (1 + i)(1 - i) \\&= 2\end{aligned}$$

20. 다음 등식을 만족하는 실수 x 의 값을 a , y 의 값을 b 라 할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.
(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$$

$$(\overline{x+yi}) = \frac{5(1-i)}{2+i} = 1-3i$$

$$x+yi = 1+3i$$

$$a=1, b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

21. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^7 + x^4 + 2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 + 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2 + 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$x^3 = x \cdot x^2 = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$= \frac{-1 + 3i^2}{4} = -1$$

$$\therefore x^7 + x^4 + 2 = (x^3)^2 \cdot x + x^3 \cdot x + 2 = x - x + 2 = 2$$

22. 0 이 아닌 실수 a 가 등식 $\frac{\sqrt{a+5}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+5}{a}}$ 를 만족할 때, $|a| + \sqrt{(a+5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a - 5$

② 5

③ $2a + 5$

④ -5

⑤ $2a$

해설

$$a+5 \geq 0, a < 0, -5 \leq a < 0$$

$$|a| + \sqrt{(a+5)^2} = -(a) + (a+5) = 5$$

23. $a - b < 0$ 이고 $\sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a - b)^2} - |a + b|$ 를 간단히 하면?

① b

② $2b$

③ $a - 2b$

④ $2a + b$

⑤ 0

해설

$$a - b < 0, \sqrt{a} \sqrt{b} = -\sqrt{ab} \text{ 이므로 } a < 0, b < 0$$

$$\text{따라서 } a - b < 0, a + b < 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(a - b)^2} - |a - b| &= |a - b| - |a + b| \\&= -(a - b) + (a + b) \\&= -a + b + a + b = 2b\end{aligned}$$