

1. 다음 식 중 옳지 않은 것은?

- ① $a^3 \times a^2 = a^5$ ② $a^3 \times a^4 = a^7$ ③ $x^4 \times x^3 = x^{12}$
④ $2^3 \times 2^2 = 2^5$ ⑤ $b^3 \times b^6 = b^9$

해설

- ① $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$
② $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$
③ $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$
④ $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
⑤ $b^3 \times b^6 = b^{3+6} = b^9$

2. 다음 식을 보고, a 의 값을 구하여라.

$$(x^2)^6 \div (x^2)^2 \div x^a = \frac{1}{x^5}$$

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$x^{12} \div x^4 \div x^a = x^{-5}$$

$$12 - 4 - a = -5$$

$$\therefore a = 13$$

3. 다음 중 옳은 것을 고르면?

$$\textcircled{1} \ (-a^2)^2 \times (2b)^3 = -4a^4b^3 \quad \textcircled{2} \ (-3y)^2 \times (-xy)^3 = -3x^3y^5$$

$$\textcircled{3} \ (-xy)^2 \times 2xy = 2x^2y^2 \quad \textcircled{4} \ \left(-\frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^3 = \frac{4}{b^3}$$

$$\textcircled{5} \ a^2 \times (-2b)^2 \times a^3 = 4a^5b^2$$

해설

$$\textcircled{1} \ (-a^2)^2 \times (2b)^3 = 8a^4b^3$$

$$\textcircled{2} \ (-3y)^2 \times (-xy)^3 = -9x^3y^5$$

$$\textcircled{3} \ (-xy)^2 \times 2xy = 2x^3y^3$$

$$\textcircled{4} \ \left(-\frac{1}{a}\right)^2 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^3 = \frac{8a}{b^3}$$

4. $18a^3b^3 \div 3a^2b \times 2b$ 를 간단히 하면?

- ① $3ab$ ② $6ab^2$ ③ $12ab^2$ ④ $3ab^3$ ⑤ $12ab^3$

해설

$$18a^3b^3 \times \frac{1}{3a^2b} \times 2b = 12ab^3$$

5. 다음 $\boxed{\quad}$ 에 알맞은 식을 써 넣어라.

$$(-2x^2y)^3 \times \boxed{\quad} = -4x^7y^6$$

- ① $-\frac{1}{4}xy^3$ ② $-\frac{1}{2}x^2y^3$ ③ $\frac{1}{2}x^2y^3$
④ $\frac{1}{2}xy^3$ ⑤ $\frac{1}{4}x^2y^6$

해설

$$(-2x^2y)^3 \times \boxed{\quad} = -4x^7y^6$$

$$\boxed{\quad} = -4x^7y^6 \div (-8x^6y^3) = \frac{1}{2}xy^3$$

6. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9b^{14}$ 이 성립할 때, $x \times y$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2x+1}b^{4y+6} = a^9b^{14}$$

$$2x + 1 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$4y + 6 = 14 \quad \therefore y = 2$$

$$\therefore x \times y = 4 \times 2 = 8$$

7. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① a^6 ② $2a^6$ ③ a^8 ④ $2a^8$ ⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

8. $4x^4 \div x^2 \div 2x$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x$

해설

$$4x^4 \div x^2 \div 2x = 2x^{4-2-1} = 2x$$

9. $81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -2 ⑤ -1

해설

$$81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$$

$$3^4 \times 3^{3x+2} \times \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^2}$$

양변에 3^3 을 곱하면

$$3^4 \times 3^{3x+2} = 3$$

$$4 + 3x + 2 = 1$$

$$\therefore x = -\frac{5}{3}$$

10. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

- ① $125x^6y^3$ ② $-125x^6y^3$ ③ $-125x^3y^6$
④ $125x^3y^6$ ⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3 x^6 y^3 = -125x^6y^3$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} & \left(\frac{2yz}{x}\right)^2 = \frac{4y^2z^2}{x^2} \\ \textcircled{3} & \left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = -\frac{x^2}{4y^4} \\ \textcircled{5} & \left(\frac{xy}{2}\right)^3 = \frac{x^3y^3}{8} \end{array}$$

해설

$$\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{4y^4} \text{ 이므로 옳지 않은 것은 } \textcircled{3} \text{ 이다.}$$

12. $\left(\frac{a^3b^{\square}}{a^{\square}b^2}\right)^4 = \frac{b^8}{a^4}$ 에서 □ 안에 공통적으로 들어갈 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\frac{b^8}{a^4} = \left(\frac{b^2}{a}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^4}{a^4b^2}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^{\square}}{a^{\square}b^2}\right)^4$$

13. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$ab = 4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1$$

14. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 값은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)

$$\left(\frac{x^a z^3}{cy^2}\right)^4 = \left(\frac{x^4 z^b}{81y^8}\right)$$

① $a = 1, b = 7, c = 3$ ② $a = 2, b = 12, c = 3$

③ $a = 1, b = 12, c = 9$ ④ $a = 1, b = 7, c = 3$

⑤ $a = 1, b = 12, c = 3$

해설

$$a \times 4 = 4, \quad a = 1$$

$$3 \times 4 = b, \quad b = 12$$

$$c^4 = 81, \quad c = 3$$

15. $\left(-\frac{y^2 z^b}{3x^a}\right)^3 = -\frac{y^d z^9}{cx^{12}}$ 을 만족하는 $a, b, c, d \geq 1$ 있을 때, $a - b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$\left(-\frac{y^2 z^b}{3x^a}\right)^3 = -\frac{y^6 z^{3b}}{27x^{3a}} = -\frac{y^d z^9}{cx^{12}}$$
$$\therefore c = 27, a = 4, b = 3, d = 6$$
$$a - b + c - d = 22$$

16. $4^3 \div 16 \times (-2)^2 = 2^\square$ 에서 $\boxed{\hspace{1cm}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$4^3 \div 16 \times (-2)^2 = (2^2)^3 \div 2^4 \times 2^2 = 2^{6-4+2} = 2^4$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(a^3)^2 \times a^3 = a^9$
② $(b^4)^2 \div b^4 = b^2$
③ $(c^3)^3 \times (ac^2)^2 \div a^2c^2 = c^{11}$
④ $(m^2)^5 \div m^5 = m^5$
⑤ $(n^3)^4 \div (n^4)^4 = \frac{1}{n^4}$

해설

$b^{4 \times 2} \div b^4 = b^{8-4} = b^4$ 이므로 ②가 답이다.

18. n 이 홀수 일 때,
 $(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$2n \text{의 짝수}, 2n+1 \text{은 홀수이므로}$$
$$(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1} = 1 - (-1) = 2$$

19. 5^5 을 25번 더하여 얻은 값을 5의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

- ① $5^5 + 25$ ② $5^5 \times 25$ ③ $\textcircled{3} 5^7$
④ $(5^5)^2$ ⑤ $(5^5)^{25}$

해설

$$5^5 \times 25 = 5^5 \times 5^2 = 5^7$$

20. 3^3 을 81번 더하여 얻은 값을 3의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

- ① $3^3 + 81$ ② 3×81 ③ $\textcircled{3} 3^7$
④ $(3^3)^2$ ⑤ $(3^3)^{25}$

해설

$$3^3 \times 81 = 3^3 \times 3^4 = 3^7$$

21. $3^2 = a$ 일 때, 27^4 을 a 를 사용하여 나타내면?

- ① a^2 ② a^3 ③ a^4 ④ $\textcircled{4} a^6$ ⑤ a^8

해설

$$27^4 = (3^3)^4 = 3^{12} = (3^2)^6 = a^6$$

22. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 8^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $8a^2$ ② $8a^3$ ③ $8a^4$ ④ $6a^2$ ⑤ $6a^3$

해설

$a = 2^{x-1} = 2^x \div 2$ 이므로 $2^x = 2a$ 이다.
 $8^x = (2^x)^3$ 이므로 $8^x = (2a)^3 = 8a^3$ 이다.

23. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 32^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면 $32a^x$ 이다. x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$a = \frac{1}{2} \times 2^x \quad \text{므로 } 2^x = 2a$$

$$\begin{aligned} 32^x &= (2^5)^x = 2^{5x} = (2^x)^5 \\ &= (2a)^5 = 2^5 \times a^5 = 32a^5 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 5$$

24. $3^2 = A$, $2^3 = B$ 라 할 때, 18^3 을 A , B 를 이용하여 나타내면?

- ① AB^3 ② A^3B ③ A^2B^3 ④ A^2B ⑤ A^3B^2

해설

$$18^3 = (2 \times 3^2)^3 = 2^3 \times (3^2)^3 = B \times A^3 = A^3B \text{ } \circ]$$

25. $4^3 = A$ 라 할 때, 16^6 을 A 를 이용하여 나타내면?

- ① A ② A^2 ③ A^3 ④ \textcircled{A}^4 ⑤ A^5

해설

$$16^6 = (4^2)^6 = 4^{12} = (4^3)^4 = A^4 \text{이다.}$$

26. $a = 3^{x-2}$ 일 때, 27^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $81a^2$ ② $243a^2$ ③ $81a^3$ ④ $243a^3$ ⑤ $729a^3$

해설

$$a = 3^{-2} \times 3^x = \frac{1}{9} \times 3^x$$
$$\therefore 3^x = 9a$$
$$27^x = 3^{3x} = (3^x)^3 = (9a)^3 = 9^3 a^3$$

27. 단항식 $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 을 계산하면?

- ① x^{14} ② x^{15} ③ x^{16} ④ x^{17} ⑤ x^{18}

해설

$$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$$

28. $(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \frac{27}{x^2 y^6}$ 일 때, $a^2 + b - c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(3x^a y^2)^b \div (x^2 y^c)^4 = \frac{27}{x^2 y^6} \text{을 정리하면}$$

$$\frac{3^b x^{ab} y^{2b}}{x^8 y^{4c}} = \frac{27}{x^2 y^6}$$

i) $3^b = 27$, $b = 3$

ii) x^{ab} 에서 지수 ab 는 6이 되어야 하므로

$$a = 2$$

iii) y^{4c} 에서 지수 $4c$ 는 12가 되어야 하므로

$$c = 3$$

$$\therefore a^2 + b - c = 4$$

29. $a^{13}b^9 \div (a^x b^3)^2 = a^3 b^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$a^{13}b^9 \div a^{2x}b^6 = a^3b^y$$

$$13 - 2x = 3, 9 - 6 = y$$

$$x = 5, y = 3$$

$$\therefore xy = 15$$

30. $42x^3y^2 \div 12xy^3 \div \frac{7x}{y}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{2}x$ ② $3x^2$ ③ $7xy$ ④ $\frac{2x}{3}$ ⑤ x^2y^3

해설

$$(\text{준식}) = 42x^3y^2 \times \frac{1}{12xy^3} \times \frac{y}{7x} = \frac{x}{2}$$

31. $12xy^2 \div 4x^3y \times 3xy$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{3y^2}{x}$ ② $\frac{9y^2}{x}$ ③ $\frac{1^3}{x}$ ④ $\frac{3y^2}{x^3}$ ⑤ $\frac{9}{x^2y}$

해설

$$12xy^2 \times \frac{1}{4x^3y} \times 3xy = \frac{9y^2}{x}$$

32. $(a^2b^4)^3 \times a^3b^2 \div (ab^3)^2$ 을 간단히 하면?

① a^6b^{10}

② $\textcircled{2} a^7b^8$

③ $a^{10}b^{16}$

④ $a^{11}b^5$

⑤ $a^{15}b^8$

해설

$$a^6b^{12} \times a^3b^2 \div a^2b^6 = a^7b^8$$

33. $\frac{2}{5}x^4 \times \frac{5}{6}x^3y \div \frac{1}{2}xy$ 를 계산하면?

- ① $\frac{x^5}{y}$ ② $\frac{x^2}{y^2}$ ③ $\frac{2}{3}x$ ④ $\frac{x^6}{3}$ ⑤ $\frac{2x^6}{3}$

해설

$$\frac{2}{5}x^4 \times \frac{5}{6}x^3y \times \frac{2}{xy} = \frac{2x^6}{3}$$

34. $-4ab \times \boxed{\quad} = 12a^3b^2$ 일 때, $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 식을 고르면?

- ① $-3a^2b$ ② $-3ab^2$ ③ $-a^2b$
④ a^2b ⑤ $3a^2b$

해설

$$\boxed{\quad} = \frac{12a^3b^2}{-4ab} = -3a^2b$$

35. $3ab^2 \div \boxed{\quad} = 4a^3b$ 일 때, $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 식을 골라라.

① $12a^2bc$

② $\frac{bc}{12a^2}$

③ $\frac{3b}{4a^2}$

④ $\frac{4b}{3a^2c}$

⑤ $\frac{12b}{a^2c}$

해설

$$3ab^2 \times \frac{1}{\boxed{\quad}} = 4a^3b$$

$$\boxed{\quad} = \frac{1}{4a^3b} \times 3ab^2 = \frac{3b}{4a^2}$$

36. 다음 중에서 $\boxed{\quad}$ 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짹지운 것을 모두 골라라.

$$\textcircled{①} \frac{2}{x^2} \times \boxed{\quad} = 18x \quad \textcircled{④} (3x)^2 \times \boxed{\quad} = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{②} 27x \div \boxed{\quad} = \frac{3}{x^2} \quad \textcircled{⑤} 6x^2 \div x^5 \div \boxed{\quad} = x$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ①

▷ 정답: ⑤

해설

$$\textcircled{①} \boxed{\quad} = 18x \times \frac{x^2}{2} = 9x^3$$

$$\textcircled{④} \boxed{\quad} = \frac{1}{x} \times \frac{1}{9x^2} = \frac{1}{9x^3}$$

$$\textcircled{②} \boxed{\quad} = 27x \times \frac{x^2}{3} = 9x^3$$

$$\textcircled{⑤} 6x^2 \div x^5 \div \boxed{\quad} = x^0 \text{ } \therefore \text{므로 } \frac{6}{x^3} \div \boxed{\quad} = x$$

$$\therefore \boxed{\quad} = \frac{6}{x^4}$$

따라서 $\boxed{\quad}$ 안의 식이 같은 것은 ①과 ⑤이다.

37. $-72x^2y^4 \div (12x^2y^3) \times \boxed{\quad} = -12xy$ 일 때, $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x$

해설

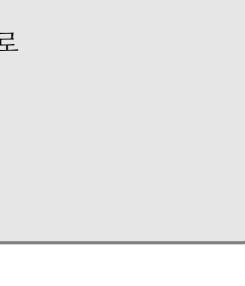
$$\begin{aligned}-72x^2y^4 \div (12x^2y^3) \times \boxed{\quad} &= -6y \times \boxed{\quad} \\&= -12xy\end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{\quad} = \frac{-12xy}{-6y} = 2x$$

38. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $2a$, 넓이가 $12ab^2$ 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 세로의 길이는?

① $6a$ ② $6a^2$ ③ $6b$

④ $6b^2$ ⑤ $6ab^2$



해설

(직사각형의 넓이) = (가로) × (세로) 이므로
세로의 길이를 x 라고 하면

$$12ab^2 = 2a \times x$$

$$x = \frac{12ab^2}{2a} = 6b^2$$

39. 정육면체의 곁넓이가 $\frac{27}{2}a^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이는?

- ① $\frac{3}{2}a$ ② $\frac{9}{4}a$ ③ $\frac{3}{2}a^2$ ④ $\frac{9}{4}a^2$ ⑤ $4a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 x 라고 하면
(정육면체의 곁넓이) = $x^2 \times 6$ 이므로

$$\frac{27}{2}a^2 = x^2 \times 6$$

$$x^2 = \frac{9}{4}a^2$$

따라서 정육면체의 한 변의 길이 $x = \frac{3}{2}a$ 이다.

40. 높이가 $6a$ cm인 원뿔의 부피가 $32\pi a^3 \text{ cm}^3$ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

- ① a cm ② $2a$ cm ③ $3a$ cm ④ $4a$ cm ⑤ $5a$ cm

해설

(원뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$ 이므로 밑면의 반

지름의 길이를 r cm, 밑면의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라고 하면 $x = \pi r^2$

$$32\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 6a$$

$$x = 32\pi a^3 \times \frac{1}{2a} = 16a^2\pi$$

$$16a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 4a$$

41. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a^6 \div a^3 = a^3$ ② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$
③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$ ④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$
⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

- ① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$
② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$
③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$
④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$
⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

42. 다음 $\boxed{\quad}$ 에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.
 $(-3x^{\square}y^2)^3 = -27x^{12}y^{\square}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 6

해설

$$x^{3 \times \square} = x^{12}$$

$$\therefore \boxed{\quad} = 4$$

$$y^{2 \times 3} = y^{\square}$$

$$\therefore \boxed{\quad} = 6$$

43. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$(준식) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \Rightarrow \frac{20a}{a} = 20$$

44. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

45. $f(x) = 3^x$ 이라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- Ⓐ $f(2) \times f(5) = f(7)$
- Ⓑ $f(6) \div f(3) = f(2)$
- Ⓒ $f(4) \times f(3) = f(12)$
- Ⓓ $f(9) \div f(3) \times f(1) = f(7)$
- Ⓔ $f(1) + f(1) + f(1) = f(2)$

해설

$$\text{② } f(6) \div f(3) = 3^6 \div 3^3 = 3^{6-3} = 3^3 = f(3)$$

$$\text{③ } f(4) \times f(3) = 3^4 \times 3^3 = 3^{4+3} = 3^7 = f(7)$$

46. $3^x \div 3^2 = 81, 3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$3^{x-2} = 3^4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3 \times 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6$$

$$\therefore x - y = 0$$

47. $2^8 \times 3^2 \times 5^{11}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$2^8 \times 3^2 \times 5^{11} = 3^2 \times 5^3 \times (2 \times 5)^8$$

$$= 1125 \times 10^8$$

따라서 12 자리의 자연수이다.

48. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답:

자리의 수

▷ 정답: 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned}2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\&= 10^{12} \times 5\end{aligned}$$

따라서 13 자리의 수이다.

49. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A

를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답:

▷ 정답: $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

50. 자연수 n 에 대하여 $f(3^n) = n$ 으로 정의한다. $f(x) + f(y) + f(27) = f(729)$ 일 때, 서로 다른 자연수 x, y 의 합을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 12

▷ 정답: 28

해설

$f(27) = f(3^3) = 3$, $f(729) = f(3^6) = 6$ 이므로

$f(x) + f(y) = 6 - 3 = 3$ 을 만족하는 $f(x), f(y)$ 는

$f(x) = 0, f(y) = 3$ 일 때, $x = 1, y = 27$

$f(x) = 1, f(y) = 2$ 일 때, $x = 3, y = 9$

$f(x) = 2, f(y) = 1$ 일 때, $x = 9, y = 3$

$f(x) = 3, f(y) = 0$ 일 때, $x = 27, y = 1$

따라서 $x + y = 28$, $x + y = 12$ 이다.