

1. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a , b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b) + x = 255, \quad 168 + x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

- ① 1 ② 1.2 ③ 1.4 ④ 1.6 ⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은
$$\frac{7+9+6+7+6}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.
따라서 분산은
$$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

3. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

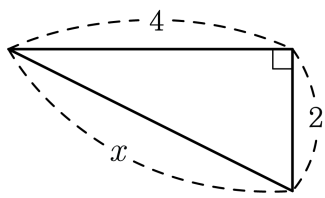
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E 이다.

4. 다음 그림에서 x 의 값은?



- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라

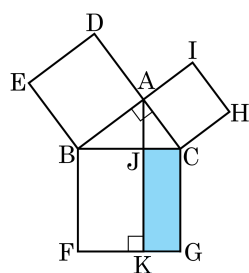
$$4^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 = 20$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\square JKGC$ 와 넓이가 같은 도형은?

- ① $\square DEBA$ ② $\square BFKJ$
 ③ $\square ACHI$ ④ $\triangle ABC$
 ⑤ $\triangle ABJ$



해설

$\square JKGC$ 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

6. 좌표평면 위의 두 점 A(-3, 4), B(6, x) 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x의 값을 모두 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$$

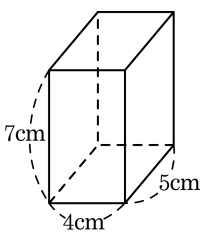
$$(4-x)^2 + 81 = 82$$

$$(4-x)^2 = 1$$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

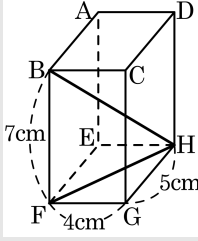
7. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?

- ① $4\sqrt{10}$ cm
- ② 5 cm
- ③ $3\sqrt{10}$ cm
- ④ 3 cm
- ⑤ $7\sqrt{10}$ cm



해설

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{7^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$



8. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $6\sqrt{3}$ 일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$
이므로 $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}$ 에서 $a = 6$ 이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

10. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 10 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 10}{5} = 4, a + b + 18 = 20$$

$$\therefore a + b = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + (a - 4)^2}{5} +$$

$$\frac{(b - 4)^2 + (10 - 4)^2}{5} = 4$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + 36}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a + b) + 70}{5} = 4$$

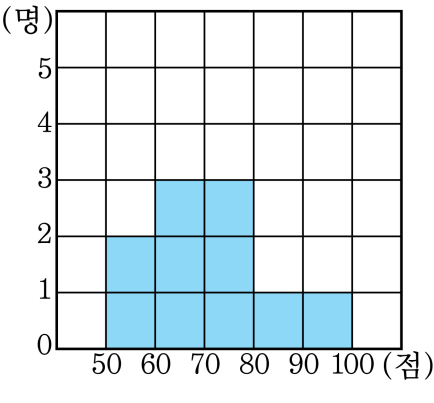
$$a^2 + b^2 - 8(a + b) + 70 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a + b) = -50 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a + b) - 50 = 8 \times 2 - 50 = -34$$

11. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

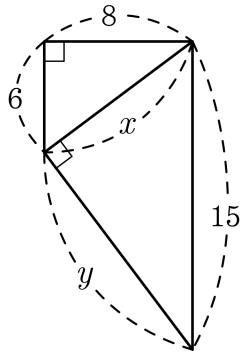
해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1}{10} + \frac{95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3}{10} + \frac{14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \frac{1440}{10} = 144$

12. 다음 그림에서 x , y 의 값을 각각 구하면?



① $x = 10$, $y = 5\sqrt{5}$

② $x = 5\sqrt{5}$, $y = 10$

③ $x = 10$, $y = 8$

④ $x = 5\sqrt{2}$, $y = 5\sqrt{5}$

⑤ $x = 10$, $y = 10$

해설

위 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이고,

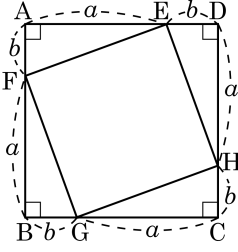
아래 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$$y^2 + x^2 = y^2 + 10^2 = 15^2$$

$$y^2 = 15^2 - 10^2 = 125$$

$y > 0$ 이므로 $y = 5\sqrt{5}$ 이다.

13. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?

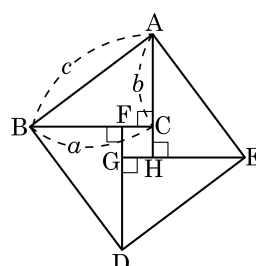


- ① $\sqrt{29} \text{ cm}^2$ ② 29 cm^2 ③ $2\sqrt{30} \text{ cm}^2$
 ④ 30 cm^2 ⑤ 31 cm^2

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF} = \sqrt{29} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다. 따라서 넓이는 29 cm^2 이다.

14. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 만든 정사각형 ABDE이다. $\square ABDE$ 의 넓이가 100cm^2 이고 $a = 8\text{cm}$ 일 때, $\square FGHC$ 의 넓이는 얼마인가?



- ① 3 cm^2 ② 4 cm^2 ③ 5 cm^2
④ 6 cm^2 ⑤ 7 cm^2

해설

$$c^2 = 100 \text{ cm}^2, c = 10 \text{ cm}$$

$$a^2 + b^2 = c^2, 10^2 = b^2 + 8^2, b = 6 \text{ (cm)}$$

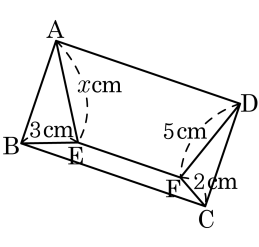
$$\overline{FC} = a - b = 8 - 6 = 2 \text{ cm}$$

$$\therefore \square FGHC = 2^2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부의 EF 는 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 평행하다. 선분의 끝점과 꼭짓점 사이의 거리가 각각 다음과 같을 때, x 의 값은?

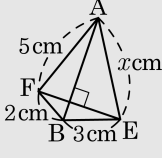
- ① 5 ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{30}$

- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{37}$



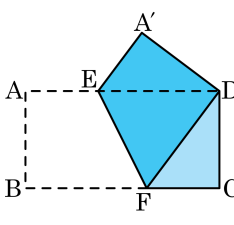
해설

ABCD 의 두 삼각형을 오려 붙이면 다음과 같다.



그러므로 $x^2 + 2^2 = 3^2 + 5^2$, $x = \sqrt{30}$

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD를 점 B가 점 D에 오도록 접은 것이다. 다음 보기는 중 옳은 것을 고르



보기

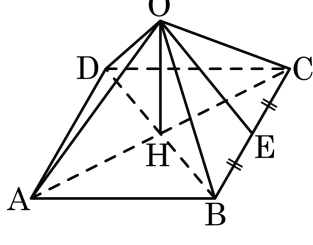
- | | |
|---|---|
| ㉠ $\triangle A'DE \equiv \triangle CDF$ | ㉡ $\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF} = \overline{BE}$ |
| ㉢ $\triangle BEF \equiv \triangle DFE$ | ㉣ $\overline{AE} = \overline{BC} - \overline{DF}$ |

- ① ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 옳다.

17. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 $O-ABCD$ 의 높이가 $\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?

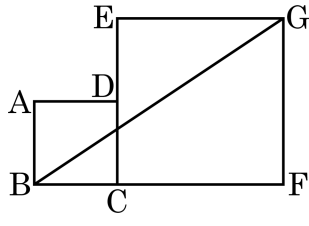


- ① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10} + 4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10} + 8\text{cm}^2$
 ④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$
 $\overline{HE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$
 $\triangle OHE$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$
 옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$
 밑면의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$
 그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4 \times \sqrt{10} + 8 = 4\sqrt{10} + 8(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림은 정사각형을 두 개 연결해놓은 그림이다. 정사각형 ABCD의 넓이는 12cm^2 , 정사각형 ECFG의 넓이는 48cm^2 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답 : $2\sqrt{39}\text{cm}$

해설

정사각형 ABCD의 넓이가 12cm^2 이므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

정사각형 ECFG의 넓이가 48 cm^2 이므로 $\overline{CF}$ 의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{BF} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm}), \overline{GF} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

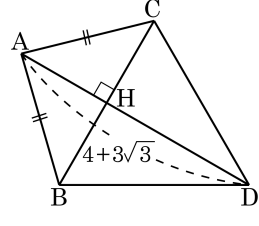
$$\begin{aligned}\overline{\text{BG}} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{108 + 48} = \sqrt{156} \\ &= 2\sqrt{39}(\text{cm})\end{aligned}$$

19. 다음 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$ 를 구하여라.

- (가) $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 6$ 인 이등변 삼각형 ABC

(나) $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC

(다) $\overline{AD} = 4 + 3\sqrt{3}$



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

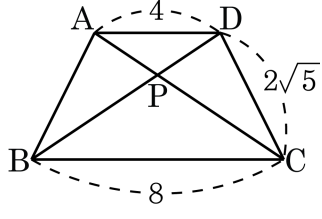
$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 3$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\overline{AH} = 4 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4$,

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이다.

20. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.

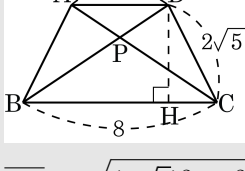


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{32}{3}$

해설

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면



$$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{20 - 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times 4 = 24$$

$\triangle CPB$ 와 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle CBP : \triangle APD = 4 : 1$

$\triangle APD$ 의 넓이를 a 라 하면

$$\triangle ABP = 2a, \triangle DPC = 2a, \triangle PBC = 4a$$

$$\therefore \triangle PBC = \square ABCD \times \frac{4}{9} = 24 \times \frac{4}{9} = \frac{32}{3}$$

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에 내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?

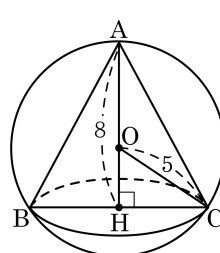
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{74}{3}\pi \\ \textcircled{4} \quad & \frac{112}{3}\pi \end{aligned}$$

② $\frac{86}{3}\pi$
⑤ $\frac{128}{3}\pi$

$$\textcircled{3} \quad \frac{92}{3}\pi$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{112}{3}\pi$$

⑤ $\frac{128}{3}\pi$

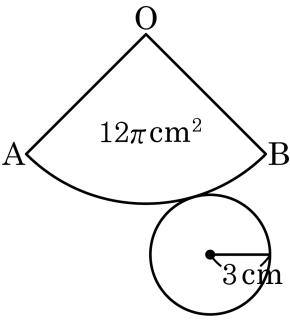


해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH} = 3$ 이고 $\overline{CH} = 4$ 이다.

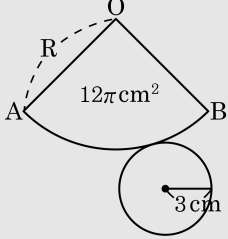
따라서 원뿔의 부피는 $\pi \times 4^2 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\pi$ 이다.

22. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$
- ② $\sqrt{6}\text{cm}$
- ③ $\sqrt{7}\text{cm}$
- ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$
- ⑤ $\sqrt{13}\text{cm}$

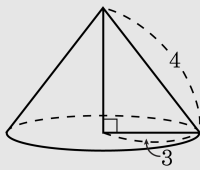
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

부채꼴 넓이이 $S = \frac{1}{2}Rl = \frac{1}{2} \times R \times 6\pi = 3\pi R = 12\pi$ 이므로 $R = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

23. $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AB} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 C 에서 빗변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 삼각형 ACH 의 둘레의 길이의 2 배이다. 이때 삼각형 ABC 의 넓이가 40 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

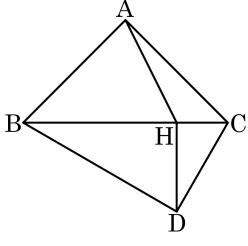
▶ 답 :

▷ 정답 : $10 + 6\sqrt{5}$

해설

삼각형 BCH 의 둘레의 길이는 $2a$, 삼각형 CCH 의 둘레의 길이는 a 라 하면,
 $\triangle ABC \sim \triangle ACH \sim \triangle ABH$
 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
 $(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})^2$
 $= (\triangle BCH \text{의 둘레의 길이})^2$
 $+ (\triangle ACH \text{의 둘레의 길이})^2$ 에 의해
 $(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$
따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $a\sqrt{5}$ 이다.
이때, $\overline{CH} = (a + 2a) - a\sqrt{5} = a(3 - \sqrt{5})$
삼각형 ABC 의 넓이는
 $\frac{1}{2}a(3 - \sqrt{5}) \times 10 = 5(3 - \sqrt{5})a = 40$
 $\therefore a = 2(3 + \sqrt{5})$
따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $2(3 + \sqrt{5})\sqrt{5} = 10 + 6\sqrt{5}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle DBC = 30^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $\overline{CD} = 1$ 이고, 점 D 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ACH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\angle DBC = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2$$

$\angle ACB = 45^\circ$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면

$$x^2 + x^2 = 2^2 \therefore x = \sqrt{2}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 길이는 1

$\triangle CDH$ 에서 $\angle HCD = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$

25. 대각선의 길이가 $\sqrt{38}$ 이고, 겹넓이가 62 인 직육면체의 모든 모서리의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이를 a , b , 높이를 c 라 하면 직육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{38} \quad \therefore a^2 + b^2 + c^2 = 38$
직육면체의 겹넓이는 $2(ab + bc + ca) = 62$
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
 $= 38 + 62 = 100$
 $\therefore a + b + c = 10$
따라서 모든 모서리의 합은 $4(a + b + c) = 40$ 이다.