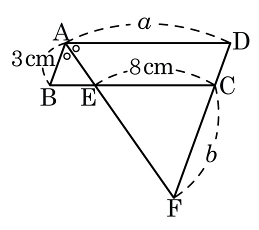
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?



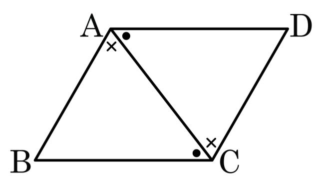
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8cm$
$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11cm$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(cm)$

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



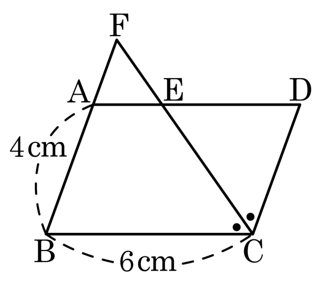
□ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} \,//\, \boxed{\text{ㄴ}}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
($\boxed{\text{ㄹ}}$합동)
$\therefore \boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS　⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
△ABC ≡ △CDA (ASA 합동)이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 2 cm

해설

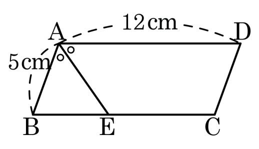
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 이고, $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 7 cm

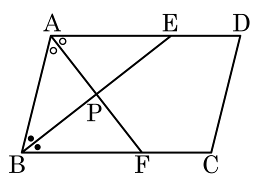
해설

$\angle AEB = \angle EAD = \angle BAE$ 이므로

$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$

$\therefore \overline{EC} = 12 - 5 = 7(\text{cm})$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AEB + \angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $90°$

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AEB = 180°$

$\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AFB = 180°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle AEB + \angle AFB &= 360° - \frac{3}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= 360° - 270° \\ &= 90° \end{aligned}$$

6. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 나타내는 과정을 섞어둔 것이다. 순서대로 기호를 나열하여라.

> ㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
>
> ㉡ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
>
> ㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
> $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
>
> ㉣ △OAD 와 △OCB 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ㉠)
>
> ㉤ △OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이므로

▶ 답 :

▶ 답 :

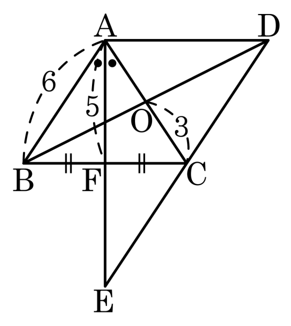
▷ 정답 : ㉡, ㉠, ㉣, ㉢, ㉤

▷ 정답 : ㉡, ㉣, ㉠, ㉢, ㉤

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
△OAD 와 △OCB 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 성질 ①)
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
따라서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

7. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF} = 5$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{OC} = 3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

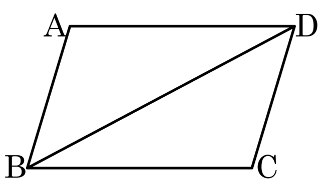


① 20　② 21　③ 22　④ 23　⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6 + 6 + 5 + 5 = 22$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB
의 공통부분이 된다.
㉡ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고
㉢ $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{CD}, \overline{AD} /\!/ \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

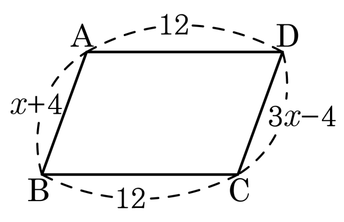
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

9. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값은?

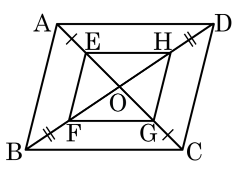


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+4=3x-4$이므로 $x=4$이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{CG}}, \overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{DH}}$ 일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

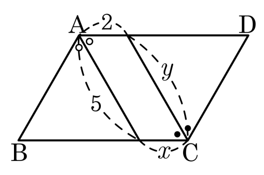
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{CO}}, \overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{CG}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EO}}=\overline{\mathrm{GO}}$
$\overline{\mathrm{BO}}=\overline{\mathrm{DO}}, \overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{DH}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{FO}}=\overline{\mathrm{HO}}$
따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

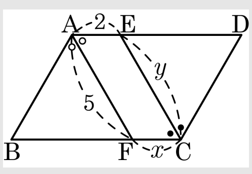
11. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 와 $\angle$C 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BCD}$ 이므로 $\frac{\angle\mathrm{BAD}}{2} = \frac{\angle\mathrm{BCD}}{2}$

$\angle\mathrm{ECF} = \angle\mathrm{CED}$ ($\because$ 엇각)

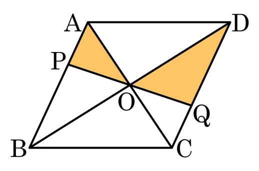
$\angle\mathrm{AFB} = \angle\mathrm{FAE}$ ($\because$ 엇각)

$\therefore \angle\mathrm{AEC} = \angle\mathrm{AFC}$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.

따라서 $x = 2$, $y = 5$ 이므로 $x + y = 7$ 이다.

12. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이가 12cm^2 이면 $\square$ABCD 의 넓이는?

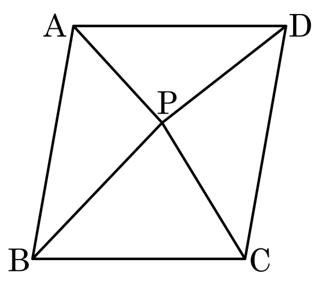


① 40cm^2　② 44cm^2　③ 48cm^2　④ 52cm^2　⑤ 56cm^2

해설

$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)
$\triangle OCD = \triangle ODQ + \triangle OAP = 12\ (\text{cm}^2)$
$\triangle OCD = \frac{1}{4}\square ABCD$ 이므로
($\square$ABCD의 넓이) $= 12 \times 4 = 48\ (\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡았다고 한다. $\triangle \mathrm{PAD} = 18\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{PBC} = 36\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle \mathrm{PAB} + \triangle \mathrm{PCD} = (\qquad)\mathrm{cm}^2$이다. 빈칸을 채워넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

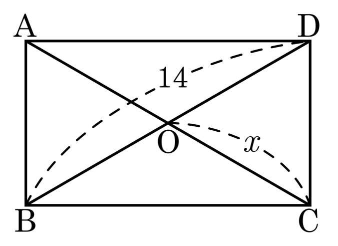
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD} = \triangle \mathrm{PAB} + \triangle \mathrm{PCD} = \triangle \mathrm{PAD} + \triangle \mathrm{PBC}$이다.

$\triangle \mathrm{PAD} = 18\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{PBC} = 36\mathrm{cm}^2$이므로

$18 + 36 = \triangle \mathrm{PAB} + \triangle \mathrm{PCD}$이다.

따라서 $\triangle \mathrm{PAB} + \triangle \mathrm{PCD} = 54(\mathrm{cm}^2)$이다.

14. □ABCD 가 직사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.

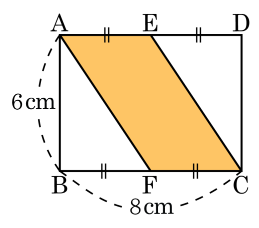


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 이등분하기 때문에 $x = 14 \div 2 = 7$ 이다.

15. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?



① 22　② 24　③ 26　④ 28　⑤ 30

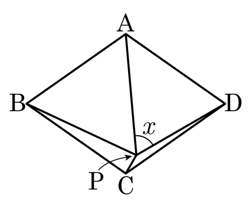
해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} \,//\, \overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

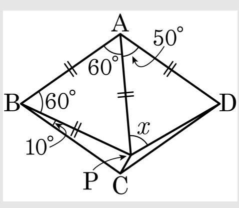
$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

16. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle APD = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



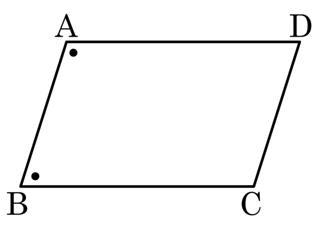
① 65　② 60　③ 55
④ 50　⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle APD = 65^\circ$ 이다.

17. $\angle A = \angle B$ 인 평행사변형에서 $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이고, 넓이가 $36cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 12 cm

해설

평행사변형에서 $\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle A = \angle B$ 이면 $\angle A = \angle B = 90°$

따라서 □ABCD 는 직사각형이다.

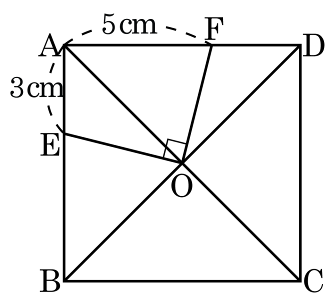
$\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 4$ 이므로 $\overline{AB} = a$ cm, $\overline{AD} = 4a$ cm 라 하고, 넓이가 $36cm^2$ 이므로

$a \times 4a = 4a^2 = 36, \quad a^2 = 9$

$\therefore a = 3 \ (\because a > 0)$

$\therefore \overline{BC} = \overline{AD} = 4a = 12(cm)$

18. 정사각형 ABCD 에서 $\angle EOF = 90°$ 이고 $\overline{AE} = 3cm$, $\overline{AF} = 5cm$ 이다.
정사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



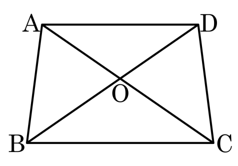
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 64 cm^2

해설

$\triangle EOA$ 와 $\triangle FOD$ 에서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle EAO = \angle FDO = 45°$,
$\angle EOA = \angle FOD$ 이므로
$\triangle EOA \equiv \triangle FOD$(ASA 합동)
$\therefore \overline{EA} = \overline{FD}$
$\therefore \overline{AD} = \overline{AF} + \overline{AE} = 8cm$
$\therefore \square ABCD = 8 \times 8 = 64cm^2$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

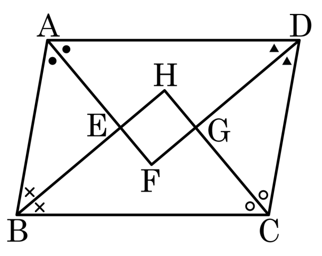


① $\overline{AB} = \overline{DC}$
② $\angle ABC = \angle DCB$
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$
④ $\overline{AD} = \overline{DC}$
⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC = \triangle DCB$ (SAS합동)이고 $\triangle OAD$는 이등변삼각형이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$　　② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$　　④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} \,/\!/\, \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

21. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 직교한다.
③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설
마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

22. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $A = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

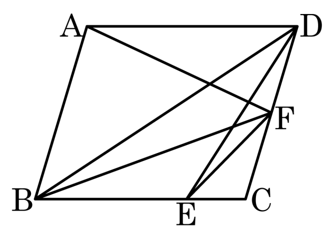
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD는 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지므로 정사각형이다.

23. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\triangle ADF = \triangle BDF$ ② $\triangle DBF = \triangle DEF$

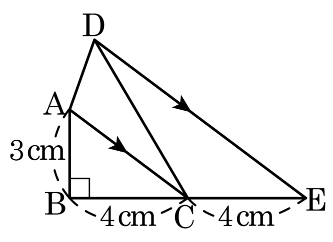
③ $\triangle BDE = \triangle BFE$ ④ $\triangle ADB = \triangle AFB$

⑤ $\triangle BDE = \triangle EDC$

해설

① ○ $\triangle ADF = \triangle BDF$ ($\overline{DF}$ 가 공통)
② × $\triangle DBF = \triangle DEF$
③ × $\triangle BDE = \triangle BFE$
④ ○ $\triangle ADB = \triangle AFB$ ($\overline{AB}$ 가 공통)
⑤ × $\triangle BDE = \triangle EDC$

24. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = \overline{CE} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

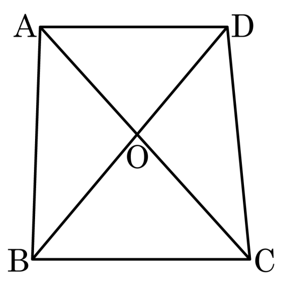
▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ADC = \triangle AEC$

$\square ABCD = \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\triangle ACD = 36\text{cm}^2$, $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AOD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 16 cm^2

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이고, $\triangle AOD$ 는 공통이므로

$\triangle ABO = \triangle DCO$

따라서 $\triangle AOD = 36 - 20 = 16\text{cm}^2$