

1. $\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1} = \frac{15(39 - 32)}{(6 + 1)(6 - 1)} = 3$$

2. $a - b = 2$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b &= (a - b)^2 + 4(a - b) \\&= 2^2 + 4 \times 2 \\&= 4 + 8 \\&= 12\end{aligned}$$

3. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{5}$

해설

$$\sqrt{2.52} = \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}}$$

$$= \frac{6}{10} \sqrt{7} = \frac{3}{5} \sqrt{7}$$

$$\therefore x = \frac{3}{5}$$

4. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

5. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \quad \therefore a = 12$$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \quad \therefore b = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$$

6. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답: $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{10}$$

이때, $x < 0$ 이므로

$$\therefore x = -2 - \sqrt{10}$$

ii) $0 \leq x \leq 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 - 2x - 6 = 0$$

$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.

iii) $x > 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = x - 2$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

$x > 2$ 이므로

$$\therefore x = 2 + \sqrt{6}$$

따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

7. 이차방정식 $\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{a-2}{4}x^2 + ax + 2a + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$D = a^2 - 4 \left(\frac{a-2}{4} \right) (2a+1) > 0$$

$$a^2 - 3a - 2 < 0$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \quad (\text{단, } a \neq 2)$$

$$\therefore \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < a < 2 \text{ 또는 } 2 < a < \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $a = 0, 1, 3$ 이므로 합은 4 이다.

8. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

9. 196의 제곱근을 각각 x , y 라 할 때, $\sqrt{3x - 2y + 11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▶ 정답 : ± 3

해설

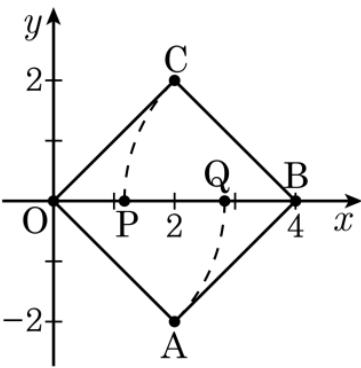
제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$$\sqrt{3x - 2y + 11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9의 제곱근은 ± 3 이다.

10. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 p , q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

해설

$$p = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}$$

11. $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

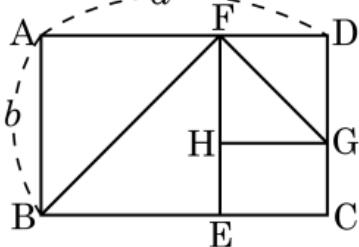
▷ 정답 : 2010

해설

$2009 = x$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{x^3 + 1}{(x - 1) \times x + 1} &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 = 2009 + 1 = 2010\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 $HECG$ 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답:

▶ 정답: $t + s = 1$

해설

사각형 $ABFE$, $EGHD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$$

남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.

따라서 $t = -1$, $s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

13. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a + b$ 의 값을
구하여라. (단, a , b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.

따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \quad (\because -2 \leq x \leq 1)$$

따라서 $a = 3$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5$ 이다.

14. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k - 2)^2 - 8m = 0$$

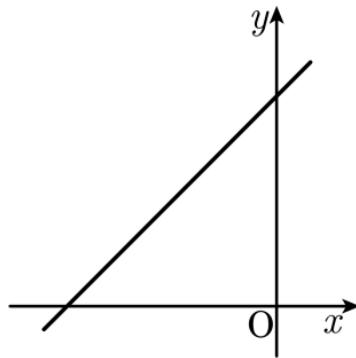
$$(k - 2)^2 = 8m \text{ 이므로}$$

$$(m, k) = (2, 6) \text{ 이다.}$$

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$$\therefore a + b = 37$$

15. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기

Ⓐ

Ⓑ

Ⓒ

Ⓓ

▶ 답 :

▷ 정답 : ⓒ

해설

그레프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은}$$

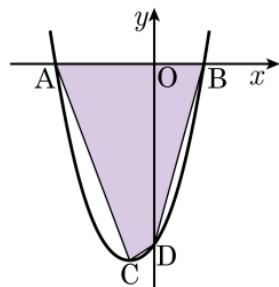
$$x = -\frac{b}{2a} \text{이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

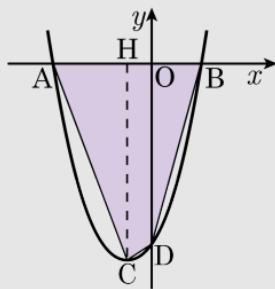
17. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x+1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

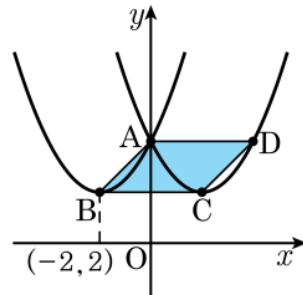
$$\text{iii) } \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

18. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



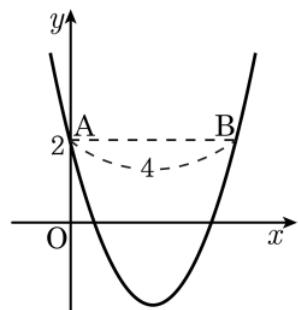
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, \overline{AB} 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

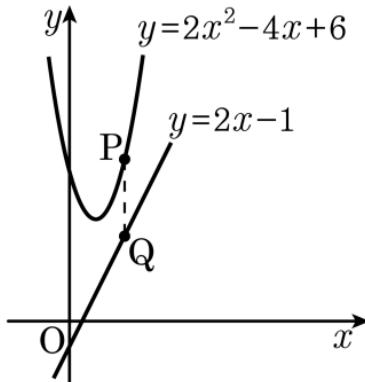
▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

B의 좌표가 (4, 2) 이므로 A(0, 2), B(4, 2)를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b,$
즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, \overline{PQ} 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

\overline{PQ} 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, \overline{PQ} 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$