

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

'아주 큰', '예쁜'은 명확한 기준이 될 수 없다.

2. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합  $A$  라고 할 때,  $n(A)$  를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.  
따라서  $n(A) = 3$  이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠  $A = \{1, 2, 3, 6\}$  이면  $6 \in A$  이다.
- ㉡  $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$  이면  $A \subset B$  이다.
- ㉢  $a \subset \{a, b, c\}$

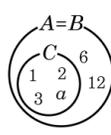
- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡  $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$  이면  $B \subset A$  이다.
- ㉢  $a \in \{a, b, c\}$

4. 다음 벤 다이어그램을 보고,  $a, b$ 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$   
 $B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$   
 $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 4$

▷ 정답:  $b = 6$

**해설**

집합  $A, C$ 를 원소나열법으로 각각 나타내면  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  
 $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서  $C \subset A$ 이므로  $a = 4$   
이다. 또,  $A = B$ 이므로  $b = 6$ 이다.

5. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  $B = \{1, 3, 6, 9, 12\}$  일 때,  $n(A \cup B)$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 11$$

6. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A \cup B) = 30$ ,  $n(B) = 20$ ,  $n(A \cap B) = 7$  일 때,  $n(A)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = n(A) + 20 - 7$$

$$\therefore n(A) = 17$$

7. 집합  $A, B$ 에 대하여  $n(A) = 10$ ,  $n(B) = 7$ ,  $n(A \cap B) = 3$ 일 때,  $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 7 - 3 = 14\end{aligned}$$

8. 명제  $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는?

①  $p \rightarrow q$

②  $\sim q \rightarrow p$

③  $\sim q \rightarrow \sim p$

④  $\sim p \rightarrow q$

⑤  $q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는  $\sim q \rightarrow \sim p$ ,  $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는  $\sim(\sim q) \rightarrow \sim p$   
 $\therefore q \rightarrow \sim p$

9.  $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$  의 개수를 구하면?

- ① 6 개    ② 8 개    ③ 18 개    ④ 24 개    ⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

10. 두 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = -3x + 2$  의 합성함수  $g \circ f$  를 구하면 무엇인가?

- ①  $y = -6x - 1$       ②  $y = -6x$       ③  $y = -6x + 1$   
④  $y = -6x + 3$       ⑤  $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$  이다.

11.  $x \neq 0$ 일 때,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

- ①  $\frac{1}{2x}$     ②  $\frac{1}{6x}$     ③  $\frac{5}{6x}$     ④  $\frac{11}{6x}$     ⑤  $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

12.  $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$  의 값은?

- ① 6      ② 5      ③ 4      ④ 3      ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

13. 다음 중  $2x = 3y$  일 때,  $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$  의 값을 구하면? (단,  $xy \neq 0$ )

- ①  $\frac{2}{7}$       ②  $\frac{3}{7}$       ③  $\frac{12}{17}$       ④ 7      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2}y &\Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x = 3k, y = 2k \quad (k \neq 0) \\ \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

14.  $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$  라 할 때,  $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $3 + \sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$  이므로  $a = 1$ ,  $b = 2 - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

15.  $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$  일 때,  $(x+y)^2 + (x-y)^2$  의 값은?

①  $2\sqrt{6}$

②  $-2\sqrt{6}$

③  $5 + 2\sqrt{6}$

④  $5 - 2\sqrt{6}$

⑤  $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 &= 5 + (5 - 2\sqrt{6}) \\ &= 10 - 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

①  $A \cup A = A$

②  $A \cup \emptyset = \emptyset$

③  $(A \cap B) \subset B$

④  $B \subset A$  이면  $A \cap B = A$

⑤  $B \subset (A \cup B)$

해설

②  $A \cup \emptyset = A$

④  $B \subset A$  이면  $A \cap B = B$

17. 두 집합  $A = \{1, 3, a+1\}$ ,  $B = \{3, a, b\}$  에 대하여  $A \cap B = \{3, 5\}$  일 때  $a, b$  의 값은?

- ①  $a = 2, b = 1$       ②  $a = 3, b = 2$       ③  $a = 4, b = 5$   
④  $a = 5, b = 4$       ⑤  $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$  이므로  $a+1 = 5$ ,  $a = 4$   
 $5 \in B$  이므로  $b = 5$

18. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A \cup B = A$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $A \cap B = B$       ②  $B - A = \emptyset$       ③  $A^c \subset B^c$   
④  $A^c \cup B = U$       ⑤  $B \cap A^c = \emptyset$

해설

④  $B^c \cup A = U$

19.  $A = \{2, 3, a + 2\}$ ,  $B = \{a - 1, 4\}$  에 대하여  $A \cap B = \{4\}$  일 때,  $B - A$  는?

- ① {1}      ② {2}      ③ {4}      ④ {1, 2}      ⑤ {1, 5}

해설

$A \cap B = \{4\}$  이므로  $a + 2 = 4$ ,  $a = 2$  이다.  
따라서  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 4\}$  이므로  $B - A = \{1\}$  이다.

20. 다음 ( )안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ( )조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

21. 자연수  $n$  에 대하여  $2^{4n}$ ,  $3^{3n}$  의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ①  $2^{4n} < 3^{3n}$       ②  $2^{4n} > 3^{3n}$       ③  $2^{4n} \leq 3^{3n}$   
④  $2^{4n} \geq 3^{3n}$       ⑤  $2^{4n} = 3^{3n}$

해설

$$\frac{2^{4n}}{3^{3n}} = \left(\frac{2^4}{3^3}\right)^n = \left(\frac{16}{27}\right)^n < 1$$

$$\therefore 2^{4n} < 3^{3n}$$

22. 부등식  $|x+y| \leq |x|+|y|$  에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

- ①  $x=y$                       ②  $xy > 0$                       ③  $xy \geq 0$   
④  $x \geq 0, y \geq 0$               ⑤  $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x+y| = |x|+|y|$  의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $xy = |xy|$   
( i )  $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$   
( ii ) 또  $xy > 0$  이면  $x, y$  는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.  
 $xy = 0$  이면 등호가 성립한다.  
따라서,  $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$   
( i ), ( ii )에서  
 $xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$

23.  $x > 3$ 일 때  $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

- ① 3      ② 5      ③ 12      ④ 15      ⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때,  $x > 3$ 이므로  $3(x-3) > 0$ ,  $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는  $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$ , 즉  $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

24. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$ ,  $3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$ 일 때  $f(x) = g(x)$ 이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

25. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$  이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

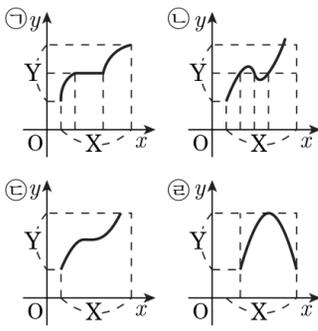
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을  
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.  
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$  또는  $f(x) = 1$   
만일  $f(x) = 1$ 이면  
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$  이다.  
위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로  
 $f(x) = 1$ 은 부적당  
 $\therefore f(0) = 0$

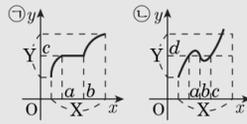
26. 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① (㉠) (㉢)      ② (㉡) (㉣)      ③ (㉢) (㉣)  
 ④ (㉠)            ⑤ (㉠) (㉡) (㉣)

**해설**

$X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 대응을 찾으면 된다.



- ㉠  $\{x|a \leq x \leq b\}$ 에 속하는  $x$ 의 상이 모두  $c$ 이므로 일대일 대응이 아니다.  
 ㉡  $a, b, c$ 의 상이 모두  $d$ 이므로 일대일 대응이 아니다.  
 ㉢, ㉣의 경우와 같다.

27. 다항식  $g(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여  $g(g(x)) = x$  이고  $g(1) = 0$  일 때,  $g(-1)$  의 값을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$g(x)$  가  $n$  차 다항식이라 하면  
 $g(g(x))$  의 차수는  $n^2$  이다.  
모든 실수  $x$  에 대하여  $g(g(x)) = x$  이므로  
양변의 차수를 비교하면  $n^2 = 1$   
 $\therefore n = 1$  ( $\because n$  은 자연수)  
즉,  $g(x)$  는 일차다항식이므로  
 $g(x) = ax + b$  라 하면  $g(1) = 0$  이므로  
 $a + b = 0$ , 즉  $b = -a$   
 $\therefore g(x) = ax + b = ax - a$   
 $g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$   
 $= a^2x - a^2 - a = x$   
이 식은  $x$  에 대한 항등식이므로  
 $a^2 = 1$ ,  $-a^2 - a = 0$   
 $\therefore a = -1$   
즉,  $g(x) = -x + 1$  이므로  $g(-1) = 2$

28. 두 함수  $f, g$ 가  $f(x) = 2x - 3$ ,  $g(2x - 1) = -6x + 5$  를 만족할 때,  $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단,  $f \circ g$ 는  $g$ 와  $f$ 의 합성함수이다.)

- ① 18      ② 12      ③ -15      ④ -24      ⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$  에서  $x = 3$  이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

29. 함수  $f(x) = ax + b$  에 대하여  $f^{-1}(1) = 2$ ,  $f(1) = 2$  일 때,  $f(3)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

30. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 5$ 에 대하여  $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수  $a$ 의 값은 얼마인가?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서  
 $f(g^{-1}(a)) = 1$   $f(1) = 1$ 이므로  
 $\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서  $a = g(1) = 4$

31.  $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{1}{x}$

②  $\frac{2}{x}$

③  $\frac{6}{x(x+6)}$

④  $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤  $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

32.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$  일 때,  $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

33. 함수  $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 것이다. 이 때,  $m+n$ 의 값은?

- ① -4    ② -3    ③ -1    ④ 0    ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의  
그래프는  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로 -1만큼,  $y$ 축 방향으로 -2만큼  
평행이동한 것이다.  
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

34. 집합  $A = \{a, b, c\}$  의 부분집합 중 원소  $a$  또는  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

원소  $a$  를 포함하는 부분집합의 개수 :  
 $2^{3-1} = 4$  (개)  
원소  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :  
 $2^{3-1} = 4$  (개)  
원소  $a, b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :  
 $2^{3-2} = 2$  (개)  
원소  $a$  또는  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :  
 $4 + 4 - 2 = 6$  (개)

35. 집합  $P = \{x \mid -1 < x < 1, x \in A\}$ 에 대하여 다음 중 참인 것은?

- ①  $A$ 가 실수의 집합이면  $P$ 는 유한집합이다.
- ②  $A$ 가 유리수의 집합이면  $P$ 는 유한집합이다.
- ③  $A$ 가 자연수의 집합이면  $P$ 는 공집합이다.
- ④  $A$ 가 정수의 집합이면  $P$ 는 무한집합이다.
- ⑤  $A$ 가 실수의 집합이면 집합  $P$ 의 원소 중에는 가장 큰 것과 가장 작은 것이 있다.

**해설**

- ①  $x$ 가 실수이면  $-1 < x < 1$ 인  $x$ 는 무수히 많다. 따라서  $P$ 는 무한집합이다.
- ②  $x$ 가 유리수이면  $-1 < x < 1$ 인  $x$ 는 무수히 많다. 따라서  $P$ 는 무한집합이다.
- ③  $x$ 가 자연수이면  $-1 < x < 1$ 인  $x$ 는 없다. 따라서  $P$ 는 공집합이다.
- ④  $x$ 가 정수이면  $-1 < x < 1$ 인  $x$ 는 0뿐이다. 따라서  $P = \{0\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤  $x$ 가 실수이고 양쪽에 등호가 없으므로 최대인  $x$ 와 최소인  $x$ 는 존재하지 않는다.

36. 두 조건  $p : |x - h| \leq 1, q : -3 \leq x \leq 6$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건일 때, 정수  $h$ 의 개수는?

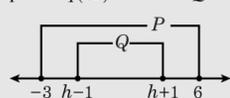
- ① 4개    ② 5개    ③ 6개    ④ 7개    ⑤ 8개

해설

$$P = \{x \mid h - 1 \leq x \leq h + 1\}$$

$$Q = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$$

$$p \rightarrow q(\text{참}) \Rightarrow P \subset Q$$



$$-3 \leq h - 1, \quad h + 1 \leq 6$$

$$\therefore -2 \leq h \leq 5$$

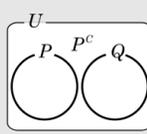
따라서 정수  $h$ 의 개수는 8개이다.

37. 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.  $\sim p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $P \cap Q = \emptyset$       ②  $P \subset Q$       ③  $Q \subset P$   
④  $Q - P = \emptyset$       ⑤  $Q^c = P$

해설

$$P \subset Q^c \leftrightarrow P - Q^c = P \cap Q = \emptyset$$



38. 함수  $y = 2|x-1| - 2$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = 2|x-1| - 2$$

$$(i) x < 1 \text{ 일 때, } y = -2(x-1) - 2 = -2x$$

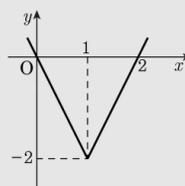
$$(ii) x \geq 1 \text{ 일 때, } y = 2(x-1) - 2 = 2x - 4$$

따라서  $y = 2|x-1| - 2$  의 그래프와

$x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



39. 등식  $\frac{225}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$  을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$

의 합은?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 15$$

40.  $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$  일 때,  
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$  를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

- ① 3 : 2 : 5      ② 3 : 5 : -5      ③ 2 : 3 : 5  
 ④ 3 : 5 : 2      ⑤ 2 : 3 : -2

**해설**

$$x + y - z = 2x + 3y - 2z \text{ 에서 } x + 2y = z \dots\dots\text{㉠}$$

$$x + y - z = -x - 2y + 2z \text{ 에서 } 2x + 3y = 3z \dots\dots\text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } y = -z, x = 3z$$

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$$

$$= 3 : 5 : -5$$

41. 다음 식이 성립하는 실수  $x$ 의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$ 가 성립되지 않는 범위는  $x+1 < 0$  이고  $x-2 < 0$

$\therefore x < -1$

따라서  $x < -1$ 일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.

$\{x \mid x < -1\}$ 의 여집합 되어야 하므로

$\{x \mid x \geq -1\}$ 이고 실수  $x$ 의 최솟값은  $\therefore -1$

42. 정의역이  $\{x \mid x \leq 3\}$ , 치역이  $\{y \mid y \geq 4\}$  인 무리함수  $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$  에 대하여  $f(1) = 6$  일 때,  $a + p + q$  의 값을 구하면?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

**해설**

정의역은  $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$  이므로  $a < 0$ ,  $p = 3$

치역은  $\{y \mid y \geq 4\}$  이므로  $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때,  $f(1) = 6$  이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$



44. 공집합이 아닌 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$  이고, 집합  $A \cap B$  의 모든 원소의 합이 10 일 때, 집합  $A$  의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A - B = \emptyset, B - A = \emptyset,$   
 $\rightarrow A = B,$   
 $\rightarrow A \cap B = A = B,$   
 $A \cap B$  의 모든 원소의 합이 10 이므로,  
집합  $A$  의 모든 원소의 합은 10

45. 전체집합  $U$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

①  $A - B^c = A \cap B$

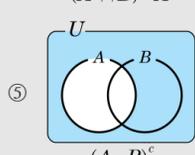
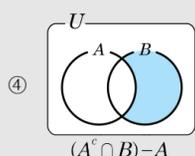
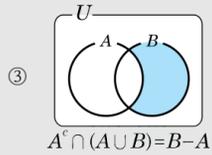
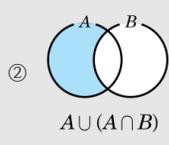
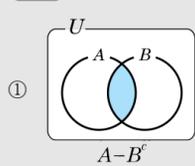
②  $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$

③  $A^c \cap (A \cup B) = A - B$

④  $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$

⑤  $(A - B)^c = A^c \cup B$

해설



46.  $x > -1$ 일 때  $x + \frac{1}{x+1}$ 의 최솟값을  $m$ , 그 때의  $x$ 의 값을  $k$ 라 할 때  $m+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x+1 > 0 \text{이므로 } x + \frac{1}{x+1} = x+1 + \frac{1}{x+1} - 1 \geq$$

$$2\sqrt{(x+1)\frac{1}{x+1}} - 1 = 1$$

$$\therefore m = 1$$

이 때 등호는

$$x+1 = \frac{1}{x+1} \text{에서 } x = 0, -2$$

$x > -1$ 이므로 등호는  $x = 0$ 일 때만 성립한다.

$$\therefore k = 0$$

$$\therefore m+k = 1$$

47. 제곱의 합이 일정한 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + 2b$ 가 최대일 때,  $a$ 와  $b$ 사이의 관계는?

①  $b = 2a$

②  $a = 2b$

③  $a = b$

④  $a^2 = b$

⑤  $b^2 = a$

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a + 2b)^2 \leq (1^2 + 2^2)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore (a + 2b)^2 \leq 5c$$

이 때, 등호는  $\frac{a}{1} = \frac{b}{2}$  일 때 성립

$$\therefore b = 2a$$

48. 함수  $y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$  의 최솟값을  $m$ , 그 때의  $x$  의 값을  $n$  이라 할 때, 상수  $m, n$  의 곱  $mn$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$  에서

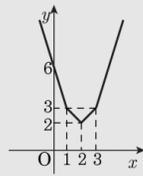
(i)  $x \geq 3$  일 때,  $y = x-1 + x-2 + x-3 = 3x-6$

(ii)  $2 \leq x < 3$  일 때,  $y = x-1 + x-2 - (x-3) = x$

(iii)  $1 \leq x < 2$  일 때,  $y = x-1 - (x-2) - (x-3) = -x+4$

(iv)  $x < 1$  일 때,  $y = -(x-1) - (x-2) - (x-3) = -3x+6$

따라서  $y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$  의 그래프는 다음 그림과 같고



$x = 2$  일 때 최솟값이 2이므로  $m = 2, n = 2$

$\therefore mn = 4$

49. 함수  $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를  $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

- ① (-1, -1)                      ② (0, 0)                      ③ (1, 1)  
④ (2, 2)                      ⑤ (3, 3)

**해설**

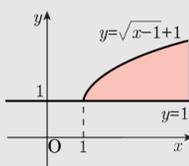
$y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로  
두 함수의 그래프의 교점은  $y = f(x)$ 와  
직선  $y = x$ 의 교점과 일치한다.  
따라서  $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여  
정리하면  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $(x+1)(x-3) = 0$   
 $\therefore x = -1, 3$   
 $x \geq 0$  이므로  $x = 3$   
즉, 교점의 좌표는 (3, 3)이다.

50. 실수  $x, y$  가  $1 \leq y \leq \sqrt{x-1}+1$  을 만족시킬 때,  $\frac{y-2}{x+1}$  의 최댓값을  $a$  과 최솟값을  $b$  라 할 때,  $2a-b$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{3}$       ⑤ 2

**해설**

$1 \leq y \leq \sqrt{x-1}+1$  을 만족시키는 영역은  
 다음 그림의 색칠된 부분(경계선 포함)과 같다.



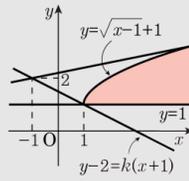
$\frac{y-2}{x+1} = k$  ( $k$  는 상수) 로 놓으면

$y-2 = k(x+1) \cdots \textcircled{1}$  이므로

$\textcircled{1}$  은  $k$  의 값에 관계없이 점  $(-1, 2)$  를 지난다.

(i)  $\textcircled{1}$  이 함수

$y = \sqrt{x-1}+1$  의 그래프에 접할 때,  
 $kx+k+2 = \sqrt{x-1}+1$  에서  $kx+k+1 = \sqrt{x-1}$



양변을 제곱하여 정리하면

$k^2x^2 + (2k^2 + 2k - 1)x + k^2 + 2k + 2 = 0,$

$D = 0$  이므로  $8k^2 + 4k - 1 = 0$

$\therefore k = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{8} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$  ( $\because k > 0$ )

(ii)  $\textcircled{1}$  이 점  $(1, 1)$  을 지난다 때,  $-1 = k \cdot 2$

$\therefore k = -\frac{1}{2}$

(i), (ii) 에서  $\frac{y-2}{x+1}$  의 최댓값  $a = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$ ,

최솟값  $b = -\frac{1}{2}$  이므로

$\therefore 2a - b = \frac{\sqrt{3}}{2}$