

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

‘아주 큰’, ‘예쁜’은 명확한 기준이 될 수 없다.

2. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.
따라서 $n(A) = 3$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.

㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.

㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$ 이면
 $B \subset A$ 이다.

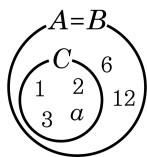
㉢ $a \in \{a, b, c\}$

4. 다음 벤 다이어그램을 보고, a, b 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$$



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

집합 A, C 를 원소나열법으로 각각 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
 $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서 $C \subset A$ 이므로 $a = 4$
 이다. 또, $A = B$ 이므로 $b = 6$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{1, 3, 6, 9, 12\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 11$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = n(A) + 20 - 7$$

$$\therefore n(A) = 17$$

7. 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10$, $n(B) = 7$, $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 10 + 7 - 3 = 14\end{aligned}$$

8. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는?

① $p \rightarrow q$

② $\sim q \rightarrow p$

③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$, $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $\sim(\sim q) \rightarrow \sim p$

$\therefore q \rightarrow \sim p$

9. $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하면?

① 6 개

② 8 개

③ 18 개

④ 24 개

⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

10. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

① $y = -6x - 1$

② $y = -6x$

③ $y = -6x + 1$

④ $y = -6x + 3$

⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$
이다.

11. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

12. $\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}}$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

13. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{12}{17}$

④ 7

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$x = 3k, y = 2k \quad (k \neq 0)$$

$$\begin{aligned} &\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

14. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, \quad b = 2 - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

15. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$

② $-2\sqrt{6}$

③ $5 + 2\sqrt{6}$

④ $5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 = 5 + (5 - 2\sqrt{6})$$

$$= 10 - 2\sqrt{6}$$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

① $A \cup A = A$

② $A \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $B \subset (A \cup B)$

해설

② $A \cup \emptyset = A$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

17. 두 집합 $A = \{1, 3, a + 1\}$, $B = \{3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = 2, b = 1$

② $a = 3, b = 2$

③ $a = 4, b = 5$

④ $a = 5, b = 4$

⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } a + 1 = 5, a = 4$$

$$5 \in B \text{ 이므로 } b = 5$$

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B - A = \emptyset$

③ $A^C \subset B^C$

④ $A^C \cup B = U$

⑤ $B \cap A^C = \emptyset$

해설

④ $B^C \cup A = U$

19. $A = \{2, 3, a + 2\}, B = \{a - 1, 4\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는?

- ① {1} ② {2} ③ {4} ④ {1, 2} ⑤ {1, 5}

해설

$A \cap B = \{4\}$ 이므로 $a + 2 = 4, a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 3, 4\}, B = \{1, 4\}$ 이므로 $B - A = \{1\}$ 이다.

20. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

21. 자연수 n 에 대하여 2^{4n} , 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$

② $2^{4n} > 3^{3n}$

③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$

④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$

⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

해설

$$\frac{2^{4n}}{3^{3n}} = \left(\frac{2^4}{3^3}\right)^n = \left(\frac{16}{27}\right)^n < 1$$

$$\therefore 2^{4n} < 3^{3n}$$

22. 부등식 $|x + y| \leq |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x = y$

② $xy > 0$

③ $xy \geq 0$

④ $x \geq 0, y \geq 0$

⑤ $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x + y| = |x| + |y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$xy = |xy|$$

(i) $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$

(ii) 또 $xy > 0$ 이면 x, y 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy = 0$ 이면 등호가 성립한다.

따라서, $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$

(i), (ii)에서

$$xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$$

23. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때, $x > 3$ 이므로 $3(x-3) > 0$, $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$, 즉 $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

24. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로

$2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서

$3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$

$(x - 5)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 5, -1$

즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.

$\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

25. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을

$f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.

$$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0 \text{ 또는 } f(x) = 1$$

만일 $f(x) = 1$ 이면

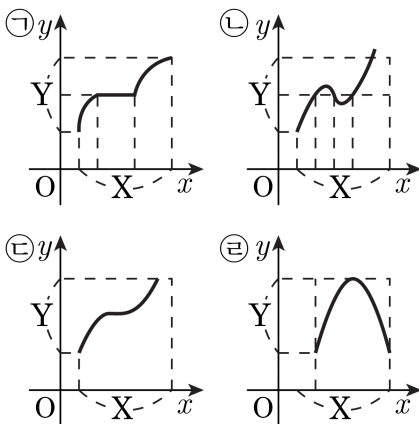
$$f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots \text{ 이다.}$$

위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로

$$f(x) = 1 \text{ 은 부적당}$$

$$\therefore f(0) = 0$$

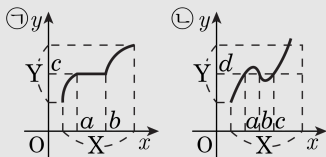
26. 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① (㉠) (㉢) ② (㉡) (㉣) ③ (㉢) (㉣)
 ④ (㉠) ⑤ (㉠) (㉡) (㉣)

해설

X 에서 Y 로의 일대일 대응을 찾으면 된다.



- ㉠ $\{x|a \leq x \leq b\}$ 에 속하는 x 의 상이 모두 c 이므로 일대일 대응이 아니다.
 ㉡ a, b, c 의 상이 모두 d 이므로 일대일 대응이 아니다.
 ㉢, ㉣의 경우와 같다.

27. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면

$g(g(x))$ 의 차수는 n^2 이다.

모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로

양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$

$\therefore n = 1$ ($\because n$ 은 자연수)

즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로

$g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로

$a + b = 0$, 즉 $b = -a$

$\therefore g(x) = ax + b = ax - a$

$g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$

$= a^2x - a^2 - a = x$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$

$\therefore a = -1$

즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

28. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18

② 12

③ -15

④ -24

⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

29. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

연립하면 $a = -1, b = 3$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

30. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서

$f(g^{-1}(a)) = 1$ $f(1) = 1$ 이므로

$\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서 $a = g(1) = 4$

31. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

32. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p + q = 14$$

33. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1-2 = -3$$

34. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원소 a 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 a, b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

35. 집합 $P = \{x | -1 < x < 1, x \in A\}$ 에 대하여 다음 중 참인 것은?

- ① A 가 실수의 집합이면 P 는 유한집합이다.
- ② A 가 유리수의 집합이면 P 는 유한집합이다.
- ③ A 가 자연수의 집합이면 P 는 공집합이다.
- ④ A 가 정수의 집합이면 P 는 무한집합이다.
- ⑤ A 가 실수의 집합이면 집합 P 의 원소 중에는 가장 큰 것과 가장 작은 것이 있다.

해설

- ① x 가 실수이면 $-1 < x < 1$ 인 x 는 무수히 많다. 따라서 P 는 무한집합이다.
- ② x 가 유리수이면 $-1 < x < 1$ 인 x 는 무수히 많다. 따라서 P 는 무한집합이다.
- ③ x 가 자연수이면 $-1 < x < 1$ 인 x 는 없다. 따라서 P 는 공집합이다.
- ④ x 가 정수이면 $-1 < x < 1$ 인 x 는 0뿐이다. 따라서 $P = \{0\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ x 가 실수이고 양쪽에 등호가 없으므로 최대인 x 와 최소인 x 는 존재하지 않는다.

36. 두 조건 $p : |x - h| \leq 1, q : -3 \leq x \leq 6$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, 정수 h 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

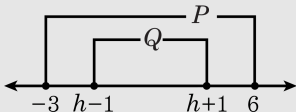
⑤ 8개

해설

$$P = \{x \mid h - 1 \leq x \leq h + 1\}$$

$$Q = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$$

$$p \rightarrow q(\text{참}) \Rightarrow P \subset Q$$



$$-3 \leq h - 1, \quad h + 1 \leq 6$$

$$\therefore -2 \leq h \leq 5$$

따라서 정수 h 의 개수는 8개이다.

37. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \cap Q = \emptyset$

② $P \subset Q$

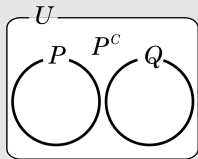
③ $Q \subset P$

④ $Q - P = \emptyset$

⑤ $Q^c = P$

해설

$$P \subset Q^c \leftrightarrow P - Q^c = P \cap Q = \emptyset$$



38. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$

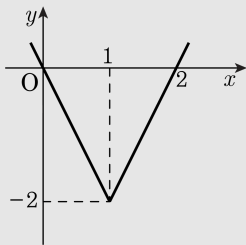
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



39. 등식 $\frac{255}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e

의 합은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 15$$

40. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

① $3 : 2 : 5$

② $3 : 5 : -5$

③ $2 : 3 : 5$

④ $3 : 5 : 2$

⑤ $2 : 3 : -2$

해설

$x + y - z = 2x + 3y - 2z$ 에서 $x + 2y = z \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x + y - z = -x - 2y + 2z$ 에서 $2x + 3y = 3z \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $y = -z, x = 3z$

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$$

$$= 3 : 5 : -5$$

41. 다음 식이 성립하는 실수 x 의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$ 가 성립되지 않는 범위는
 $x+1 < 0$ 이고 $x-2 < 0$

$$\therefore x < -1$$

따라서 $x < -1$ 일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.

$\{x \mid x < -1\}$ 의 여집합 되어야 하므로

$\{x \mid x \geq -1\}$ 이고 실수 x 의 최솟값은 $\therefore -1$

42. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$
치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$

43. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.



답:

개



정답: 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$2 \leq k \leq 12 \text{ 이므로}$$

정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11 개다.

44. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$ 이고, 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합이 10 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A - B = \emptyset, B - A = \emptyset,$$

$$\rightarrow A = B,$$

$$\rightarrow A \cap B = A = B,$$

$A \cap B$ 의 모든 원소의 합이 10 이므로,

집합 A 의 모든 원소의 합은 10

45. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $A - B^c = A \cap B$

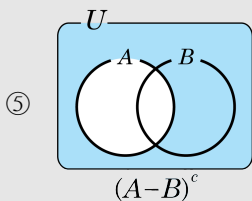
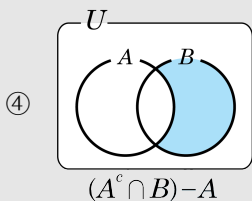
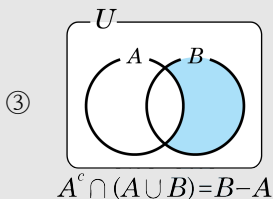
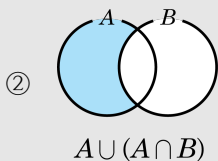
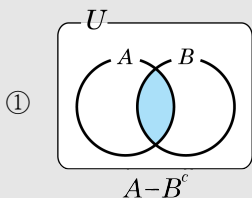
② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$

③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$

④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$

⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

해설



46. $x > -1$ 일 때 $x + \frac{1}{x+1}$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 k 라 할 때 $m + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x + 1 > 0 \text{ 이므로 } x + \frac{1}{x+1} = x + 1 + \frac{1}{x+1} - 1 \geq$$

$$2\sqrt{(x+1)\frac{1}{x+1}} - 1 = 1$$

$$\therefore m = 1$$

이 때 등호는

$$x + 1 = \frac{1}{x+1} \text{ 에서 } x = 0, -2$$

$x > -1$ 이므로 등호는 $x = 0$ 일 때만 성립한다.

$$\therefore k = 0$$

$$\therefore m + k = 1$$

47. 제공의 합이 일정한 두 실수 a , b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a + 2b)^2 \leq (1^2 + 2^2)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore (a + 2b)^2 \leq 5c$$

이 때, 등호는 $\frac{a}{1} = \frac{b}{2}$ 일 때 성립

$$\therefore b = 2a$$

48. 함수 $y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 n 이라 할 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 에서

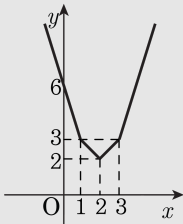
(i) $x \geq 3$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 + x - 3 = 3x - 6$

(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 - (x - 3) = x$

(iii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x - 1 - (x - 2) - (x - 3) = -x + 4$

(iv) $x < 1$ 일 때, $y = -(x - 1) - (x - 2) - (x - 3) = -3x + 6$

따라서 $y = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3|$ 의 그래프는 다음 그림과 같고



$x = 2$ 일 때 최솟값이 2이므로 $m = 2, n = 2$

$\therefore mn = 4$

49. 함수 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

① $(-1, -1)$

② $(0, 0)$

③ $(1, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로
두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 와
직선 $y = x$ 의 교점과 일치한다.

따라서 $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여
정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$

$$\therefore x = -1, 3$$

$x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

즉, 교점의 좌표는 $(3, 3)$ 이다.

50. 실수 x, y 가 $1 \leq y \leq \sqrt{x-1} + 1$ 을 만족시킬 때, $\frac{y-2}{x+1}$ 의 최댓값을 a 과 최솟값을 b 라 할 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ 1

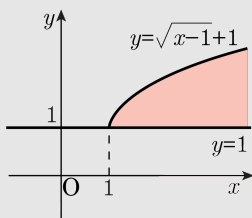
④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$1 \leq y \leq \sqrt{x-1} + 1$ 을 만족시키는 영역은

다음 그림의 색칠된 부분 (경계선 포함) 과 같다.



$$\frac{y-2}{x+1} = k (k \text{ 는 상수}) \text{ 로 놓으면}$$

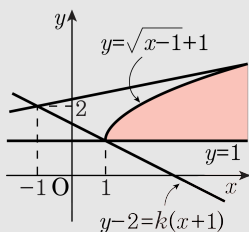
$$y - 2 = k(x + 1) \cdots \textcircled{1} \text{ 이므로}$$

①은 k 의 값에 관계없이 점 $(-1, 2)$ 를 지난다.

(i) ①이 함수

$$y = \sqrt{x-1} + 1 \text{ 의 그래프에 접할 때,}$$

$$kx + k + 2 = \sqrt{x-1} + 1 \text{ 에서 } kx + k + 1 = \sqrt{x-1}$$



양변을 제곱하여 정리하면

$$k^2 x^2 + (2k^2 + 2k - 1)x + k^2 + 2k + 2 = 0,$$

$$D = 0 \text{ 이므로 } 8k^2 + 4k - 1 = 0$$

$$\therefore k = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{8} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4} (\because k > 0)$$

(ii) ①이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $-1 = k \cdot 2$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

(i), (ii) 에서 $\frac{y-2}{x+1}$ 의 최댓값 $a = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$,

최솟값 $b = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$\therefore 2a - b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$