1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	3
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} = \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

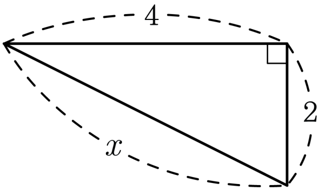
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

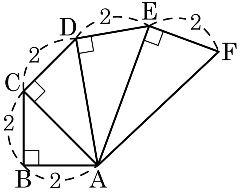
피타고라스 정리에 따라

$4^2 + 2^2 = x^2$

$x^2 = 20$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

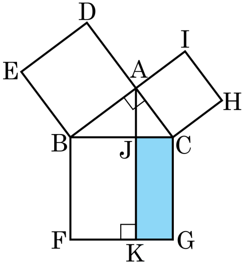
해설

$\overline{AE} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4,$

$\overline{AF} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

4. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

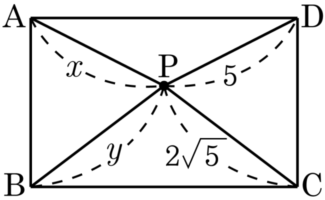
③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, x^2-y^2 의 값을구하여라.

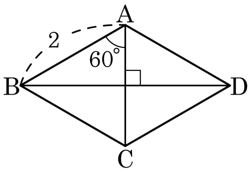


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2+(2\sqrt{5})^2=y^2+5^2$, $x^2-y^2=25-20=5$ 이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. □ABCD 의 넓이는?



① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

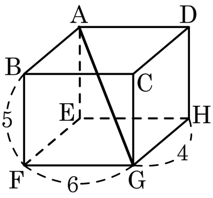
해설

대각선의 교점을 H 라 하면 △ABH 에서

$\overline{AH} = 1$, $\overline{BH} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ $\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG 의 길이를 구하여라.



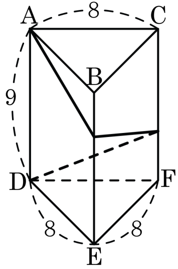
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{77}$

해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 25 + 36} = \sqrt{77}$

8. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

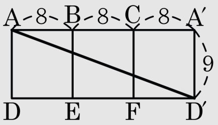


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{24^2+9^2} = \sqrt{576+81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$



9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.

㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

10. 5개의 변량 $3, 5, x, 6, 8$의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+x+6+8}{5}=6$$

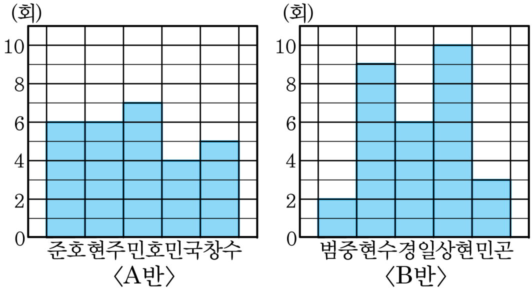
$$22+x=30$$

$$\therefore x=8$$

변량의 편차는 $-3, -1, 2, 0, 2$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+2^2+2^2}{5}=\frac{9+1+4+4}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

11. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ **답 :** ____반

▷ **정답 :** A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

12. 다음 네 개의 변수 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a+1,\ b+1,\ c+1,\ d+1$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3,\ 2b+3,\ 2c+3,\ 2d+3$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차보다 2배만큼 크다.

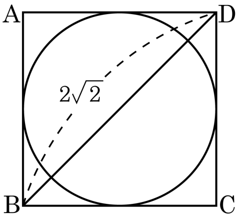
④ $4a+7,\ 4b+7,\ 4c+7,\ 4d+7$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 4배이다.

⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 3 배이다.

13. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형에 내접하는 원의 넓이는?



① 8π ② 6π ③ 4π

④ 2π ⑤ π

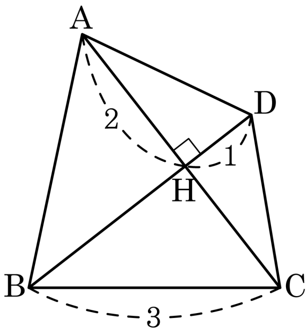
해설

$\overline{BD} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이므로 $\overline{BC} = 2$

즉 원의 지름이 2 이므로 반지름은 1

따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{\mathrm{AH}} = 2$, $\overline{\mathrm{DH}} = 1$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{DC}}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{DC}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2$

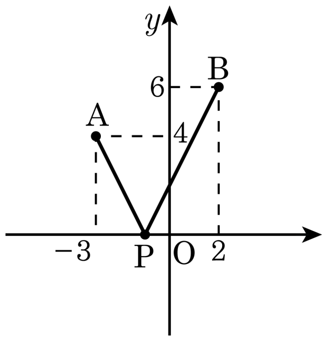
$\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

따라서,

$\overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 = (\sqrt{5})^2 + 3^2 = 14$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{DC}}^2 = 14$

15. 다음 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(2,\ 6)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

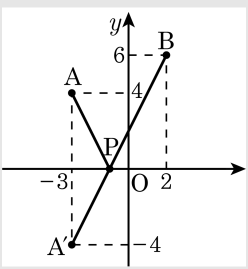


▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{5}$

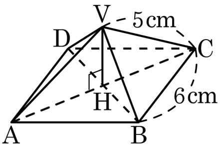
해설

점 A 를 x 축 대칭이동시킨 점을 A' 이라 할 때, $\overline{AP}=\overline{A'P}$ 이므로 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최소값은 $\overline{A'B}$ 의 길이이다.



$$\therefore\ \overline{A'B}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+\{6-(-4)\}^2}=\sqrt{25+100}=5\sqrt{5}$$

16. 다음 그림은 밑면의 한 변의 길이가 6 cm , 옆면의 모서리가 5 cm 인 정사각뿔이다. 이때, $\triangle VAC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $3\sqrt{14}\,cm^2$

해설

$\square ABCD$ 가 정사각형이므로

$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(cm)$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 3\sqrt{2}(cm)$

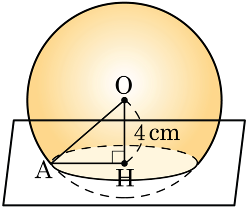
$\triangle VAH$ 에서

$\therefore\ \overline{VH} = \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}(cm)$

$\triangle VAC$ 의 넓이는

$S = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{14}(cm^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{OH}$의 길이가 4 cm 가 되도록 하여 구를 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 넓이가 $48\pi\ cm^2$ 이었다. 이때 구의 반지름을 구하여라.



① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm

④ 12 cm ⑤ 16 cm

해설

원의 반지름의 길이를 r라 하면 단면인 원의 넓이가 $\pi r^2 = 48\pi\ cm^2$ 이므로 $r = 4\sqrt{3}$ cm이다.

$\angle AHO = 90°$ 이므로

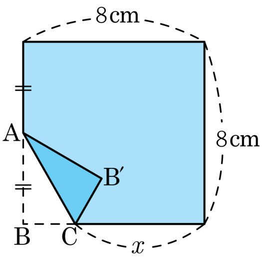
$\triangle AOH$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$ 이고

$\overline{OA}$를 R라 하면

$R^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2$

$R^2 = 48 + 16 = 64 \therefore R = 8\ cm$

18. 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형을 그림의 화살표 방향으로 접었다. $\overline{AC} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm 일 때, $3x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $24 - 4\sqrt{3}$ cm

해설

접은 각의 크기와 접은 선분의 길이는 같으므로 $\overline{AB'} = \overline{AB} = 4$ cm 이다.

$\overline{AC} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm 이므로 $\triangle ACB'$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{B'C} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm 이다.

따라서 $\overline{BC} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $x = 8 - \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm 가 성립한다.

$\therefore 3x = 24 - 4\sqrt{3}$(cm)

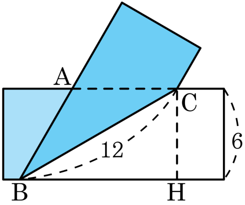
19. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm
④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6 + 8 > x$(m) 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$
$\therefore x = 10$ (cm)
④ $x < 8$ 이면
$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$(cm)
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

20. 폭이 6 인 종이테이프를 접었더니 접은 선이 12 였다. 테이프가 겹쳐진 부분 $\triangle ABC$ 의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{BH} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면,

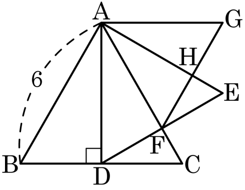
$x^2 = 6^2 + (6\sqrt{3} - x)^2$

$12\sqrt{3}x = 144$

$\therefore\ x = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$

21. 정삼각형 세 개가 다음 그림과 같이 겹쳐져 있다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 6 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



① $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ ② $\dfrac{12\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}}{5}$
④ $\dfrac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$

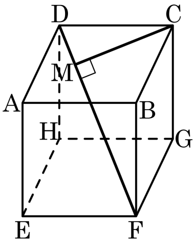
해설

$\overline{AD}$ 의 길이를 구하면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고 $\overline{AF}$ 의 길이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 3\sqrt{3} = \dfrac{9}{2}$

따라서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{9}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

22. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{CM}$ 의 길이는?



① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

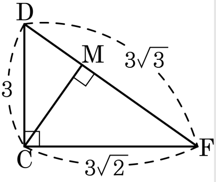
해설

$\overline{DF} = 3\sqrt{3}$, $\overline{CF} = 3\sqrt{2}$, $\overline{DC} = 3$

$\triangle$DCF 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM}$ 이므로

$\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$

$\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$



23. 미현이네 반 30 명의 몸무게의 평균은 50 kg 이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29 명의 몸무게의 평균이 50.3 kg 이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

▶ 답 : ______ kg

▷ 정답 : 41.3 kg

해설

30 명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500$(kg)
전학생 1 명을 뺀 29 명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7$(kg)
전학생 1 명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3$(kg)

24. 네 수 5, 7, x, y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x, y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+7+x+y}{4}=4,\quad x+y+12=16$$

$\therefore x+y=4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=3,$$

$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4}=3,$$

$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4}=3$$

$x^2+y^2-8(x+y)+42=12$

$\therefore\ x^2+y^2-8(x+y)=-30 \quad \cdots\cdots ㉡$

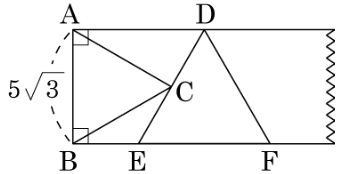
㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ x^2+y^2=8(x+y)-30=8\times 4-30=2$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4}=\frac{12+2(x^2+y^2)}{4}=\frac{12+4}{4}=4$$ 이다.

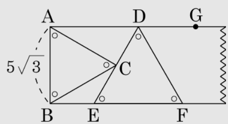
25. 다음 그림과 같이 폭이 $5\sqrt{3}$ 으로 일정한 종이테이프 내부에 두 개의 정삼각형 ABC, DEF 가 맞닿아 있다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



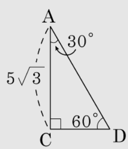
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



다음 그림에서 $\angle CAD = 90° - 60° = 30°$, $\overline{AG} // \overline{BF}$ 이므로 $\angle ADC = \angle CEF = 60°$ 이다.



$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AD} : 5\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}$, $\therefore \overline{AD} = 10$