

1. 다음을 계산하여라.

$$n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\varnothing) + n(\{0, 1, 2\})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} n(\{1, 2\}) &= 2, \quad n(\{0\}) = 1, \quad n(\varnothing) = 0, \\ n(\{0, 1, 2\}) &= 3 \\ n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\varnothing) + n(\{0, 1, 2\}) &= 6 \end{aligned}$$

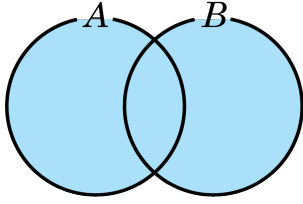
2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $B \subset A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \cap B = B$ ② $B - A = \emptyset$ ③ $A^C \subset B^C$
④ $A \cup B = A$ ⑤ $A \cap B^C = \emptyset$

해설

⑤ $A \cap B^C = A - B \neq \emptyset$ 이다.

3. 다음 벤 다이어그램에서 $n(B) = 20$, $n(A - B) = 15$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cup B$ 이다.

$A \cup B = (A - B) \cup B$ 이므로

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n((A - B) \cup B) \\ &= n(A - B) + n(B) \\ &= 15 + 20 \\ &= 35 \end{aligned}$$

(개) 이다.

4. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?
- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

5. 실수 전체의 집합을 R 이라 할 때, 다음 중 R 에서 R 로의 함수가 될 수 없는 것은 무엇인가?

① $y = 0$

② $y = -x + 4$

③ $y = (x - 1)^2$

④ $x = y^2 + 4$

⑤ $y = x^3$

해설

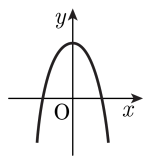
4일 때, $5 = y^2 + 4$, $y^2 = 1$ 에서 $y = \pm 1$

즉, $x = 5$ 에 대응하는 y 의 값이

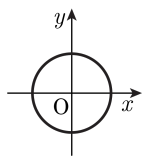
$-1, 1$ 의 두 개이므로 함수가 될 수 없다.

6. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

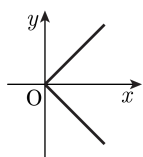
①



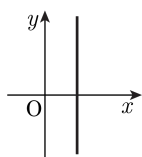
②



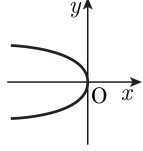
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

7. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

8. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

① $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ② $y = \frac{2x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

② $y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$

③ $y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$

④ $y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

9. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $A \cap B = \{1, 2\}$

② $A - B = \{3, 6\}$

③ $A - B^c = \{3, 5\}$

④ $A^c - B^c = \{4\}$

⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
③ $A - B^c = \{1, 2\}$ 이다.

10. 정수 전체의 집합 Z 의 임의의 두 부분집합 A, B 에 대하여 A 가 무한 집합이고, B 가 유한집합일 때, 다음 집합 중 반드시 유한집합이 되는 것의 개수는?

$A \cup B, A - B, A \cap B, B - A, Z - A$

- ① 없다.
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 3 개
- ⑤ 4 개

해설

(무한집합) $\cap$ (유한집합) = (유한집합),
(유한집합) $-$ (무한집합) = (유한집합)이므로
 $A \cap B, B - A$ 는 유한집합이고,
 $(A \cap B) \subset B, (B - A) \subset B$ 이다. 예를 들어
 $A = \{1, 2, 3, 4, \cdots\}, B = \{0\}$ 이라 하면
 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, \cdots\},$
 $A - B = \{1, 2, 3, 4, \cdots\}$
 $A \cap B = \varnothing,$
 $B - A = \{0\} - \{1, 2, 3, 4, \cdots\} = \{0\},$
 $Z - A = \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\} - \{1, 2, 3, \cdots\} = \{\cdots, -2, -1, 0\}$
따라서 유한집합이 되는 것은 $A \cap B, B - A$ 로 2개뿐이다.

11. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 이고 임의의 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식 $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) &= g(0) = f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

12. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$
ii) $x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$
 $\therefore y = (f \circ f)(x) = 2$

13. 함수 $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{3x+4}{x+1}$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① 3

② $\frac{8}{3}$

③ 6

④ $\frac{13}{2}$

⑤ 7

해설

$$\frac{x+1}{x-2} = t \text{로 놓으면}$$

$$x+1 = tx-2t, (t-1)x = 2t+1$$

$$\therefore x = \frac{2t+1}{t-1}$$

$$f(t) = \frac{3 \times \frac{2t+1}{t-1} + 4}{\frac{2t+1}{t-1} + 1} = \frac{10t-1}{3t}$$

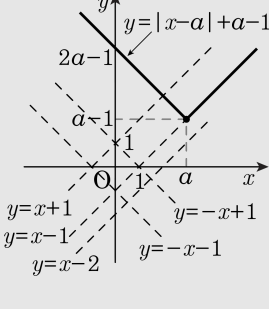
$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{3}$$

14. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?
- ① $y = x + 1$ ② $y = x - 1$ ③ $y = x - 2$
- ④ $y = -x - 1$ ⑤ $y = -x + 1$

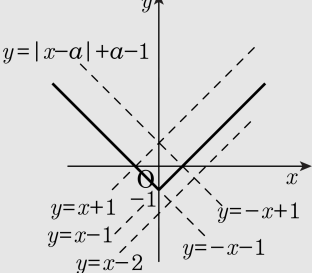
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

i) $a > 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음
 그림과 같다.
 따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y =$
 $x + 1$,
 $y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때
 $y = -x + 1$ 도 만난다.

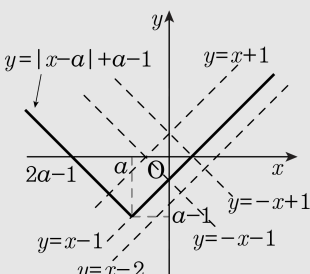


ii) $a = 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과
 만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는

그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii) 에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의
 그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

15. $x = \frac{a}{b}$, $a \neq b$, $b \neq 0$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 는?

- ① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x+1}{x-1}$ ③ 1 ④ $x - \frac{1}{x}$ ⑤ $x + \frac{1}{x}$

해설

$$a = bx \text{ 이므로 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{bx+b}{bx-b} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{또는 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

16. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

17. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{ 에서 } 1-x \geq 0 \text{ 이므로 } x \leq 1$$

$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{ 이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, \quad x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$$

18. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, 9, \{1, 3, 5\}\}$, $B = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, \{1, 3, 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ☐ ㉠ $\emptyset \notin A$
- ☐ ㉡ $7 \subset B$
- ☐ ㉢ $\{1, 3, 5\} \subset B$
- ☐ ㉣ $\{\{1, 3, 5, 7, 9\}\} \in A$
- ☐ ㉤ $A \subset B$

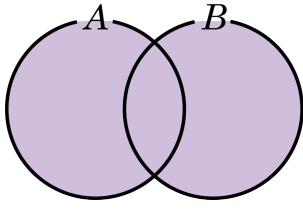
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ☐ ㉠ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고, $\emptyset \neq \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.
- ☐ ㉡ $7 \in B$
- ☐ ㉢ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \subset A$
- ☐ ㉤ $B \subset A$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 24\}$, $B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.
원소나열법으로 고쳐보면,
 $B = \{4, 8, 16, 32, 64, 96\}$ 이 된다.
색칠한 부분의 원소는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 64, 96\}$ 이다.
이때, 가장 큰 원소는 96 이다.

20. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)
- ① $p : a > 3, q : a^2 > 9$
 - ② $p : a^2 = ab, q : a = b$
 - ③ $p : |a| < |b|, q : a < b$
 - ④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$
 - ⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

- ① 충분조건
- ③ 아무런 조건관계가 아니다.
- ④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.
- ⑤ 필요충분조건

21. $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값과 $ab + xy$ 의 최댓값의 합은?(단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

i) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

$\therefore -2 \leq ax + by \leq 2$

ii) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2}, \quad 1 \geq |ab|$

$\therefore -1 \leq ab \leq 1$

$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2}, \quad 1 \geq |xy|$

$\therefore -1 \leq xy \leq 1$

$\therefore -2 \leq ab + xy \leq 2$

i), ii)에서, 최댓값의 합은 4

22. $a + b \leq 100$ 이고 $\frac{a+b^{-1}}{a^{-1}+b} = 13$ 을 만족하는 양의 정수 쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 1 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 13 개

해설

$$\frac{a+b^{-1}}{a^{-1}+b} = 13$$

분모, 분자에 ab 를 곱하면

$$\frac{a^2b+a}{b+ab^2} = \frac{a(ab+1)}{b(1+ab)} = \frac{a}{b} = 13$$

$$\therefore a = 13b$$

$a + b \leq 100$ 에 대입하면

$$14b \leq 100, 0 < b \leq \frac{100}{14} < 8$$

따라서 $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 이므로

(a, b) 의 개수는 7 개

23. 집합 $S = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

- $x \in A$ 이면 $\frac{1}{x} \in A$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2 개인 집합: $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\}$

⇒ 3 개

(4) 원소의 개수가 4 개인 집합 : $\{1, 1, 1, 1\}, \{1, 1, 1, 2\}, \{1, 1, 1, 3\}, \dots$

$$\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3 \text{ 개}$$

(5) 인 스 인 게 스 기 5 개 인 기 현 :

(5) 원 소 의 개 수 가 5 개 인 집 합 :

$$\left\{ \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, 1, 3, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, 1, 2, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{-}, \frac{1}{-}, 1, 2, 3 \right\} \Rightarrow 3 \text{ 개}$$

(6) 위스인의 개수가 6 개이 이하 : $\int_1^1 \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \rightarrow 1$ 개

(6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\{\bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, 2, 3, 4\} \Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A의 개수는 $1+2+2+2+2+1+1=15$ (개)

24. $a + b + c = abc = 3\sqrt{3}$ 인 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a^4 + b^4 + c^4$ 의
최솟값은?

① 9 ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ 27 ⑤ 81

해설

A, B, C 가 실수이면

$A^2 + B^2 + C^2 \geq AB + BC + CA$ 가 성립한다.

$$\therefore a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq (ab)(bc) + (bc)(ca) + (ca)(ab)$$

$$= abc(a + b + c)$$

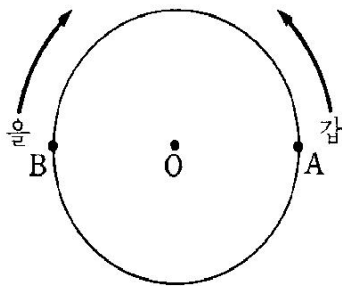
$$\therefore a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$$

$$= (3\sqrt{3})^2 = 27$$

등호는 $a^2 = b^2 = c^2$, $ab = bc = ca$ 일 때,

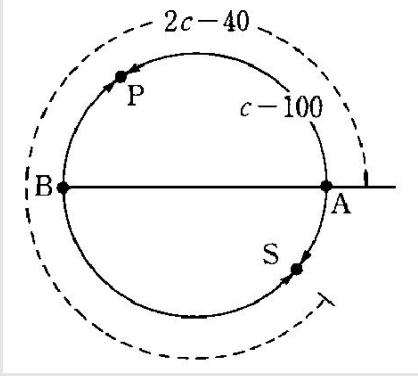
즉 $a = c$ 일 때 성립. 따라서 최솟값은 27

25. 갑, 을 두 사람이 원형 트랙의 반대편 두 지점 A, B 에서 동시에 일정한 속도로 서로 반대 방향으로 출발하였다. 을이 100m 를 갔을 때 두 사람은 처음 만났고, 갑이 A 지점을 40m 남겨 두고 두번째 만났다면 트랙 한 바퀴의 둘레의 길이는? (단, 두번째 만날 때까지 두 사람은 아직 트랙을 한 바퀴도 돌지 못했다고 한다.)



- ① 260 m
- ② 390 m
- ③ 520 m
- ④ 650 m
- ⑤ 780 m

해설



트랙 둘레의 길이를 $2c$ 라 하고, A, B를 출발점 P, S 를 각각 첫 번째, 두 번째로 만나는 점이라고 하자.

점 P 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 : $c - 100$, 을 : 100

S 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 : $2c - 40$, 을 : $c + 40$

문제의 뜻으로부터 두 사람의 이동 속도가 일정하고 P, S 점까지 이동하는 데 걸린 시간이 같으므로

갑, 을의 속도를 각각 v_1, v_2 라 하면

시간 : $\frac{\text{이동거리}}{\text{속도}}$ 에서

$$\frac{c - 100}{v_1} = \frac{100}{v_2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{2c - 40}{v_1} = \frac{c + 40}{v_2} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{c - 100}{2c - 40} = \frac{100}{c + 40}$$

$$(c - 100)(c + 40) = 100(2c - 40)$$

$$c^2 - 60c - 4000 = 200c - 4000$$

$$c^2 - 260c = 0, c(c - 260) = 0$$

$$\therefore c \neq 0 \text{ 이므로 } c = 260$$

$$\text{따라서 트랙의 길이는 } 2c = 520 \text{ (m)}$$