1. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간　② 2 시간　③ 3 시간
④ 4 시간　⑤ 5 시간

해설

(평균)$=\dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\dfrac{14}{7}=2$(시간) 이다.

2. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답: 점

▷ 정답: 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은
$8.5 \times 4 = 34$(점)
5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$$\frac{34+x}{5} = 7.5,\quad 34 + x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5(\text{점})$$

3. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답 : 점

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답 : 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7}=80,$$

$a+b=157$ 이다.

$$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7}=\frac{146}{7},$$

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75,\ b=82$ 이다.

4. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

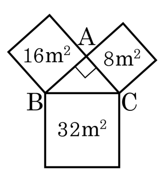
▷ 정답 : 50

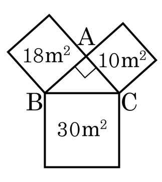
해설

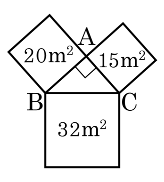
$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

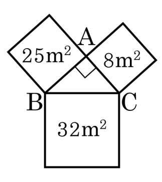
$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$

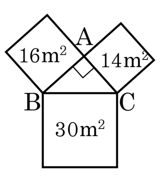
5. 다음 중 삼각형 ABC 가 직각삼각형인 것은 ?

①


②


③


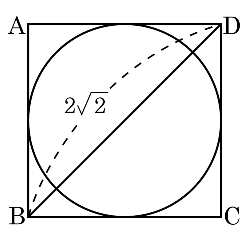
④


⑤


해설

직각삼각형의 밑변과 높이를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같으므로 정답은 ⑤번이다.

6. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형에 내접하는 원의 넓이는?



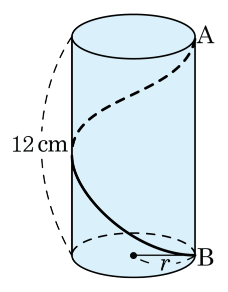
① 8π ② 6π ③ 4π

④ 2π ⑤ π

해설

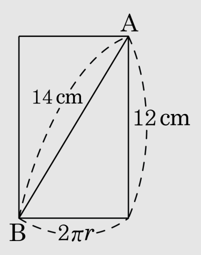
$\overline{BD} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이므로 $\overline{BC} = 2$
즉 원의 지름이 2 이므로 반지름은 1
따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi$ 이다.

7. 다음은 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 12 cm 인 원기둥 모양의 통나무이다. 이 통나무에 점 A 와 B 를 찍은 후 , 점 A 를 출발하여 통나무의 옆면을 돌아 점 B 에 이르는 최단 거리가 14 cm 이라고 할 때, r 의 값을 구하여라.



① $\dfrac{\sqrt{10}}{\pi}$ cm
② $\dfrac{\sqrt{12}}{\pi}$ cm
③ $\dfrac{\sqrt{13}}{\pi}$ cm
④ $\dfrac{\sqrt{15}}{\pi}$ cm
⑤ $\dfrac{\sqrt{17}}{\pi}$ cm

해설



$\overline{AB'} = \sqrt{14^2 - 12^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$2\pi r = 2\sqrt{13}$

$r = \dfrac{2\sqrt{13}}{2\pi} = \dfrac{\sqrt{13}}{\pi}(\text{cm})$

8. x, y, z의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은?

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z의 평균이 8이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots ㉠$

또, 분산이 2이므로 $\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75 = 6$

$x^2+y^2+z^2 = 81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\dfrac{81}{3} = 27$이다.

9. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

10. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

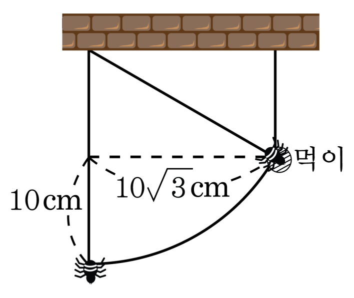
편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

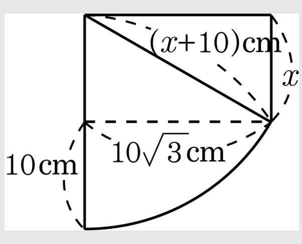
표준편차:2

11. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



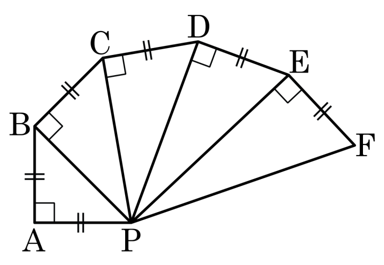
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설



간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해
$x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,
$300 = 20x + 100$
$\therefore x = 10$ 이다.

12. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

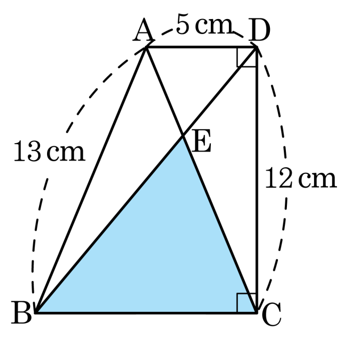


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

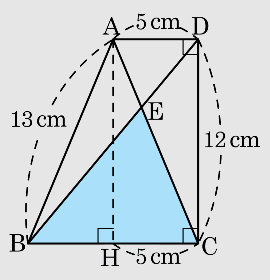
$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle$EBC 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2　② 50cm^2　③ 60cm^2
④ 70cm^2　⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$

$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

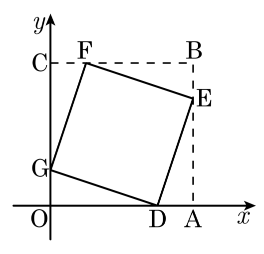
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$(\triangle\text{EBC의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle\text{DBC의 넓이})$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 40(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

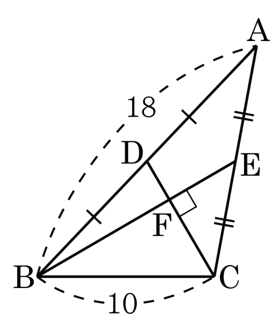
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

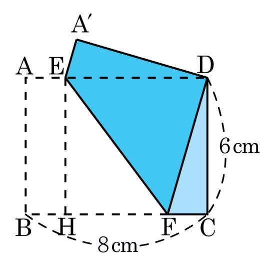
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$ ② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$ ④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\,\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\,\text{cm})$

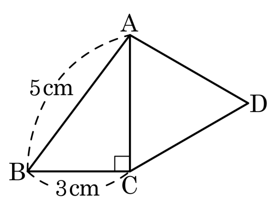
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\,\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

17. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



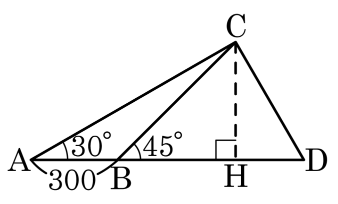
① $4\,\mathrm{cm}^2$　② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　④ $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB}=300$, $\angle A=30°$, $\angle CBH=45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

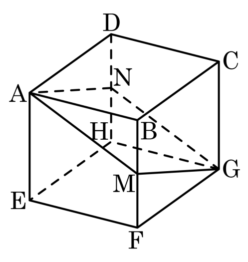


① $300(1+\sqrt{2})$ ② $300(1-\sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3}+1)$
④ $150(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH}=x$ 라 하면, $\overline{BH}=x$
$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$
$x:(300+x)=1:\sqrt{3}$
$300+x=\sqrt{3}x$
$(\sqrt{3}-1)x=300$
$x=150(\sqrt{3}+1)$

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,cm^2$　② $50\sqrt{3}\,cm^2$

③ $100\,cm^2$　④ $50\sqrt{5}\,cm^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,cm^2$

해설

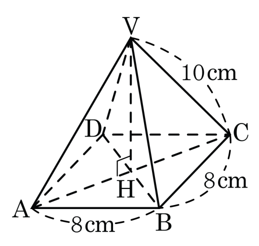
(마름모의 넓이) = (대각선) × (대각선) × $\frac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}\ (cm)$

$\overline{MN} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}\ (cm)$

따라서 $10\sqrt{3}\times 10\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (cm^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 10 cm 인 정사각뿔에서 △VHC 의 넓이는?



① $3\sqrt{34}\,\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{17}\,\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{34}\,\text{cm}^2$

④ $20\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

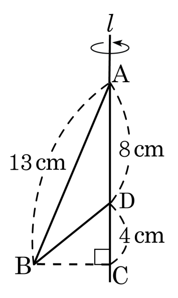
$\overline{AC} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{HC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{VH} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}(\text{cm})$

△VHC 의 넓이는 $S = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{17} = 4\sqrt{34}(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,cm^3$　　② $60\pi\,cm^3$

③ $\frac{200}{3}\pi\,cm^3$　　④ $80\pi\,cm^3$

⑤ $\frac{400}{3}\pi\,cm^3$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

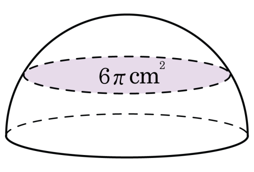
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (cm)$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (cm^3)$$ 이다.

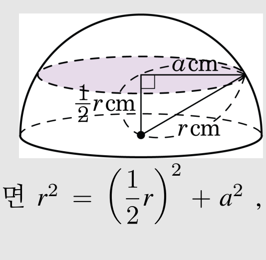
22. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$
$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,
$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} +$ 밑면의 넓이
구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$
밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$
따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

23. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{BE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{11}$, $\overline{BC} = \overline{DE} + 2$ 를 만족할 때, $\overline{BC}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = x + 2$

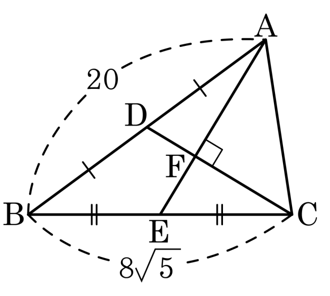
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$x^2 + (x+2)^2 = 3^2 + (\sqrt{11})^2$

$\therefore\ x = 2$

따라서 $\overline{BC} = 4$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 D, E 라 하고 $\overline{AE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 8\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

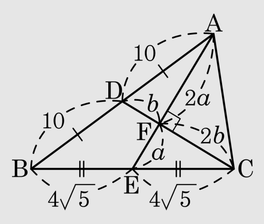


▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 F는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{EF} = a$, $\overline{DF} = b$ 라 하면 $\overline{AF} = 2a$, $\overline{CF} = 2b$



$\triangle ADF$ 에서 $4a^2 + b^2 = 100$

$\triangle CFE$ 에서 $a^2 + 4b^2 = 80$

$\therefore\ 5a^2 + 5b^2 = 180\ \therefore\ a^2 + b^2 = 36$

$\triangle AFC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 4a^2 + 4b^2 = 144$

$\therefore\ \overline{AC} = 12$

25. 넓이가 64 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변 삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

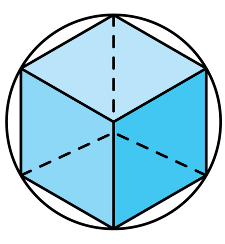
▶ 답 :

▷ 정답 : $128\sqrt{2} - 128$

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 이다.
정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.
그런데 정사각형의 한 변의 길이가 8 이므로
$\frac{\sqrt{2}}{2}x + x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 8$
$\therefore\ x = 8(\sqrt{2} - 1)$
따라서 정팔각형의 넓이는
$8^2 - \left\{\frac{1}{2} \times (8 - 4\sqrt{2}) \times (8 - 4\sqrt{2})\right\} \times 4 = 64 - 64(3 - 2\sqrt{2}) =$
$128\sqrt{2} - 128$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

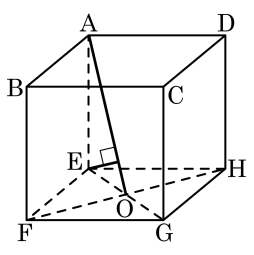
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\ &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 밑면의 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{EI}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle$AEO 는 $\overline{AE} = 6$ (cm), $\overline{EO} = 3\sqrt{2}$ (cm) 인 직각삼각형이 되므로

$\overline{AO} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

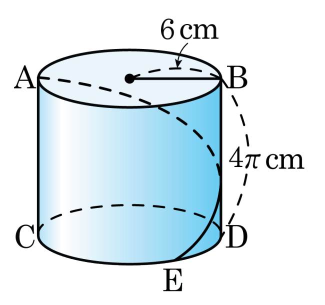
$\triangle$AEO 의 넓이를 구하는 식은

$\frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EO} = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{EI}$

$\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{6} \times \overline{EI}$

$\therefore\ \overline{EI} = 2\sqrt{3}$ (cm)

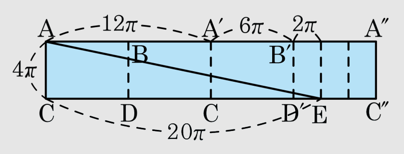
28. 다음 원기둥의 점 A 에서 출발하여 모선 BD 를 두 번 지난 후, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 를 2 : 1 로 나누는 점 E 로 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{26}\pi$ cm

해설

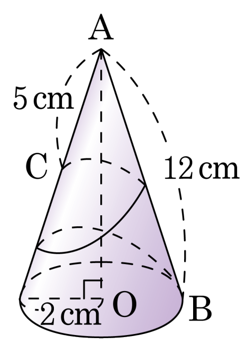


$\overline{\mathrm{AE}}^2 = \overline{\mathrm{AC}}^2 + \overline{\mathrm{CE}}^2$

$= (4\pi)^2 + (20\pi)^2 = 416\pi^2$

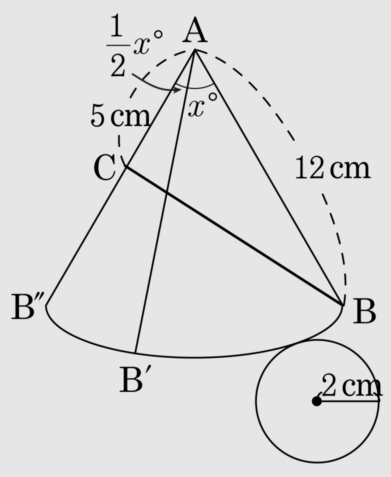
$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}} = 4\sqrt{26}\pi(\mathrm{cm})$

29. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

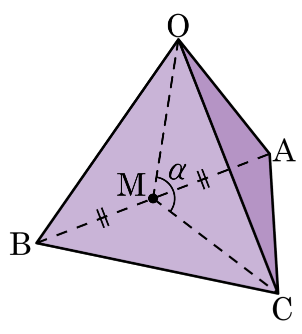
중심각 $= \dfrac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360°$ 이므로

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.

30. 정사면체 O – ABC 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle\mathrm{OMC} = \alpha$ 라 할 때, $\tan\alpha$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

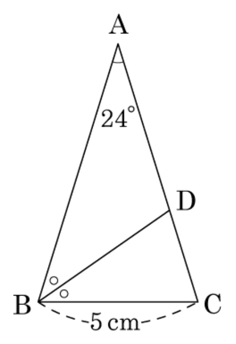
정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{\mathrm{OM}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{MH}} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x$ 정사면체의 높이 $\overline{\mathrm{OH}} = \frac{\sqrt{6}}{3}x$

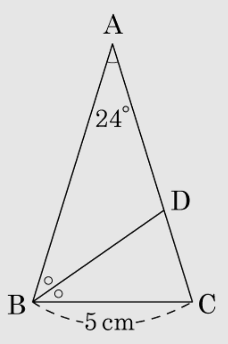
따라서 $\tan\alpha = \dfrac{\frac{\sqrt{6}}{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{6}x} = 2\sqrt{2}$ 이다.

31. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=24°$, $\overline{BC}=5\,cm$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 78°$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{5}-1}{5}$　② $\frac{\sqrt{5}-2}{5}$　③ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
④ $\frac{\sqrt{5}-2}{4}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}-3}{4}$

해설



$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \frac{180°-24°}{2} = 78°$,
$\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{AD}=5\ (cm)$
$\overline{CD}=x\ (cm)$ 라 하면 $\overline{AC}=\overline{AB}=5+x\ (cm)$
$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ ($\because$ AA 닮음)이므로
$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{CD}:\overline{BD} \Rightarrow 5:5+x=x:5$
$x^2+5x=25$
$x^2+5x-25=0$
$\therefore\ x=\frac{-5+\sqrt{125}}{2}=\frac{-5+5\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ x>0$)
$\overline{AC}=\overline{AB}=5+\left(\frac{-5+5\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$
$\therefore\ \cos 78° = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5+5\sqrt{5}}{2}} = \frac{5}{5+5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

32. $\tan A = 2$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{1}{3}$

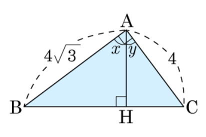
해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\ &= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\ &= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \ (\because \ \cos A + \sin A \neq 0) \\ &= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\ &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

33. 다음 그림에 대하여 주어진 식의 값을 구하여라.



$\sin x + \sqrt{3}\sin y$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

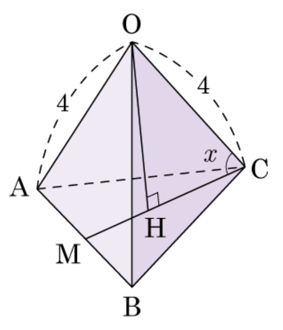
직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 AA 닮음이므로
$\angle x = \angle \mathrm{ACH}, \angle y = \angle \mathrm{ABH}$ 이다.

또, $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2}$
$= \sqrt{48+16}$
$= \sqrt{64} = 8$ 이다.

따라서 $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \sin y = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\sin x + \sqrt{3}\sin y = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}$
$= \dfrac{2\sqrt{3}}{2}$
$= \sqrt{3}$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

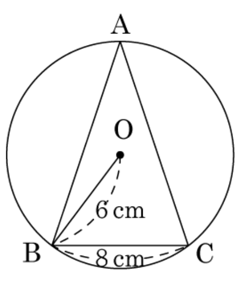
$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore\ \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

35. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 에 내접하는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\sin A + \cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

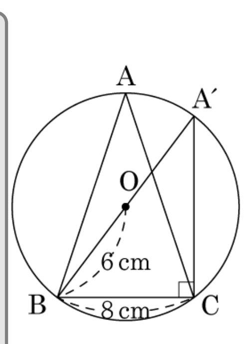
▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

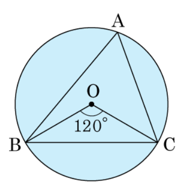
$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A}'$, $\overline{\mathrm{BA}'} = 12\ (\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \sin A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\cos A = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서 $\sin A + \cos A \times \tan A$ 의 값은 $\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{3}$ 이다.



36. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 외접원 O 에서 $\angle BOC = 120°$, $\angle OBC = \theta$ 이면,
$\cos\theta \times \cos A + \sin\theta \times \sin A$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$
④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1$ ⑤ $\sqrt{3}+1$

해설

$\angle BOC = 120°$ 이므로 $\angle BAC = 60°$, $\angle OBC = \theta = 30°$ ($\because$ 5.0pt$\overparen{BC}$ 의 원주각)

(준식)$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

37. $\cos^2 1° + \cos^2 2° + \cos^2 3° + \cdots + \cos^2 89° + \cos^2 90°$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{89}{2}$

해설

$\cos^2 89° = \sin^2 1°$
$\cos^2 88° = \sin^2 2°$
$\vdots$
$\cos^2 46° = \sin^2 44°$

$$\begin{aligned}\therefore \text{(준식)} &= \cos^2 1° + \cos^2 2° + \cdots + \cos^2 44° \\ &\quad + \sin^2 44° + \cdots + \sin^2 2° + \sin^2 1° \\ &\quad + \cos^2 45° + \cos^2 90° \\ &= 1 \times 44 + \frac{1}{2} + 0 \\ &= \frac{89}{2}\end{aligned}$$