

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.
- ㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.
- ㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.
- ㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.
㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

2. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

- ① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

3. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

4. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} \\
 &= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})
 \end{aligned}$$

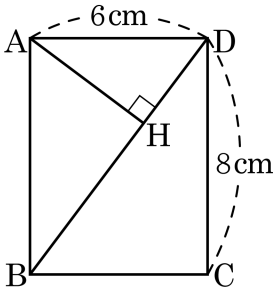
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \} \\
 &= \frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

5. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 6cm, 8cm 인 직사각형이 있다. $AH \perp BD$ 라고 할 때, $\overline{AH} + \overline{BH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11.2 cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

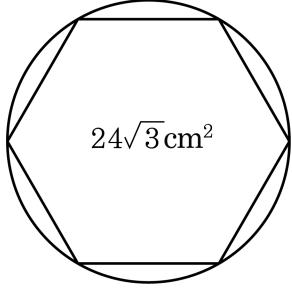
$\triangle ABD$ 의 넓이를 구하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$$

$$\overline{AH} = \frac{24}{5} \text{cm}, 8^2 = \overline{BH} \times 10, \overline{BH} = \frac{32}{5} \text{cm}$$

$$\overline{AH} + \overline{BH} = \frac{24}{5} + \frac{32}{5} = \frac{56}{5}(\text{cm})$$

6. 다음 그림과 같이 넓이가 $24\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정육각형이 원에 내접하고 있다. 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

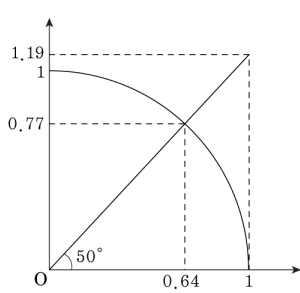
해설

정육각형을 정삼각형 6 개로 나누면 한 개의 넓이는 $24\sqrt{3} \div 6 = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$ 이다.

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

$a > 0$ 이므로 $a = 4(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 $\sin 40^\circ$ 의 값은?



- ① 0 ② 0.64 ③ 0.77 ④ 1 ⑤ 1.19

해설

$$\sin 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.64}{1} = 0.64$$

8. 은정이는 5회에 걸친 사회 시험에서 4회까지 83점, 84점, 79점, 90점을 받았고, 5회는 병결로 인해 4회까지의 평균 성적의 50%를 받았다. 은정이의 5회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

- ① 72 점 ② 73.2 점 ③ 75.6 점
④ 77.8 점 ⑤ 82 점

해설

$$4 \text{ 회 } \text{까지의 평균} : \frac{83 + 84 + 79 + 90}{4} = \frac{336}{4} = 84(\text{점})$$

$$5 \text{ 회 } \text{성적} : 84 \times \frac{50}{100} = 42(\text{점})$$

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$$= \frac{83 + 84 + 79 + 90 + 42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6(\text{점})$$

9. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2,2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4,5}$	$\sqrt{5}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
- ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

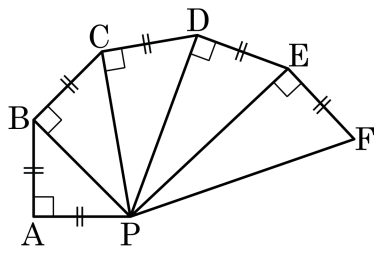
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	$2,2$ $=\sqrt{4,84}$	$2\sqrt{2}$ $=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$ $=\sqrt{\frac{10}{4}}$ $=\sqrt{2,5}$	$\sqrt{4,5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

10. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?



- ① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

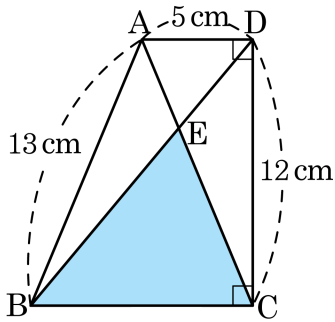
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4, \quad \overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



- ① 40cm^2

② 50cm^2

③ 60cm^2
- ④ 70cm^2

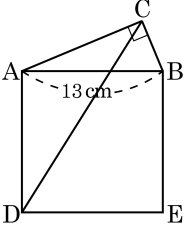
⑤ 80cm^2

해설

$\overline{AH} = 12\text{cm}$
 $\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$
 $\triangle EBC \sim \triangle EDA (\because \text{AA}\text{답음})$
 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$
 $(\triangle EBC \text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC \text{의 넓이})$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$
 $= 40(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\text{ cm}$, $\triangle ACD = 72\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

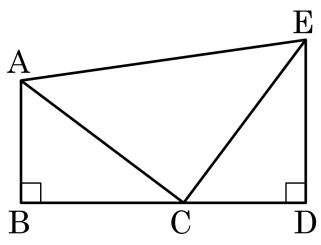
- ① 21 cm^2 ② 22 cm^2 ③ 25 cm^2
 ④ 30 cm^2 ⑤ 40 cm^2



해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 144 cm^2 이다.
 또, $\square ADEB = 13^2 = 169\text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
 $169 - 144 = 25\text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $AB = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



- ☒ ① $28 + 10\sqrt{2}$ ② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
 ③ $48 + 10\sqrt{2}$ ④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
 ⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
 $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$$\therefore \overline{DE} = 8$$

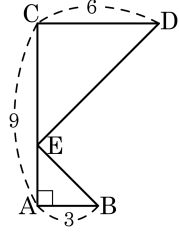
$$\overline{AB} = \overline{CD} = 6, \overline{BC} = \overline{DE} = 8$$
 또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
 $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ 이고, } \overline{AE} = 10\sqrt{2} \text{ 이다.}$$
 따라서 사다리꼴 둘레의 길이는

$$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$$

14. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ $6\sqrt{2}$
- ⑤ $9\sqrt{2}$



해설

점 D를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D'이라고 하면 $\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.
 $\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

15. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, 2k, 3k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$$

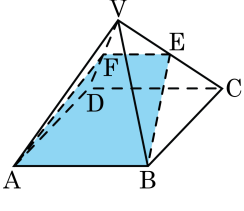
$$14k^2 = 224, k^2 = 16$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F라고 할 때, $\square ABEF$ 의 넓이를 구하면?
- ① $11\sqrt{10}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$ ④ $12\sqrt{11}\text{ cm}^2$
 ⑤ $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$



해설

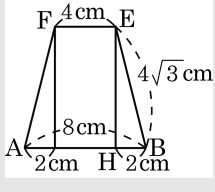
$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\text{ cm}$ ($\therefore$ 중점 연결 정리)

$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$

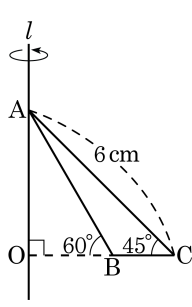
사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \square ABEF = (8 + 4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\text{cm}^2)$



17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?

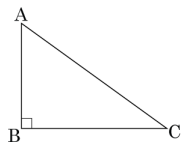
- ① $4\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$
 ③ $12\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$
 ⑤ $24\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$



해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)
 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$
 $\therefore \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)
 따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$
 $= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.

18. 다음 그림의 직각삼각형에 대하여 옳은 것은?

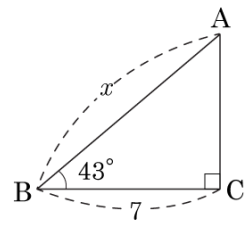


- ① $\cos A = \cos C$ ② $\tan C = \frac{1}{\tan C}$ ③ $\tan C = \frac{1}{\tan A}$
 ④ $\sin A = \cos A$ ⑤ $\cos C = \frac{1}{\cos A}$

해설

$\tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}}$, $\tan A = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\tan C = \frac{1}{\tan A}$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 x 라 할 때, x 값으로 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\frac{7}{\cos 43^\circ}$
④ $\frac{7}{\sin 43^\circ}$

② $7 \cos 43^\circ$
⑤ $\frac{7}{\sin 47^\circ}$

③ $7 \sin 43^\circ$

해설

$$\cos B = \cos 43^\circ = \frac{7}{x}$$

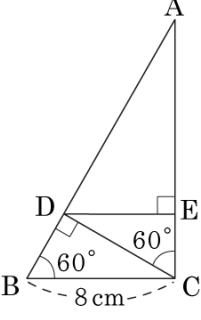
따라서 $x = \frac{7}{\cos 43^\circ}$ 이다.

$$\angle A = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ \text{ 이므로}$$

$$\sin A = \sin 47^\circ = \frac{7}{x}$$

따라서 $x = \frac{7}{\sin 47^\circ}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이는?



- ① 18cm^2 ② $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 18.5cm^2
 ④ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{CD} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.

$\triangle CDE$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{DE}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{DE} = 6\text{cm}$ 이다.

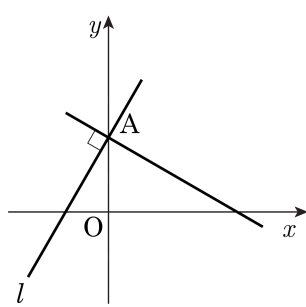
$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\angle A = 30^\circ$ 이고, $\angle ADE = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\tan 60^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AE}}{6} = \sqrt{3}, \overline{AE} = 6\sqrt{3}$ 이다.

넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = x + 2$
 ② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$
 ③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$
 ④ $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$
 ⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$



해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a^\circ = \sqrt{3}, a^\circ = 60^\circ$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 150° 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150^\circ(x - 0) + 2, y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

22. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90^\circ - 3\cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$
 $a + 2 + 8 = 0$, $a = -10$

23. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

- ① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z = 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3}$$

$$= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3}$$

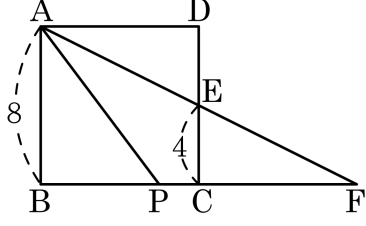
$$= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3}$$

$$= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.

24. 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 점 A와 점 P를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



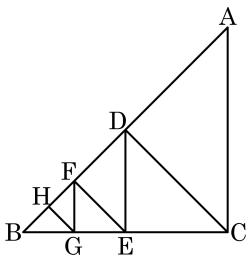
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle ECF \sim \triangle ABF$ 이므로
 $8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$
 $\therefore \overline{CF} = 8$
 $\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)
 $\triangle APF$ 는 이등변삼각형
 $\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$
 $\triangle ABP$ 에서
 $x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$
 $\therefore x = 10$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC} = 4$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D, 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E, 점 E 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 F, 점 F 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 G, 점 G 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형이므로 $\triangle HBG$, $\triangle HFG$, $\triangle FGE$, $\triangle FED$, $\triangle DEC$, $\triangle DCA$ 도 모두 직각이등변삼각형이다.

$\overline{HB} = a$ 로 놓으면

$$\overline{FG} = \overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\overline{EF} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a$$

$$\overline{DE} = \overline{CE} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\overline{DC} = \overline{AD} = \sqrt{8a^2 + 8a^2} = 4a$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16a^2 + 16a^2} = 4\sqrt{2}a$$

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\therefore 4\sqrt{2}a = 4, a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 삼각형 BHG 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

26. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 8\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 의 중점을 D, E 라 할 때, $\overline{CD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 320

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + (8\sqrt{3})^2} = 16$$

이때 점 D, E 가 변 AB, AC 의 중점이므로

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

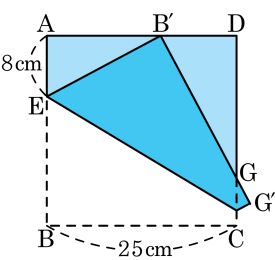
$$\therefore \overline{DE} = 8$$

$$\triangle ABE \text{ 에서 } \overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$$

$$\triangle ADC \text{ 에서 } \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 \\ &= \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2 \\ &= 16^2 + 8^2 \\ &= 320\end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 25cm인 정사각형 ABCD에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



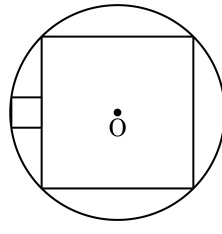
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{85}{4}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{EB} &= \overline{EB'} = 25 - 8 = 17(\text{cm}) \\ \triangle AEB' \text{에서 } \overline{AB'} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm}) \\ \overline{B'D} &= \overline{AD} - \overline{AB'} = 25 - 15 = 10(\text{cm}) \\ \triangle AEB' &\sim \triangle DB'G \text{ 이므로} \\ \overline{AE} : \overline{B'D} &= \overline{EB'} : \overline{B'G} \\ 8 : 10 &= 17 : \overline{B'G} \\ \therefore \overline{B'G} &= \frac{85}{4}(\text{cm}) \end{aligned}$$

28. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10 이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

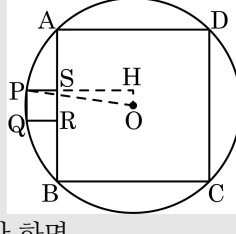
$$(x + 5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

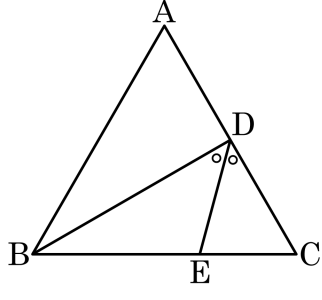
$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.



29. 정삼각형 ABC 의 $\angle B$ 의 이등분선이 변 AC 와 만나는 점을 D , $\angle BDC$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BED 의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3} + 2$

해설

삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 할 때,

$\triangle ABD$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로 $a : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

$$\overline{DC} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$$

$\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$

에서

$\frac{a}{2} \sqrt{3} : \frac{a}{2} = x : (a - x)$ 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$$\therefore x = \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3})$$

$\triangle BDH$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로

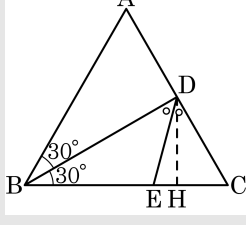
$\overline{BD} : \overline{DH} = 2 : 1$ 에서

$$\overline{DH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a \sqrt{3}}{4}$$

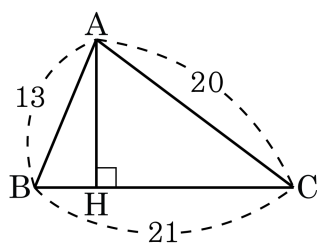
$$\begin{aligned} \therefore \triangle DEB &= \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3}) \times \frac{a \sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16} a^2 (\sqrt{3} - 1) \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$a^2 = \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \end{aligned}$$



30. 다음 그림에서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



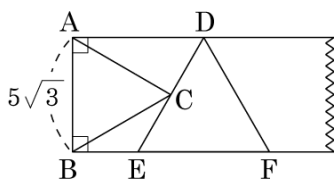
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} \overline{BH} &= x \text{ 라고 하면 } \overline{CH} = 21 - x \\ \sqrt{13^2 - x^2} &= \sqrt{20^2 - (21 - x)^2} \\ 169 - x^2 &= 400 - (21 - x)^2 \\ 169 - x^2 &= 400 - 441 + 42x - x^2 \\ 42x &= 210 \quad \therefore x = 5 \\ \therefore \overline{AH} &= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \end{aligned}$$

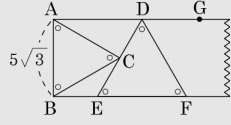
31. 다음 그림과 같이 폭이 $5\sqrt{3}$ 으로 일정한 종이테이프 내부에 두 개의 정삼각형 ABC, DEF 가 맞닿아 있다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



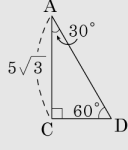
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

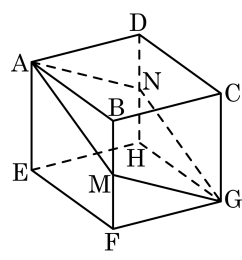


다음 그림에서 $\angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\overline{AG} \parallel \overline{BF}$ 이므로 $\angle ADC = \angle CEF = 60^\circ$ 이다.



$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AD} : 5\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}$, $\therefore \overline{AD} = 10$

32. 다음 그림과 같이 한 모서리가 6 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이는?



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

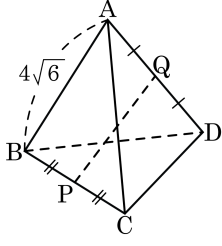
해설

1) $\overline{MN} = 6\sqrt{2}$

2) $\overline{AG} = 6\sqrt{3}$

$\therefore \square AMGN = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{6}$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{6}$ 인 정사면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 의 중점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

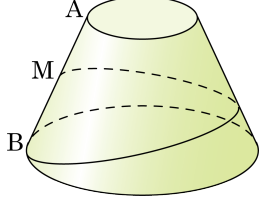
$\overline{AP}$ 와 $\overline{PD}$ 는 정삼각형 ABC와 DBC의 높이이므로

$$\overline{AP} = \overline{PD} = \sqrt{(4\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{6})^2} = 6\sqrt{2}$$

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$$\overline{PQ} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{6})^2} = 4\sqrt{3}$$

34. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8, 윗면의 반지름의 길이가 4, 모선의 길이가 16 인 원뿔대가 있다. 이 원뿔대의 밑면의 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다음 그림에서 $\triangle OAH \sim \triangle OBH'$ (AA 닮음) 이고, 닮음비가 1 : 2 이므로 $OA = 16$ 이다.



또, 원뿔대의 옆면의 전개도에서

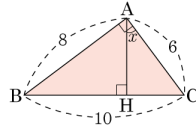
$\angle BOB' = x$ 라 하면

$$2\pi \times 16 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 4$$

$$\therefore x = 90^\circ$$

따라서, $BM = \sqrt{32^2 + (16 + 8)^2} = 40$ 이다.

35. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle HAC = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

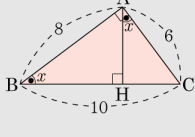


- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$\triangle AHC \sim \triangle BAC$ (AA 닮음), $\angle x = \angle ABC$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



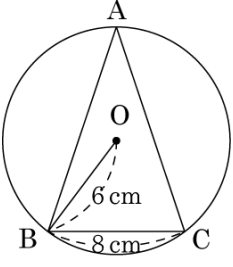
36. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 8$ cm 일 때, $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{4}{9}$



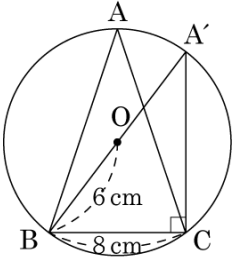
해설

$\angle A = \angle A'$, $\overline{BA'} = 12$ (cm) 이므로
 $\overline{A'C} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$ (cm)

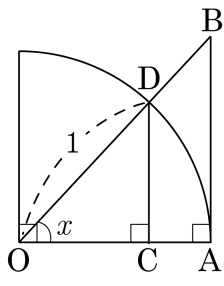
$\therefore \sin A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\cos A = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서 $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은

$\frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{9}$ 이다.



37. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\overline{OC} = 0.59$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
53°	0.80	0.60	1.33
54°	0.81	0.59	1.38
55°	0.82	0.57	1.43
56°	0.83	0.56	1.48

- ① 2.25 ② 1.38 ③ 2.19 ④ 1.93 ⑤ 0.81

해설

$\overline{OC} = 0.59$ 이므로 $x = 54^\circ$ 이다.
 $\overline{CD} = 1 \times \sin 54^\circ = 1 \times 0.81 = 0.81$
 $\overline{AB} = 1 \times \tan 54^\circ = 1 \times 1.38 = 1.38$
 $\overline{AB} + \overline{CD} = 1.38 + 0.81 = 2.19$