1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

2. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

3. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

반	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.

㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.

㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.

㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.

㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

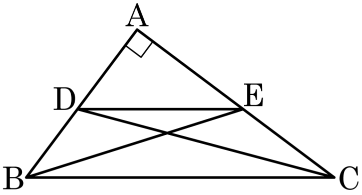
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. ⇒ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. ⇒ 미희 성적이 더 고르다.
㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. ⇒ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

4. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $3\sqrt{5}\,\text{cm}$　③ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

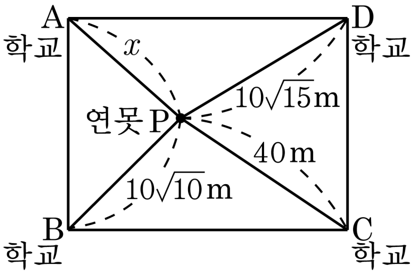
④ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$x = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$

5. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2$, $x^2 = 900$, $x = 30\text{m}$ 이다.

$(\text{시간}) = \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초) 이다.

6. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 다음과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 다른 것은?

① $5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 2\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}, 4\sqrt{3}$

③ $5, 7, 3\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{15}, 5\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

⑤ $4, 4\sqrt{2}, 8$

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이다.

① $\sqrt{50+50+28} = \sqrt{128}$

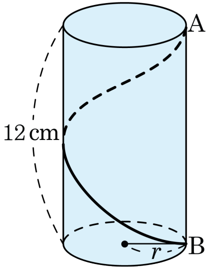
② $\sqrt{40+40+48} = \sqrt{128}$

③ $\sqrt{25+49+54} = \sqrt{128}$

④ $\sqrt{60+50+18} = \sqrt{128}$

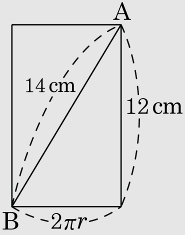
⑤ $\sqrt{16+32+64} = \sqrt{112}$

7. 다음은 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 12 cm 인 원기둥 모양의 통나무이다. 이 통나무에 점 A 와 B 를 찍은 후 , 점 A 를 출발하여 통나무의 옆면을 돌아 점 B 에 이르는 최단 거리가 14 cm 이라고 할 때, r 의 값을 구하여라.



① $\dfrac{\sqrt{10}}{\pi}$ cm　② $\dfrac{\sqrt{12}}{\pi}$ cm
③ $\dfrac{\sqrt{13}}{\pi}$ cm　④ $\dfrac{\sqrt{15}}{\pi}$ cm
⑤ $\dfrac{\sqrt{17}}{\pi}$ cm

해설



$$\overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{14^2 - 12^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$2\pi r = 2\sqrt{13}$$

$$r = \frac{2\sqrt{13}}{2\pi} = \frac{\sqrt{13}}{\pi}(\mathrm{cm})$$

8. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

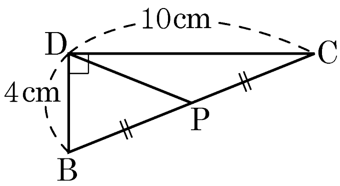
편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\dfrac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

표준편차: 2

9. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?

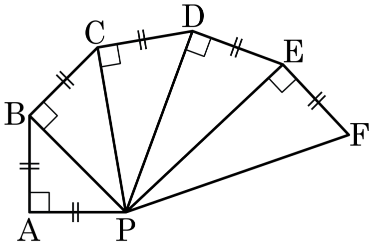


① $\sqrt{29}\,\text{cm}$　② $\sqrt{30}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\,\text{cm}$
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

10. $\overline{AP}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

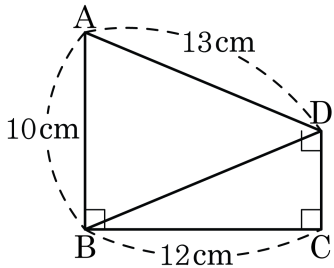
해설

$\overline{PB}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\overline{PC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{PD}=\sqrt{16}=4$, $\overline{PE}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

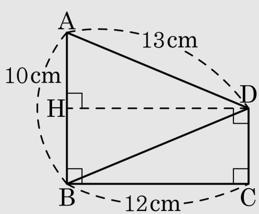
11. 가로의 길이가 12 cm , 세로의 길이가 10 cm 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 다음 그림과 같이 되었다.
$\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

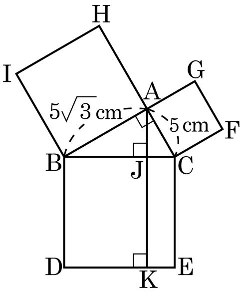
▷ 정답 : 13 cm

해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 내려 H 라 하면
$\overline{DH} = \overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$
$\overline{BH} = 10 - \overline{AH} = 5(\text{cm})$
$\therefore \triangle AHD \equiv \triangle BHD$ 이므로 $\overline{BD} = 13\,\text{cm}$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

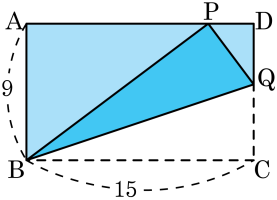
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.

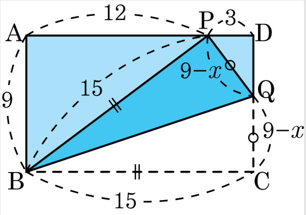
따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

13. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 $\overline{AD}$ 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 12 ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ 24

해설



$\overline{DQ} = x$ 라 하면 $\overline{CQ} = 9 - x$

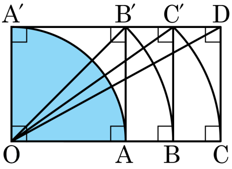
$\overline{BP} = \overline{BC} = 15$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$, $\overline{PD} = 3$

$\triangle DPQ$ 에서 $(9-x)^2 = x^2 + 3^2$

$18x = 72 \quad \therefore \; x = 4$

$\therefore \; \triangle DPQ = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

14. 다음 그림과 같이 □OAB′A′은 정사각형이고 두 점 B , C 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{OC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 사분원 OAA′ 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$　② $2\pi\,\text{cm}^2$　③ $3\pi\,\text{cm}^2$

④ $4\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OA} = x$라고 하면

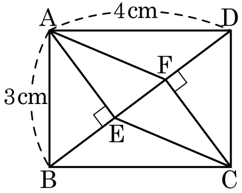
$\overline{OC} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x = 2$

따라서 사분원 OAA′ 의 넓이는

$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\text{cm}^2)$이다.

15. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\text{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

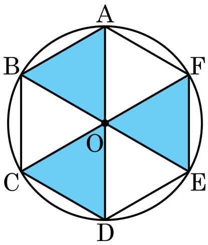
$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}\ \text{cm}$

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\text{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \square AECF = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
② $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $12\,\mathrm{cm}^2$
④ $27\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

17. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, −5) ② (0, −4) ③ (0, −3)

④ (0, −2) ⑤ (0, −1)

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

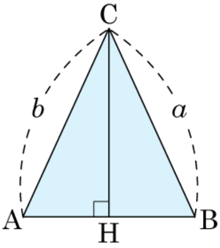
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

18. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AC}}=b$, $\overline{\mathrm{BC}}=a$, $\overline{\mathrm{CH}}\perp\overline{\mathrm{AB}}$ 일 때, $\dfrac{\sin\mathrm{A}}{\sin\mathrm{B}}$ 의 값은?



① a^2b^2 ② $a+b$ ③ ab

④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\sin\mathrm{A}=\dfrac{\overline{\mathrm{CH}}}{b}$, $\sin\mathrm{B}=\dfrac{\overline{\mathrm{CH}}}{a}$

따라서 $\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{a}{b}$ 이다.

19. 다음 중 계산 결과가 $\sin 30°$ 와 같지 않은 것은?

① $\cos 60°$

② $\tan 45° \times \sin 30°$

③ $\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°)$

④ $\frac{1}{2}(\sin 30° + \cos 60°)$

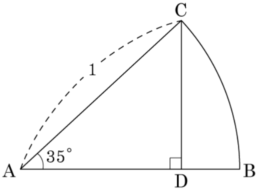
⑤ $2 \times (\sin 30° \times \cos 30° \times \tan 30°)$

해설

③ $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고, 중심각의 크기가 35° 인 부채꼴 ABC 가 있다. 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $1 - \tan 35°$ ② $1 + \sin 35°$ ③ $1 - \cos 35°$

④ $1 - \sin 35°$ ⑤ $1 + \cos 35°$

해설

$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD}$

$\overline{AB} = 1,\ \overline{AD} = 1 \times \cos 35°$

$\therefore \overline{BD} = 1 - \cos 35°$

21. 함수 $y = \sin^2 x - 2\sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0° \leq x \leq 90°$)

① 최댓값 2 , 최솟값 1

② 최댓값 3 , 최솟값 1

③ 최댓값 2 , 최솟값 −1

④ 최댓값 4 , 최솟값 1

⑤ 최댓값 1 , 최솟값 −3

해설

$\sin x = A \ (0 \leq A \leq 1)$ 라 하면

$y = A^2 - 2A + 2 = (A - 1)^2 + 1$

$A = 0$ 일 때, 최댓값 2

$A = 1$ 일 때, 최솟값 1 $(0 \leq A \leq 1)$

22. 방정식 $x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$ 의 두 근을 $\tan a$, $\tan b$ 라고 할 때, b 의 크기는? (단, $\tan a < \tan b$, a, b 는 예각)

① $0°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $80°$

해설

$x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$
$(x-1)(x-\sqrt{3})=0$
$x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}$ 이다.
$\tan a < \tan b$ 이므로 $\tan a=1$, $\tan b=\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore\ b=60°$

23. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$ 따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$$ 이다.

24. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2　　② M, S^2+1

③ $M+1$, S^2　　④ $M+1$, S^2+1

⑤ $M+1$, $(S+1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$$M=\frac{a+b+c}{3}$$

$$S^2=\frac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$$

$a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1=\frac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$$

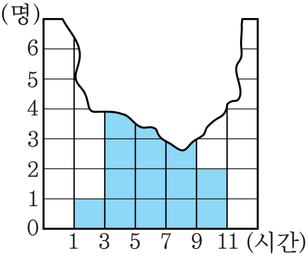
$$=\frac{(a+b+c)+3}{3}=\frac{a+b+c}{3}+1=M+1$$

$$S_1^2=\frac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$$

$$=\frac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$$

따라서 $a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1$, S^2 이다.

25. 다음은 영웅이네 반 학생 20 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이 때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 14명이다. 이 반 학생 20 명의 운동시간의 분산을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이므로 $20\times\frac{30}{100}=$ 6(명)

7 시간 미만인 학생은 14 명이므로 $1+6+x=14,\quad x=7$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $20-(1+6+7+2)=4$

$$(\text{평균}) = \frac{2\times1+4\times6+6\times7+8\times4+10\times2}{20} = \frac{2+24+42+32+20}{20} = \frac{120}{20} = 6(\text{시간})$$

따라서 구하는 분산은

$\frac{1}{20}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times6+(6-6)^2\times7+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$

$=\frac{1}{20}(16+24+0+16+32)=4.4$(시간) 이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 4이다.

26. $\overline{BC}=12,\ \overline{AC}=9,\ \angle C=90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{189}{25}$

해설

$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2+12^2} = 15$ 이므로

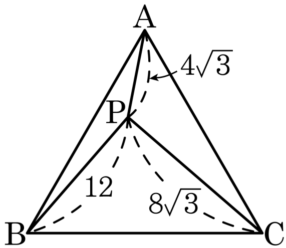
$\overline{AM} = \overline{MC} = \dfrac{15}{2}$

$15 \times \overline{CH} = 9 \times 12$ 에서 $\overline{CH} = \dfrac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{MH} = \sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{36}{5}\right)^2} = \dfrac{21}{10}$

$\therefore\ \triangle CMH = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{36}{5} \times \dfrac{21}{10} = \dfrac{189}{25}$

27. 정삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 에서 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리가 각각 $4\sqrt{3}$, 12, $8\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

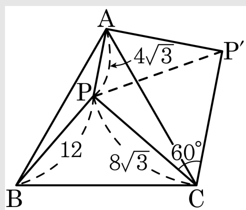


▶ 답 :

▷ 정답 : $84\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 $\triangle$PBC 를 점 C 를 중심으로 점 B 가 점 A 에 오도록 회전하고 보조선 $\overline{PP'}$ 를 그으면



$\overline{PC} = \overline{P'C} = 8\sqrt{3}$ 이고, $\angle PCP' = 60°$ 이므로 $\triangle PP'C$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{PP'} = 8\sqrt{3}$

이때, $\triangle PAP'$ 의 세 변의 길이의 비가 $4\sqrt{3} : 12 : 8\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

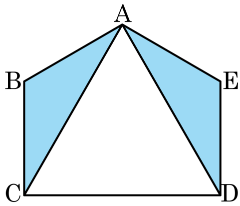
$\triangle PAP'$ 는 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90° 인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ACP'$ 에서 $\angle AP'C = 30° + 60° = 90°$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + (8\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{21}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{21})^2 = 84\sqrt{3}$$

28. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle A = \angle B = 120°$, $\angle C = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = \overline{AE} = 6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

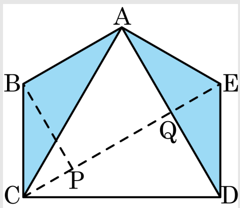


▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{AE}$, $\angle A = \angle B$ 이므로 □ABCE 는 등변사다리꼴이다.
점 A, B 에서 $\overline{CE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면



$\overline{CP} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{BP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AE} = \overline{DE} = 6$ 이므로

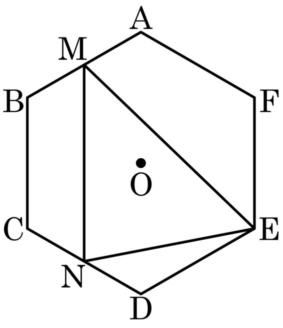
$$\therefore\ \overline{CP} = \frac{1}{2}\times 6 = 3,\ \overline{BP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 6 = 3\sqrt{3}$$
$$\therefore\ \overline{CE} = \overline{CP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 3 + 6 + 3 = 12$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 오각형 ABCDE 의 넓이에서 삼각형 ACD 의 넓이를 뺀 값이다.

$\therefore \triangle CDE + □ABCE - \triangle ACD$

$$= \frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3} + \frac{1}{2}\times(6+12)\times 3\sqrt{3} - \frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times(6+3) = 18\sqrt{3}$$

29. 다음과 같이 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하면 삼각형 EMN 의 넓이가 27 일 때, 정육각형 ABCDEF 의 넓이를 구하여라.

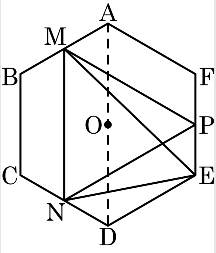


▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

정육각형의 한 변의 길이를 a 라 하자.
다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = 2a$ 이다.



따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN} = \frac{1}{2}(a + 2a) = \frac{3}{2}a$ 이다.

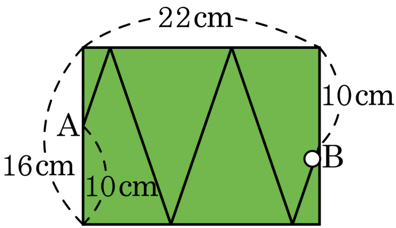
$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF} // \overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP = \triangle MNE$,

$\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 $\frac{3}{2}a$ 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2$

$\therefore\ \triangle EMN = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2 = 27$, $a^2 = 16\sqrt{3}$

정육각형 ABCDEF 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 6 개로 나누어지므로 정육각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 16\sqrt{3} = 72$ 이다.

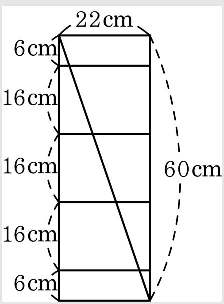
30. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?



① $\sqrt{4080}$cm ② $\sqrt{4081}$cm ③ $\sqrt{4082}$cm

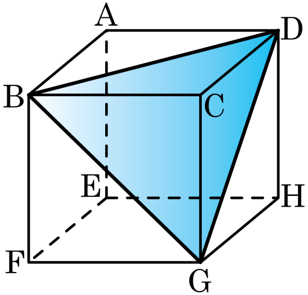
④ $\sqrt{4083}$cm ⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설



(공이 지나간 최단 거리) $= \sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

31. 다음 그림과 같이 정육면체의 꼭짓점 C 에서 삼각형 BGD 에 내린 수선의 길이가 18 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,

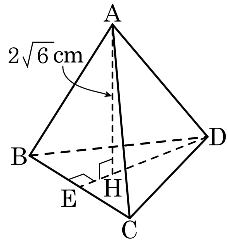
입체도형 C – BDG 의 부피에서

$$\frac{1}{3}\times\triangle BCG\times\overline{CD}=\frac{1}{3}\times\triangle BGD\times 18$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a\times a\times a=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2}a)^2\times 18$$

$$a^3=18\sqrt{3}a^2 \quad \therefore\ a=18\sqrt{3}$$

32. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\text{AH}} = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$ 일 때, 이 정사면체의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{\text{DH}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because\ \overline{\text{DE}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$$

$\triangle$ADH 에서 $\overline{\text{AH}}^2 = \overline{\text{AD}}^2 - \overline{\text{DH}}^2$ 이므로

$$\left(2\sqrt{6}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$$

$$24 = \frac{2}{3}x^2,\ x^2 = 36$$

$$\therefore\ x = 6\ (\text{cm})\ (\because\ x > 0)$$

$$(\text{겉넓이}) = 4\triangle\text{ABC} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$$
$$= 36\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

33. 부피가 $9\sqrt{2}$ 인 정팔면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하고 꼭짓점 A 에서 □BCDE 에 내린 수선의 발을 O 라 하면 △ABO 에서

$$\overline{\mathrm{BO}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{BO}}^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

정팔면체의 부피는

$2 \times$ (정사면체 A – BCDE의 부피) 이므로

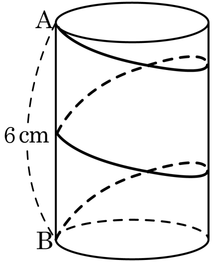
$$2 \times \left(\frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 9\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$\therefore\ a = 3$

즉, 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 이다.

따라서 정팔면체의 겉넓이는 $8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = 18\sqrt{3}$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\dfrac{1}{\pi}$ cm　② π cm　③ $\dfrac{2}{\pi}$ cm

④ $\dfrac{\pi}{2}$ cm　⑤ $\dfrac{4}{\pi}$ cm

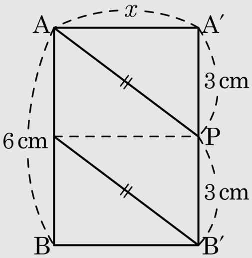
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{\mathrm{AP}}$

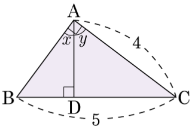
$\overline{\mathrm{AP}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2+9} = 5$

$\therefore\ x = 4$ (cm) $(\because\ x > 0)$, $2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \dfrac{2}{\pi}$ (cm)



35. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때, $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \backsim \triangle DAB \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

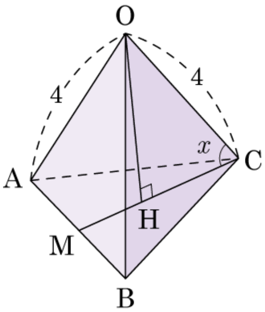
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$\tan x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{4}$, $\tan y = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore \tan x + \tan y = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{25}{12}$

$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \dfrac{25}{12} = 25$

36. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

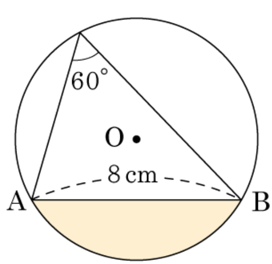
$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \ \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

37. 다음 그림과 같이 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 $60°$ 이고, $\overline{AB}=8\,\text{cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



① $16\pi-2\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

② $16\pi-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm}^2)$

③ $\dfrac{16}{9}\pi-\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm}^2)$

④ $\dfrac{64}{9}\pi-\dfrac{16}{3}\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

⑤ $\dfrac{4}{9}\pi-\dfrac{16}{3}\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

해설

원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\overline{AC'}\sin 60° = 8$, $\overline{AC'} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm})$

$\therefore\ r=\dfrac{1}{2}\overline{AC'}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm})$

$\angle AOB=120°$ 이므로 부채꼴 AOB 의 넓이는 $\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{64}{9}\pi$

따라서 색칠된 부분의 넓이는

$\dfrac{64}{9}\pi-\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2\times\sin 120°$

$=\dfrac{64}{9}\pi-\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.