1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(평균) = \frac{\{(계급값) \times (도수)\}\text{ 의 총합}}{(도수)\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(점)$$

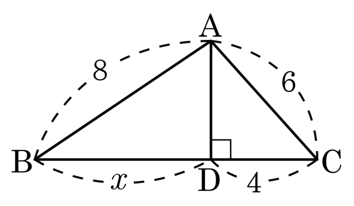
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

2. 다음 그림에서 x의 값은?

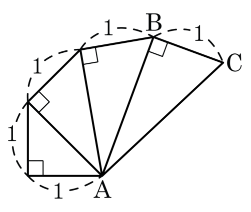


① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{11}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

$\triangle$ADC 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$
$\triangle$ABD 에서
$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$

3. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설
$\overline{AC} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

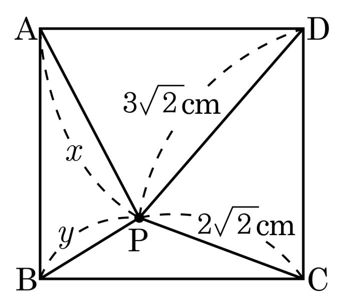
4. 직각삼각형 △ABC 의 세 변의 길이가 4, 5, x 일 때, 가능한 x 의 값을 모두 구하면? (정답 2 개)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ $\sqrt{35}$ ⑤ $\sqrt{41}$

해설

5가 가장 긴 변일 때, $x^2+4^2=5^2$ $\therefore\ x=3$
x가 가장 긴 변일 때, $4^2+5^2=x^2$ $\therefore\ x=\sqrt{41}$

5. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{\mathrm{PC}} = 2\sqrt{2}\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 3\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

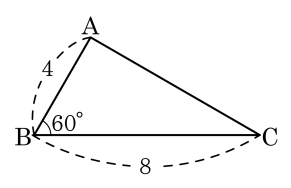


① 2　② 4　③ 6　④ 9　⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 넓이는?



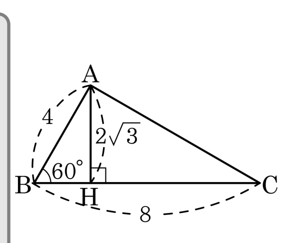
① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$
④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

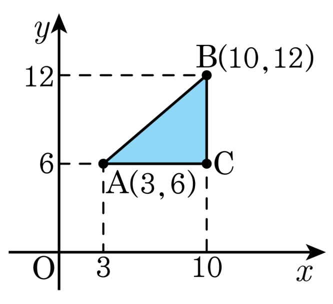
점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle$ABH 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$



7. 다음 좌표평면 위의 두 점 A$(3,6)$, B$(10,12)$ 사이의 거리를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



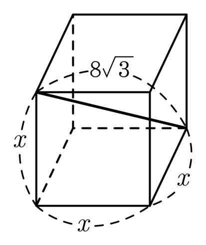
(두 점 A, B 사이의 거리)$=\overline{\mathrm{AB}}$
$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{AC}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2$
$=(10-3)^2+(12-6)^2$
$=49+36$
$=85$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\square$

① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

(두 점 A, B 사이의 거리)$=\overline{\mathrm{AB}}$
$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{AC}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2$
$=(10-3)^2+(12-6)^2$
$=49+36=85$

8. 다음 그림의 정육면체에서 x 의 값을 구하여라.



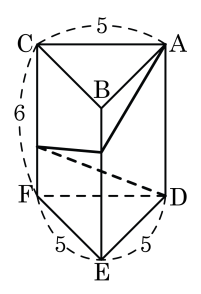
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{x^2+x^2+x^2} = 8\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

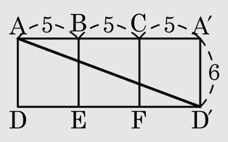
9. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?



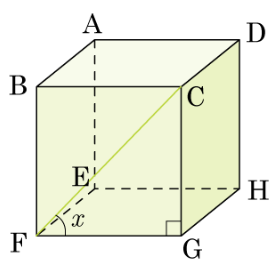
① $\sqrt{29}$　② $2\sqrt{29}$　③ $3\sqrt{29}$
④ $4\sqrt{29}$　⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{\mathrm{AD'}} = \sqrt{15^2+6^2} = \sqrt{225+36} = 3\sqrt{29}$



10. 다음 그림은 한 변의 길이가 1 인 정육면체이다. $\angle\mathrm{CFG} = x$ 일 때, $\sin x$ 의 값을 구하면?



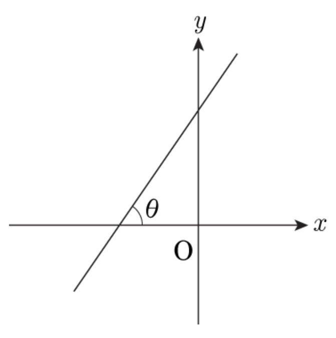
① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ 2

해설

$\overline{\mathrm{CF}} = \sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{CG}} = 1$ 이므로

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

11. 다음 그림은 직선 $x-\sqrt{3}y+3=0$ 의 그래프이다. 이때, $\angle\theta$ 의 크기를 구하면?



① $30°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$

$\therefore$ 기울기 : $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(기울기) $=\tan\theta$ 이므로 $\tan\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle\theta=30°$

12. $\sin 90° + \cos 0° - \tan 0° = A$, $\sin 0° + \tan 0° + \cos 90° = B$ 라 할 때, AB 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = 1 + 1 - 0 = 2$, $B = 0 + 0 + 0 = 0$ 이므로
$\therefore AB = 2 \times 0 = 0$

13. 다음 삼각비 중 가장 큰 것은?

① $\tan 45°$ ② $\sin 40°$ ③ $\sin 45°$
④ $\cos 30°$ ⑤ $\cos 40°$

해설

$\cos 30° = 0.8660,\ \ \sin 40° = 0.6428$
$\sin 45° = 0.7071,\ \ \cos 40° = 0.7660$
$\tan 45° = 1.000$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

15. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간　　② 2 시간　　③ 3 시간

④ 4 시간　　⑤ 5 시간

해설

(평균)$=\dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\dfrac{14}{7}=2$(시간)이다.

16. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

17. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

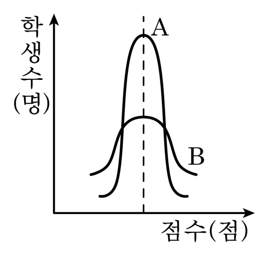
$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

18. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?



① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

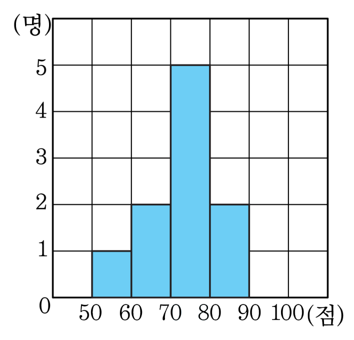
④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

19. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

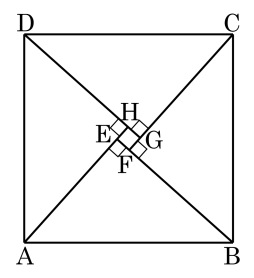
(평균)$= \frac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10} = \frac{730}{10} = 73$(점)

(분산)$= \frac{1}{10}\{(55-73)^2\times1+(65-73)^2\times2\}$

$+\frac{1}{10}\{(75-73)^2\times5+(85-73)^2\times2\}$

$=\frac{760}{10}=76$

20. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?



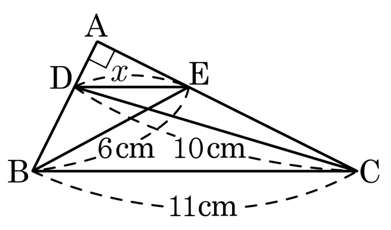
① $2(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$ ② $4(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$ ③ $4(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$

④ $8(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$ ⑤ $8(\sqrt{5}-2)\,\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로
한 변의 길이는 6cm 이다.
$\overline{AH} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로
$\overline{EH} = 2\sqrt{5} - 4 = 2(\sqrt{5}-2)$ 이고,
사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
$2(\sqrt{5}-2) \times 4 = 8(\sqrt{5}-2)$ cm이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 11\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



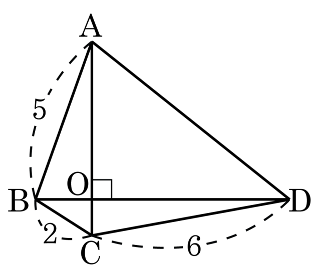
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$6^2 + 10^2 = 11^2 + x^2$ 이므로 $x^2 = 136 - 121 = 15$

22. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?

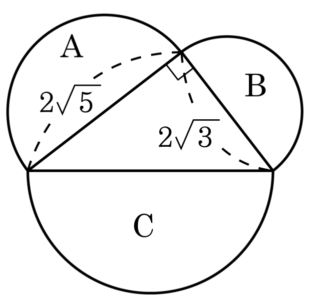


① $\sqrt{55}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{57}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $\sqrt{59}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
$5^2 + 6^2 = \overline{AD}^2 + 2^2$
$\overline{AD}^2 = 61 - 4 = 57$
따라서 $\overline{AD} > 0$ 이므로
$\overline{AD} = \sqrt{57}$ 이다.

23. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ 라고 할 때, $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}$ 의 값을 구하면?



① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

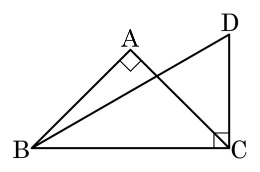
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\mathrm{C} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $\mathrm{C} = \mathrm{A}+\mathrm{B}$ 이므로 $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C} = 3\mathrm{C} = 12\pi$

24. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45°$, $\angle BDC = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

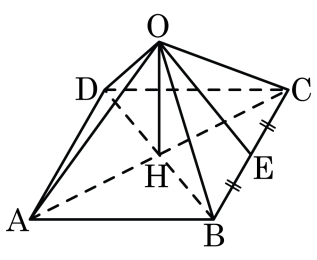


① $\sqrt{6}$　② 3　③ $2\sqrt{3}$
④ $3\sqrt{2}$　⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$\angle CBD = 30°$ 이므로
$\sqrt{3} : 2 = \overline{BC} : 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 6$
$\angle ABC = \angle ACB = 45°$ 이므로 $1 : \sqrt{2} = \overline{AB} : 6$
$\therefore \ \overline{AB} = 3\sqrt{2}$

25. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 O – ABCD 의 높이가 $\sqrt{3}$cm 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



① $16\sqrt{3}$cm^2　② $8\sqrt{10}+4$cm^2　③ $4\sqrt{10}+8$cm^2
④ $16\sqrt{2}$cm^2　⑤ 20cm^2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 4$(cm)

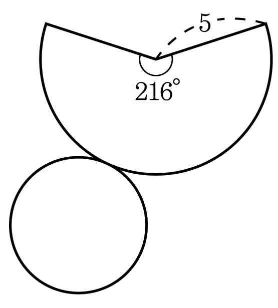
$\overline{HE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}$(cm)

$\triangle$OHE 는 직각삼각형이므로 $\overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}$(cm)

옆면의 이등변삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5} = \sqrt{10}$(cm^2)

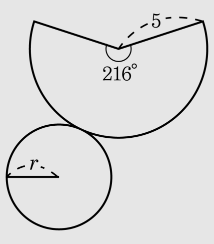
밑면의 넓이는 $2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 8$(cm^2)
그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 $4\times\sqrt{10}+8 = 4\sqrt{10}+8$(cm^2)

26. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.

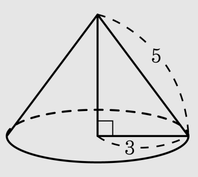


① 3π　② 6π　③ $\frac{15}{2}\pi$　④ 12π　⑤ $\frac{27}{2}\pi$

해설

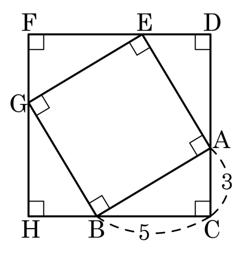


$$2\pi r = 10\pi \times \frac{216}{360}, \quad \therefore\ r = 3$$



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ 이므로 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ 이다.

27. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4 개를 모아 정사각형 CDFH 를 만든 것이다. $\overline{AC} = 3$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, □EGBA 의 넓이를 구하여라.



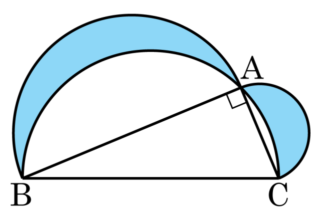
▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

△ABC 에서 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$
따라서, □ABGE는 한 변의 길이가 $\sqrt{34}$ 인 정사각형이므로
□ABGE $= (\sqrt{34})^2 = 34$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원을 각각 그렸다.$\overline{AC} = 5$,$\overline{BC} = 13$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



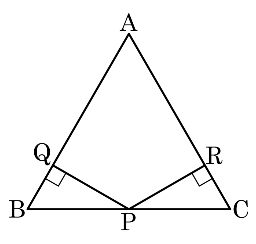
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 는$\overline{AC} = 5$,$\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형이므로
$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
$\overline{AB}$,$\overline{AC}$,$\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라 하면
$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로
(색칠된 부분의 넓이)
$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$
$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

29. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$　② $2\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{2}$
④ 6　⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2 = 25\sqrt{3}$

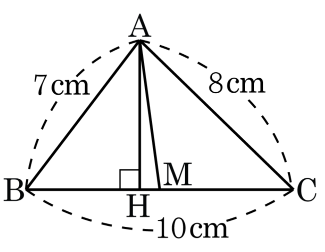
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10\times\overline{PQ}\times\frac{1}{2} = 5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10\times\overline{PR}\times\frac{1}{2} = 5\overline{PR}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{PQ}+5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR} = 5\sqrt{3}$

30. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\dfrac{6\sqrt{55}}{32}\text{cm}$ ② $\dfrac{7\sqrt{55}}{30}\text{cm}$ ③ $\dfrac{7\sqrt{55}}{32}\text{cm}$
④ $\dfrac{8\sqrt{55}}{30}\text{cm}$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{55}}{32}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BH} = x\text{cm}$, $\overline{HC} = (10 - x)\text{cm}$

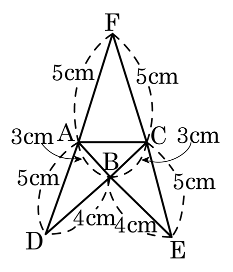
$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$, $x = \dfrac{17}{4}$, $\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\dfrac{17}{4}\right)^2} =$

$\dfrac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm})$

$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \dfrac{17}{4} = \dfrac{3}{4}(\text{cm})$

$\triangle AHM = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\sqrt{55}}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2)$

31. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

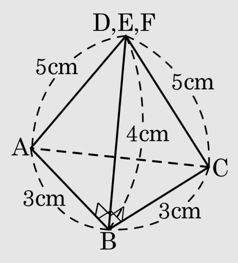


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

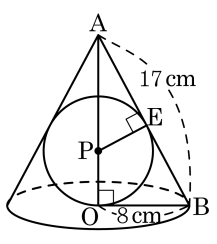
해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90°$ 인 직각삼각형이다.



$$(\text{삼각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6$$

32. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm, 모선의 길이가 17cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$

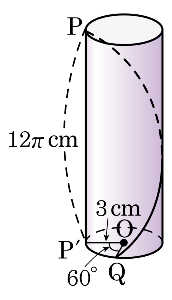
$\overline{PO} = x$ 라고 하면 $\overline{AP} = 15 - x$

$\triangle AEP \backsim \triangle AOB$ 에서 $15 - x : 17 = x : 8$

$17x = 8(15 - x),\ 17x = 120 - 8x,\ 25x = 120,$

$\therefore x = \frac{120}{25} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

33. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{\mathrm{OP'}}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP′ 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle \mathrm{P'OQ} = 60°$가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13π cm

해설

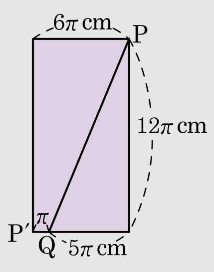
$\overline{\mathrm{P'Q}} = \dfrac{60°}{360°} \times 6\pi$

$= \pi$ (cm)

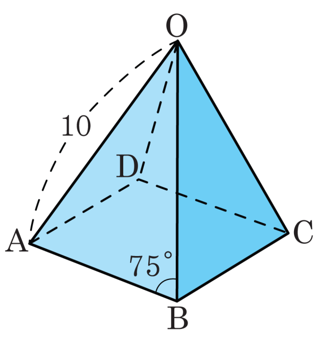
$\overline{\mathrm{QP}} = \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2}$

$= 13\pi$ (cm)

$\therefore$ 13π cm



34. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB 의 무게중심에서 삼각형 OCD 의 무게중심까지 겉면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

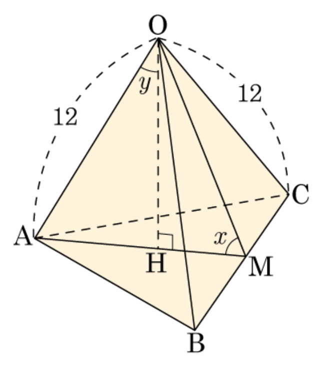
▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75°$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이고, 삼각형 OAB 의 무게중심을 P, 삼각형 OCD 의 무게중심을 Q 라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60°$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O 에서 P 까지의 거리이다.

$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$

35. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 12 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle\mathrm{OMH} = x$, $\angle\mathrm{AOH} = y$ 라 할 때, $\sin x \times \tan y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{\mathrm{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$

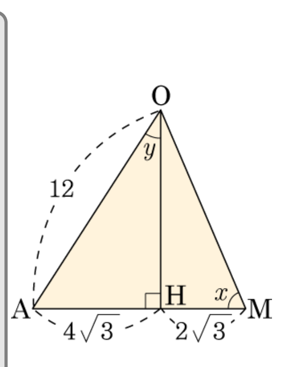
$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{AM}} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{HM}} = 2\sqrt{3}$

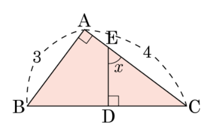
$\overline{\mathrm{OM}} = \overline{\mathrm{AM}} = 6\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{OH}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan y &= \frac{\overline{\mathrm{OH}}}{\overline{\mathrm{OM}}} \times \frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{OH}}} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



36. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?

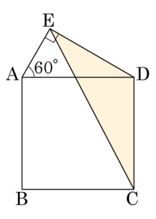


① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\triangle EDC \backsim \triangle BAC$(AA 닮음) 이므로
$\angle DEC = \angle ABC$ 이다.
따라서 $\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$ 이다.

37. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $72cm^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EDA = 30°$

$\overline{AD} = \overline{DC} = x$ 라 하면

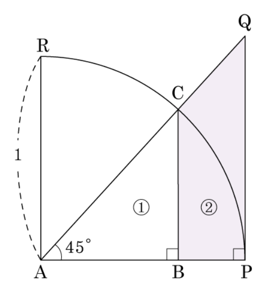
$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ (색칠한 부분의 넓이)

$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60° = \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 72$

$\frac{3}{8}x^2 = 72 \qquad \therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

38. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. ①과 ② 부분의 넓이를 구한 후 ②− ①의 값은?



① −2　　② −1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 1, \angle \mathrm{A} = 45°$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\overline{\mathrm{BC}} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{\mathrm{AP}} = 1, \angle \mathrm{A} = 45°$ 이므로 $\overline{\mathrm{AQ}} = \frac{1}{\cos 45°} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} =$

$\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{PQ}} = \tan 45° = 1$

빗금친 부분의 넓이= $\triangle$APQ 의 넓이− $\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이= $\frac{1}{2} \times (1 \times 1) = \frac{1}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이= $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1}{4} \cdots$ ①

∴ 빗금친 부분의 넓이= $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdots$ ②

∴ ②− ①= $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

39. $\tan(A-15^\circ) = 1$ 이고, $x^2 - 2x\tan A - 3(\tan A)^2 = 0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

① $3\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{3},\ \sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3},\ -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $A - 15^\circ = 45^\circ$, $A = 60^\circ$ 이다. 따라서 $x^2 - 2\tan 60^\circ x - 3(\tan 60^\circ)^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ 이다. 근을 구하면 $(x-3\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$, $x = 3\sqrt{3},\ -\sqrt{3}$ 이다.

40. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 9$$

$$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25 = 9$$

$$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-10\times 15+75 = 9$$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 84$

따라서 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right) = \frac{1}{6}(x^2+y^2+z^2) = \frac{84}{6} = 14$ 이다.

41. 다음 중 x의 개수가 가장 많은 것을 구하여라.

㉠ $\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$, 단 x는 자연수
㉡ $-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$, 단 x는 정수
㉢ $2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$, 단 x는 자연수

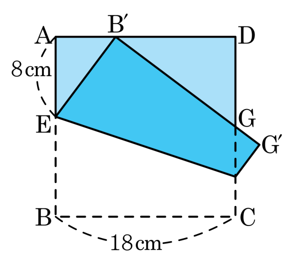
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$ 이므로 $2 < x^2 < 4$ 이다.
따라서 자연수 x는 없다.
$-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 이다.
따라서 $8 < x \leq 18$ 이므로
따라서 정수 x의 개수는 10개이다.
$2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$ 이므로 $12 \leq x \leq 16$이다.
따라서 정수 x의 개수는 5개이다.

42. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 18cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



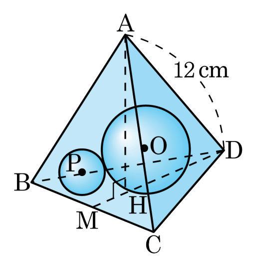
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{EB} = \overline{EB'} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$
$\triangle AEB'$ 에서 $\overline{AB'} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$
$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$
$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'G$ 이므로
$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$
$8 : 12 = 10 : \overline{B'G}$
$\therefore\ \overline{B'G} = 15(\text{cm})$

43. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

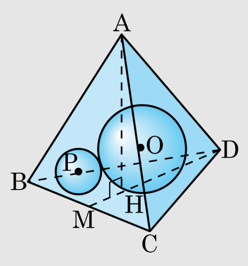


▶ 답 : ________ cm^3

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게 중심이므로



$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ (cm)

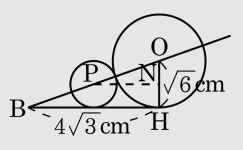
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle$OPN $\backsim$ $\triangle$OBH 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)