

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다.
학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값) $\times$ (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

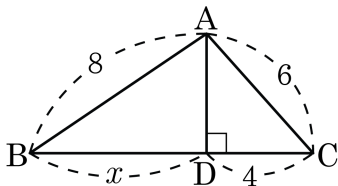
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 4

② 8

③ $2\sqrt{11}$

④ $10\sqrt{2}$

⑤ 12

해설

$$\triangle ADC \text{ 에서 } \overline{AD} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$\triangle ABD$ 에서

$$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?

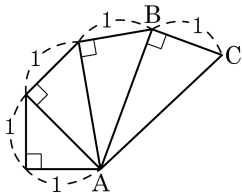
① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{이다.}$$

4. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 4, 5, x 일 때, 가능한 x 의 값을 모두 구하면? (정답 2개)

① 3

② 4

③ 5

④ $\sqrt{35}$

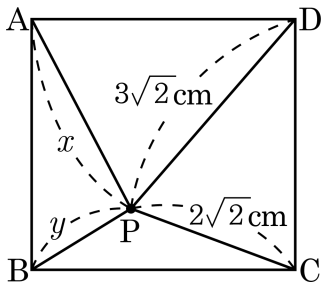
⑤ $\sqrt{41}$

해설

5가 가장 긴 변일 때, $x^2 + 4^2 = 5^2 \quad \therefore x = 3$

x 가 가장 긴 변일 때, $4^2 + 5^2 = x^2 \quad \therefore x = \sqrt{41}$

5. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



① 2

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 10

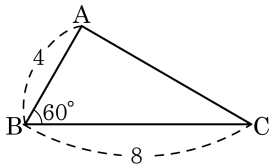
해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$

④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

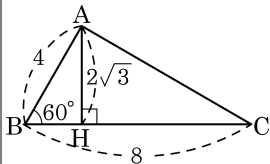


해설

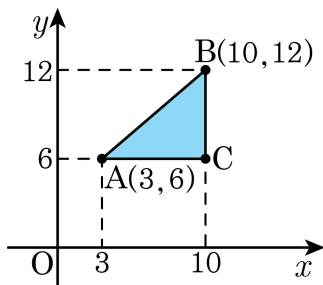
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$

$$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$



7. 다음 좌표평면 위의 두 점 A(3,6), B(10,12) 사이의 거리를 구하는 과정이다. 안에 알맞은 수를 구하여라.



(두 점 A, B 사이의 거리) = $\overline{AB}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$= (10 - 3)^2 + (12 - 6)^2$$

$$= 49 + 36$$

$$= 85$$

$$\therefore \overline{AB} = \text{}$$

① $3\sqrt{5}$

② 6

③ $6\sqrt{7}$

④ 8

⑤ $\sqrt{85}$

해설

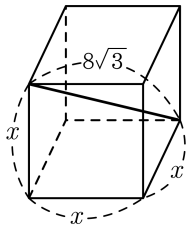
(두 점 A, B 사이의 거리) = $\overline{AB}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$= (10 - 3)^2 + (12 - 6)^2$$

$$= 49 + 36 = 85$$

8. 다음 그림의 정육면체에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = 8\sqrt{3} \text{ 이므로 } x = 8 \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구 하면?

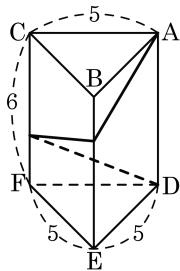
① $\sqrt{29}$

② $2\sqrt{29}$

③ $3\sqrt{29}$

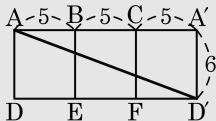
④ $4\sqrt{29}$

⑤ $6\sqrt{29}$

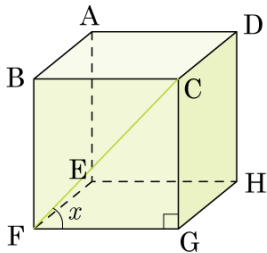


해설

$$\overline{AD'} = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{225 + 36} = 3\sqrt{29}$$



10. 다음 그림은 한 변의 길이가 1 인 정육면체이다. $\angle CFG = x$ 일 때, $\sin x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

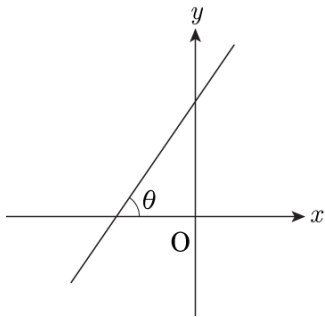
⑤ 2

해설

$\overline{CF} = \sqrt{2}, \overline{CG} = 1$ 이므로

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

11. 다음 그림은 직선 $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$ 의 그래프이다. 이때, $\angle \theta$ 의 크기를 구하면?



- ① 30° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{기울기} : \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(\text{기울기}) = \tan \theta \text{ 이므로 } \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle \theta = 30^\circ$$

12. $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ - \tan 0^\circ = A$, $\sin 0^\circ + \tan 0^\circ + \cos 90^\circ = B$ 라 할 때,
 AB 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$A = 1 + 1 - 0 = 2, B = 0 + 0 + 0 = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore AB = 2 \times 0 = 0$$

13. 다음 삼각비 중 가장 큰 것은?

① $\tan 45^\circ$

② $\sin 40^\circ$

③ $\sin 45^\circ$

④ $\cos 30^\circ$

⑤ $\cos 40^\circ$

해설

$$\cos 30^\circ = 0.8660, \sin 40^\circ = 0.6428$$

$$\sin 45^\circ = 0.7071, \cos 40^\circ = 0.7660$$

$$\tan 45^\circ = 1.000$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

15. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간

② 2 시간

③ 3 시간

④ 4 시간

⑤ 5 시간

해설

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 개수}\}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{2 + 1 + 0 + 3 + 2 + 1 + 5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{ 이다.}$$

16. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수

Y : 1 부터 200 까지의 홀수

Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$

② $x < y = z$

③ $x = y < z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

17. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

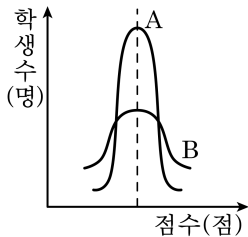
$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

18. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?

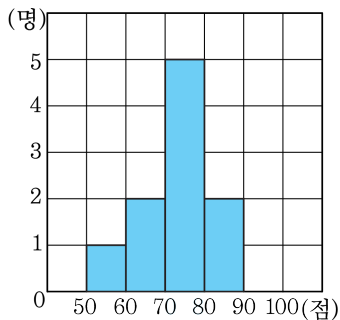


- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

19. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

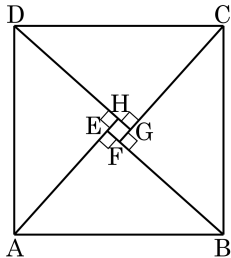
$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

20. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?



- ① $2(\sqrt{5} - 1)\text{cm}$ ② $4(\sqrt{6} - 1)\text{cm}$ ③ $4(\sqrt{5} - 1)\text{cm}$
 ④ $8(\sqrt{6} - 1)\text{cm}$ ⑤ $8(\sqrt{5} - 2)\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로

한 변의 길이는 6cm 이다.

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

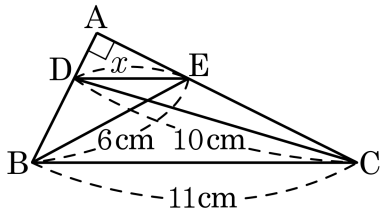
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로

$\overline{EH} = 2\sqrt{5} - 4 = 2(\sqrt{5} - 2)$ 이고,

사각형 EFGH 의 둘레의 길이는

$2(\sqrt{5} - 2) \times 4 = 8(\sqrt{5} - 2)\text{cm}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 11\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



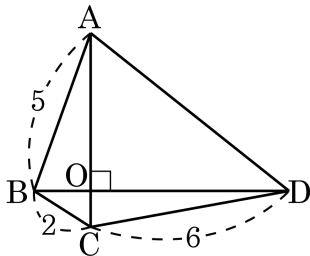
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$6^2 + 10^2 = 11^2 + x^2 \text{ 이므로 } x^2 = 136 - 121 = 15$$

22. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{55}$

② $2\sqrt{14}$

③ $\sqrt{57}$

④ $\sqrt{58}$

⑤ $\sqrt{59}$

해설

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

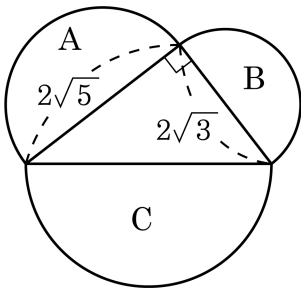
$$5^2 + 6^2 = \overline{AD}^2 + 2^2$$

$$\overline{AD}^2 = 61 - 4 = 57$$

따라서 $\overline{AD} > 0$ 이므로

$$\overline{AD} = \sqrt{57} \text{ 이다.}$$

23. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(A + B) + C$ 의 값을 구하면?



① 8π

② 10π

③ 12π

④ 14π

⑤ 16π

해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32$

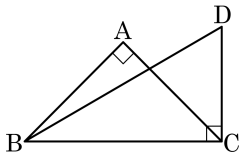
따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $C = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $C = A + B$ 이므로 $2(A + B) + C = 3C = 12\pi$

24. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$



해설

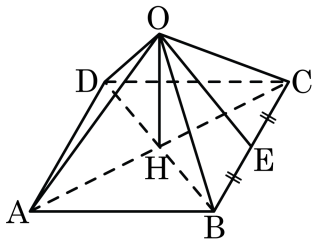
$\angle CBD = 30^\circ$ 이므로

$$\sqrt{3} : 2 = \overline{BC} : 4\sqrt{3}, \overline{BC} = 6$$

$\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ 이므로 $1 : \sqrt{2} = \overline{AB} : 6$

$$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{2}$$

25. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면은 이등변 삼각형인 정사각뿔이다. 정사각뿔 O-ABCD의 높이가 $\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 정사각뿔의 겉넓이는?



- ① $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{10} + 4\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{10} + 8\text{cm}^2$
 ④ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ 20cm^2

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4(\text{cm})$$

$$\overline{HE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$$

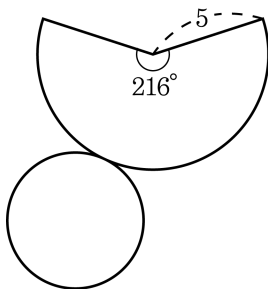
$$\triangle OHE \text{ 는 직각삼각형이므로 } \overline{OE} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\text{옆면의 이등변삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}(\text{cm}^2)$$

$$\text{밑면의 넓이는 } 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\text{cm}^2)$$

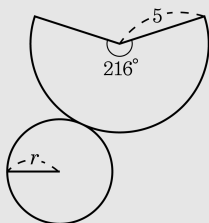
$$\text{그러므로 정사각뿔의 겉넓이는 } 4 \times \sqrt{10} + 8 = 4\sqrt{10} + 8(\text{cm}^2)$$

26. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.

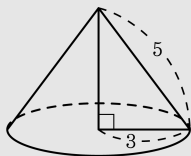


- ① 3π ② 6π ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ 12π ⑤ $\frac{27}{2}\pi$

해설

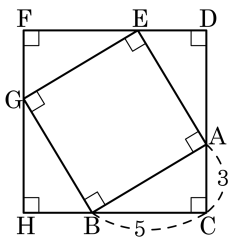


$$2\pi r = 10\pi \times \frac{216}{360}, \quad \therefore r = 3$$



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ 이므로 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ 이다.

27. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4 개를 모아 정사각형 CDFH 를 만든 것이다. $\overline{AC} = 3$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, $\square EGBA$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

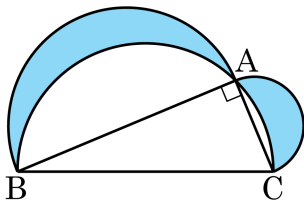
▷ 정답 : 34

해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

따라서, $\square ABGE$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{34}$ 인 정사각형이므로
 $\square ABGE = (\sqrt{34})^2 = 34$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원을 각각 그렸다. $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라 하면

$$S_1 + S_2 = S_3 \text{ 이므로}$$

(색칠된 부분의 넓이)

$$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$$

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$

29. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 를 구하면?

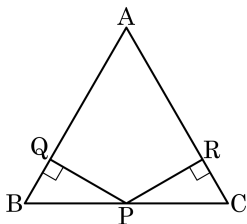
① $5\sqrt{3}$

② $2\sqrt{5}$

③ $5\sqrt{2}$

④ 6

⑤ 8



해설

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이 } S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$$

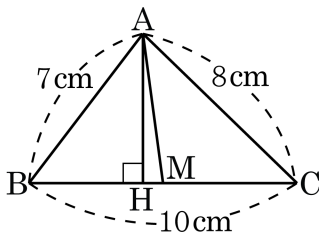
$$\triangle ABP \text{ 의 넓이 } S_2 = 10 \times \overline{PQ} \times \frac{1}{2} = 5\overline{PQ}$$

$$\triangle APC \text{ 의 넓이 } S_3 = 10 \times \overline{PR} \times \frac{1}{2} = 5\overline{PR}$$

$$S_1 = S_2 + S_3 \text{ 이므로 } 25\sqrt{3} = 5\overline{PQ} + 5\overline{PR}$$

$$\therefore \overline{PQ} + \overline{PR} = 5\sqrt{3}$$

30. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\frac{6\sqrt{55}}{32}\text{cm}$

② $\frac{7\sqrt{55}}{30}\text{cm}$

③ $\frac{7\sqrt{55}}{32}\text{cm}$

④ $\frac{8\sqrt{55}}{30}\text{cm}$

⑤ $\frac{9\sqrt{55}}{32}\text{cm}^2$

해설

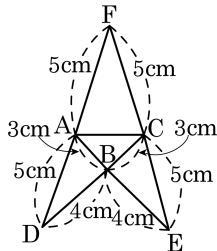
$$\overline{BH} = x\text{cm}, \overline{HC} = (10 - x)\text{cm}$$

$$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2, x = \frac{17}{4}, \overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{17}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm})$$

$$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4}(\text{cm})$$

$$\triangle AHM = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{55}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2)$$

31. 다음 그림과 같은 전개도를 가지는 삼각뿔의 부피를 구하여라.

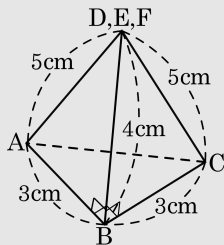


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

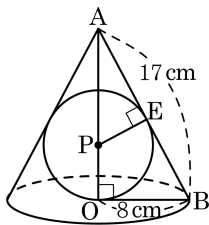
해설

$3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 는 $\angle ABD = \angle CBE = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



$$\begin{aligned}
 (\text{삼각뿔의 부피}) &= \frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{DB} \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3^2 \times 4 = 6
 \end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm, 모선의 길이가 17cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

$$\overline{AO} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$$

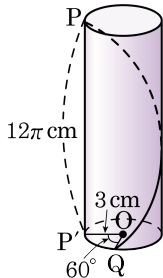
$$\overline{PO} = x \text{ 라고 하면 } \overline{AP} = 15 - x$$

$$\triangle AEP \sim \triangle AOB \text{ 에서 } 15 - x : 17 = x : 8$$

$$17x = 8(15 - x), 17x = 120 - 8x, 25x = 120,$$

$$\therefore x = \frac{120}{25} = \frac{24}{5} (\text{cm})$$

33. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{OP'}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP' 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle P'OQ = 60^\circ$ 가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

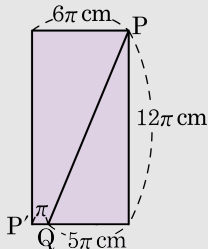
▷ 정답 : 13π cm

해설

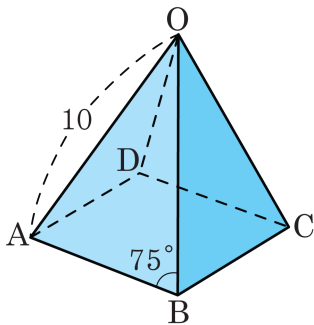
$$\begin{aligned}\overline{P'Q} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 6\pi \\ &= \pi \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{QP} &= \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} \\ &= 13\pi \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$$\therefore 13\pi \text{ cm}$$



34. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB의 무게중심에서 삼각형 OCD의 무게중심까지 걸면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

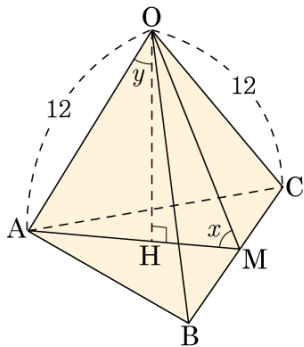
▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30^\circ$ 이고, 삼각형 OAB의 무게중심을 P, 삼각형 OCD의 무게중심을 Q라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O에서 P까지의 거리이다.

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

35. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 12인 정사면체의 한 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하자. $\angle OMH = x$, $\angle AOH = y$ 라 할 때, $\sin x \times \tan y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

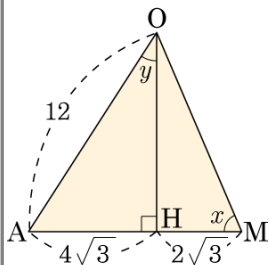
$$\overline{AH} = \overline{AM} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{HM} = 2\sqrt{3}$$

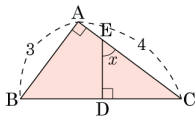
$$\overline{OM} = \overline{AM} = 6\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan y &= \frac{\overline{OH}}{\overline{OM}} \times \frac{\overline{AH}}{\overline{OH}} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



36. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$

② $\frac{4}{5}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

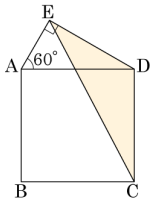
⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\triangle EDC \sim \triangle BAC$ (AA 닮음) 이므로
 $\angle DEC = \angle ABC$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$ 이다.

37. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60^\circ$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 72cm^2 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\angle EDA = 30^\circ$$

$$\overline{AD} = \overline{DC} = x \text{ 라 하면}$$

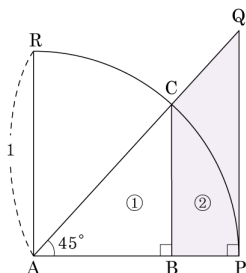
$$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ (색칠한 부분의 넓이)}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120^\circ) = 72$$

$$\frac{3}{8}x^2 = 72 \quad \therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

38. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. ①과 ② 부분의 넓이를 구한 후 ②- ①의 값은?



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AC} = 1, \angle A = 45^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\overline{BC} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle APQ \text{ 에서 } \overline{AP} = 1, \angle A = 45^\circ \text{ 이므로 } \overline{AQ} = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$\sqrt{2}, \overline{PQ} = \tan 45^\circ = 1$$

빗금친 부분의 넓이 = $\triangle APQ$ 의 넓이 - $\triangle ABC$ 의 넓이

$$\triangle APQ \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times (1 \times 1) = \frac{1}{2}$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1}{4} \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \text{빗금친 부분의 넓이} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{2} - \textcircled{1} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

39. $\tan(A - 15^\circ) = 1$ 이고, $x^2 - 2x \tan A - 3(\tan A)^2 = 0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

① $3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}, \sqrt{3}$

⑤ $-\sqrt{3}, -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $A - 15^\circ = 45^\circ$, $A = 60^\circ$ 이다. 따라서 $x^2 - 2 \tan 60^\circ x - 3(\tan 60^\circ)^2 = x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ 이다. 근을 구하면 $(x - 3\sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$, $x = 3\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ 이다.

40. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \dots\dots\textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 9$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

41. 다음 중 x 의 개수가 가장 많은 것을 구하여라.

㉠ $\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$, 단 x 는 자연수

㉡ $-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$, 단 x 는 정수

㉢ $2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$, 단 x 는 자연수

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\sqrt{2} < x < \sqrt{4}$ 이므로 $2 < x^2 < 4$ 이다.

따라서 자연수 x 는 없다.

$-3\sqrt{2} \leq -\sqrt{x} < -2\sqrt{2}$ 이므로 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 이다.

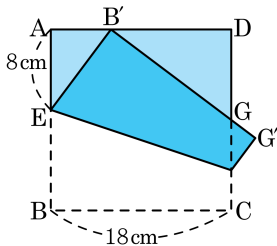
따라서 $8 < x \leq 18$ 이므로

따라서 정수 x 의 개수는 10개이다.

$2\sqrt{3} \leq \sqrt{x} \leq 4$ 이므로 $12 \leq x \leq 16$ 이다.

따라서 정수 x 의 개수는 5개이다.

42. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 18cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 15cm

해설

$$\overline{EB} = \overline{EB'} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$$

$$\triangle AEB' \text{ 에서 } \overline{AB'} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$$

$$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$$

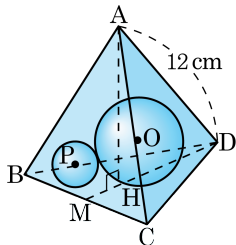
$$\triangle AEB' \sim \triangle DB'G \text{ 이므로}$$

$$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$$

$$8 : 12 = 10 : \overline{B'G}$$

$$\therefore \overline{B'G} = 15(\text{cm})$$

43. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi \text{cm}^3$

해설

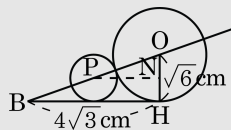
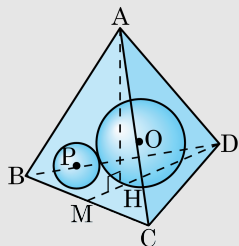
구 O 의 반지름을 r , 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게 중심이므로

$$\begin{aligned}\overline{DH} &= \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \overline{AH} = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

(정사면체 A - BCD 의 부피)

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \\ &= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r \\ \therefore r &= \sqrt{6} \text{ (cm)}\end{aligned}$$



$$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$\triangle OPN \sim \triangle OBH$ 이므로

$$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$$

$$(r' + \sqrt{6}) : 3\sqrt{6} = (\sqrt{6} - r') : \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$$

$$4\sqrt{6}r' = 12$$

$$\therefore r' = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{구 P의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$