

1. 집합 A 는 2, 3, 5, 7을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $1 \notin A$

② $2 \in A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

④ $9 \notin A$

⑤ $3 \in A$

2. $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$
일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 구하면?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$A = \{-2, 2\}, B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}, C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이고, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

① 4

② 5

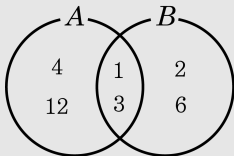
③ 13

④ 16

⑤ 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 6\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, A \cap B = \{1, 3\}$$



$$\therefore A = \{1, 3, 4, 12\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은 $1 + 3 + 4 + 12 = 20$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 7$, $n(B) = 6$, $n(A \cap B) = 2$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 7 + 6 - 2 = 11\end{aligned}$$

6. 전체집합 U 와 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $A \cap (A \cup B) = B$

② $A \cup (A \cap B) = A$

③ $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$

④ $(A - B)^c = A^c \cup B$

⑤ $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

해설

① $A \cap (A \cup B) = A$

7. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

8. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n = (\text{나})$ (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』의 대우는 ‘ n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’

∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$

∴ (나)- $2k$

9. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

10. 다음 중 일대일 함수는? (x 는 모든 실수)

① $f(x) = x^2$

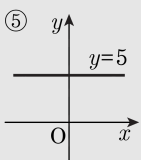
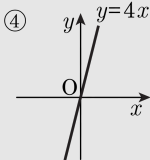
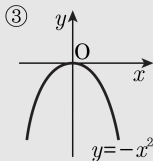
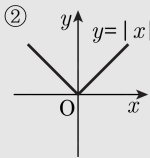
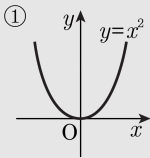
② $f(x) = |x|$

③ $f(x) = -x^2$

④ $f(x) = 4x$

⑤ $f(x) = 5$

해설



함수 $f: X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의
각 원소의 함수값이 서로 다를 때 일대일 함수라 한다.

11. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

12. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

13. $\frac{x-3}{x^2+x-6} \times \frac{x+3}{x^2-x-6}$ 을 간단히 계산한 것은?

① $\frac{1}{x^2+4}$

② $\frac{1}{x^2-x-2}$

③ $\frac{1}{x^2-2x+1}$

④ $\frac{1}{x^2+x-2}$

⑤ $\frac{1}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x-3}{(x+3)(x-2)} \times \frac{x+3}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x^2-4}\end{aligned}$$

14. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

15. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

16. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $n(\{0, 1, 2\}) - n(\{0, 1\}) = 1$

㉡ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{2, 3, 4\}) = 4$

㉢ $n(\{\neg, \perp, \sqsubset, \sqsupset\}) - n(\{\sqsubset, \boxplus, \boxtimes\}) = 6$

㉣ $n(\{x|x\text{는 } x < 1\text{인 홀수}\}) + n(\{\emptyset\}) = 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $n(\{0, 1, 2\}) - n(\{0, 1\}) = 3 - 2 = 1$

㉡ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{2, 3, 4\}) = 3 - 3 = 0$

㉢ $n(\{\neg, \perp, \sqsubset, \sqsupset\}) - n(\{\sqsubset, \boxplus, \boxtimes\}) = 4 - 3 = 1$

㉣ $n(\{x|x\text{는 } x < 1\text{인 홀수}\}) + n(\{\emptyset\}) = 0 + 1 = 1$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 각각 공집합이 아닐 때, 항상 서로 소인 두 집합끼리 짝지은 것은?

① A 와 $A \cap B$

② $A - B$ 와 $A \cup B$

③ $A \cap B$ 와 $A \cup B$

④ $A^c \cap B$ 와 B

⑤ $A \cup B^c$ 와 $B - A$

해설

$B^c \cup A$ 은 $(B - A)^c$ 을 나타내는 것과 같으므로, 서로소인 집합이 된다.

18. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \cap A^C \neq \emptyset$

② $A \subset B$

③ $A \cap B = A$

④ $(A \cup B) \subset B$

⑤ $B - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{8, 16\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이다. 따라서 $A \subset B$ 이다.

따라서 ⑤ $B - (A \cap B) \neq \emptyset$

19. 다음 두 조건 $p : 2 \leq x \leq 5$, $q : x \geq a$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을 P, Q 라 할 때, $P \subset Q$ 이 성립해야 한다. 따라서 $2 \leq x \leq 5$ 를 만족하는 영역은 $x \geq a$ 를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로 $a \leq 2$ 따라서 a 의 최댓값은 2

20. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.
(단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

m 이 실수이고, $m \neq 0$ 이므로 $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

21. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

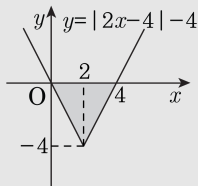
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

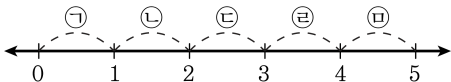
따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



22. $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ 로 정의할 때 $f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + f(5, 4) + \cdots + f(10, 9)$ 의 값이 k 라 하면, 다음 중 실수 k 에 대응하는 수는 직선 위에서 어느 위치에 있는가? (단, $a > b > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$a > b \text{ 일 때, } f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\therefore f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + \cdots + f(10, 9)$$

$$= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots$$

$$+ (\sqrt{10} - \sqrt{9})$$

$$= -1 + \sqrt{10} = k$$

그런데 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서

$2 < -1 + \sqrt{10} < 3$ 이므로

k 는 ㉢안에 있다.

23. $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, b = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$a + b = \sqrt{6}, ab = 1$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

24. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$
 ④ $\left\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

25. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x+a$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 가지도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $1 \leq a < \frac{5}{4}$

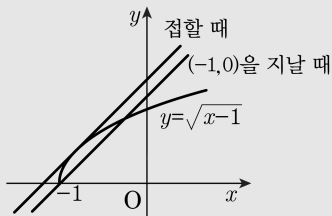
② $1 < a < \frac{5}{4}$

③ $1 \leq a \leq \frac{5}{4}$

④ $2 \leq a < \frac{5}{4}$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설



그림에서

(i) $y = x + a$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때, $a = 1$

(ii) $y = x + a$ 와 $y = \sqrt{x+1}$ 이 접할 때

$x + a = \sqrt{x+1}$ 에서 양변을 제곱하면

$$(x + a)^2 = x + 1$$

$$x^2 + (2a - 1)x + a^2 - 1 = 0$$

$$D = (2a - 1)^2 - 4(a^2 - 1) = 0$$

$$-4a + 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow 4a = 5$$

$$\therefore a = \frac{5}{4}$$

(i), (ii) $1 \leq a < \frac{5}{4}$