

1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{125}$ ④ $\frac{5}{55}$ ⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

2. 다음 중 가장 큰 수는?

① 0.72

② $0.7\dot{2}$

③ $0.\dot{7}$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2}$

해설

① 0.72

② $0.7\dot{2} = 0.7222\cdots$

③ $0.\dot{7} = 0.777\cdots$

④ 0.7

⑤ $0.\dot{7}\dot{2} = 0.727272\cdots$

따라서 가장 큰 수는 $0.\dot{7}$ 이다.

3. 순환소수 $0.\dot{7}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것은?

① 7 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 A 는 9의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

4. 다음 계산한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $a^3b^2 \times a^2 = a^6b^2$

② $3a^2 \times 2ab^3 = 6a^3b^3$

③ $2a^2b^2 \times ab^4 = 2a^2b^7$

④ $2 \times 4 \times 8 = 2^5$

⑤ $(-2)^3 \times (-2)^5 = 2^8$

해설

① $a^3b^2 \times a^2 = a^{3+2}b^2 = a^5b^2$

③ $2a^2b^2 \times ab^4 = 2a^{2+1}b^{2+4} = 2a^3b^6$

④ $2 \times 4 \times 8 = 2 \times 2^2 \times 2^3 = 2^6$

5. 다음 중 옳은 것은? (단, $x \neq 0$)

① $x^5 \div x^5 = 0$

② $x^2 \times x^3 \times x^4 = x^8$

③ $(x^3y^2)^4 = x^{12}y^6$

④ $\left(\frac{y^2}{x^4}\right)^3 = \frac{y^6}{x^{12}}$

⑤ $(x^4)^2 \times (x^3)^2 = x^{15}$

해설

① 1

② x^9

③ $x^{12}y^8$

⑤ x^{14}

6. $3^3 = A$ 라 할 때, -9^9 을 A 로 표현하면?

① $-A^2$

② $-A^4$

③ $-A^6$

④ $-A^8$

⑤ $-A^{10}$

해설

$$-9^9 = -(3^2)^9 = -3^{18} = -(3^3)^6 = -A^6$$

7. $\frac{3}{40}$ 의 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여 분모가 10의 거듭제곱 꼴이 될 때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3} = \frac{75}{1000}$$

8. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.214285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

9. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.5\dot{2}i$ ② $0.\dot{5}2i$ ③ $5.\dot{2}i$ ④ $5.2\dot{i}$ ⑤ $5.5\dot{2}i$

해설

② $1000x$ 와 x 의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.52i$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

10. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $2.\dot{3}6 \times a = 0.\dot{3} \times b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 26

③ 57

④ 78

⑤ 89

해설

$$2.\dot{3}6 \times a = 0.\dot{3} \times b$$

$$\frac{236-2}{99} \times a = \frac{3}{9} \times b$$

$$a = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} \times b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} = \frac{11}{78}$$

$$\therefore a + b = 11 + 78 = 89$$

11. 다음 수 중에서 $\frac{1}{4}$ 보다 크고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 수는 모두 몇 개인가?

0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \\ 0.25 < x < 0.5 \\ \therefore x = 0.3, 0.4 \end{aligned}$$

12. $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}, y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}\frac{5}{36} &= x - \frac{3}{9} \\ \therefore x &= \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36} \\ \frac{13}{36} &= y + \frac{3}{9} \\ \therefore y &= \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36} \\ \frac{x}{y} &= \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17\end{aligned}$$

13. $3^{12} = 81^x$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3^{12} = (3^4)^x = 3^{4x}$$

$$\therefore x = 3$$

14. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

15. $x = \frac{a}{70}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

분수 $\frac{a}{70}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 7 의 배수이고 70 의 배수가 아니어야 하므로 $14 - 1 = 13$

16. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99$$

$$\therefore x=6$$

$$10y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=7$$

$$x+y+z=6+2+7=15$$

17. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4이다.

18. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{\text{㉠}}}}{\boxed{\text{㉡}}y^5}\right)^{\boxed{\text{㉢}}}=\frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$$\begin{aligned}2\times\boxed{\text{㉢}}&=8, \therefore \boxed{\text{㉢}}=4 \\ \boxed{\text{㉠}}\times 4&=12, \therefore \boxed{\text{㉠}}=3 \\ \boxed{\text{㉡}}^4&=16, \therefore \boxed{\text{㉡}}=2\end{aligned}$$

19. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x}+0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x})$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 3 \left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9} \right) - 2 \left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999} \right) \\
 &= \frac{1}{3}(x+y) - \frac{2}{9}(x+y) \\
 &= \frac{1}{9}(x+y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1+3) = \frac{4}{9}, \\
 f(4, 2) &= \frac{1}{9}(4+2) = \frac{2}{3} \\
 f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2) &\text{ 이므로} \\
 \frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x+y) \leq \frac{2}{3}, &\quad \therefore 4 \leq x+y \leq 6 \\
 x, y \text{ 가 자연수이므로} \\
 x = 1 \text{ 일 때, } y = 3, 4, 5 \\
 x = 2 \text{ 일 때, } y = 2, 3, 4 \\
 x = 3 \text{ 일 때, } y = 1, 2, 3 \\
 x = 4 \text{ 일 때, } y = 1, 2 \\
 x = 5 \text{ 일 때, } y = 1
 \end{aligned}$$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $3 \times 3 + 2 + 1 = 12$ (개) 이다.

20. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)