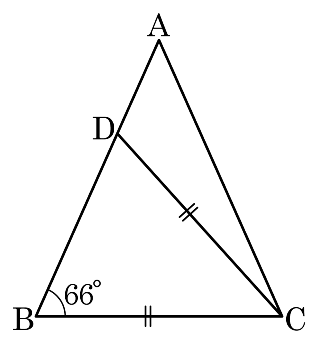
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 66°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?

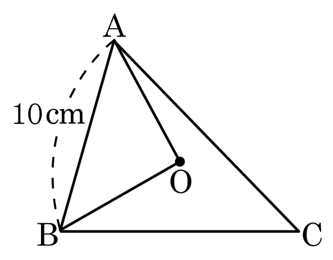


① 10° ② 15° ③ 18° ④ 23° ⑤ 25°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 66°$
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?

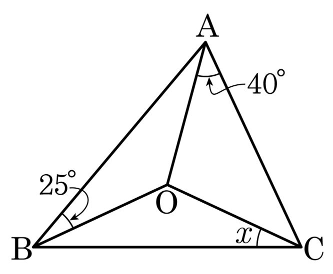


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$
$\therefore \mathrm{OA} = 7(\mathrm{cm})$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.$\angle CAO = 40°$, $\angle ABO = 25°$일 때, $\angle BCO$의 크기는?



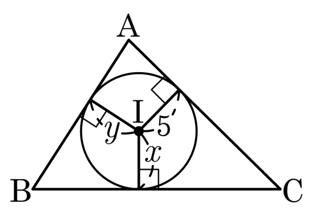
① 22° ② 35° ③ 20° ④ 30° ⑤ 25°

해설

$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 25°$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

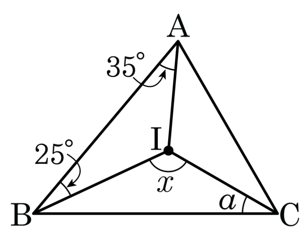
▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

5. 점 I가 내심일 때, $\angle x = (\qquad)^\circ$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



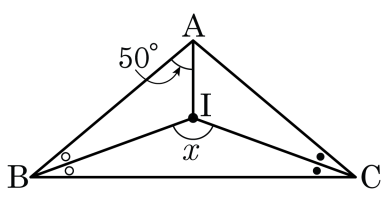
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}^\circ$

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$ 이다.
삼각형 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle ICB$를 $\angle a$라 하면,
$35^\circ + 35^\circ + 25^\circ + 25^\circ + \angle a + \angle a = 180^\circ$, $\angle a = 30^\circ$ 이다.
삼각형 IBC 의 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 180^\circ$
$\therefore\ \angle x = 125^\circ$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\angle$B와 $\angle$C의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle \mathrm{IAB} = 50^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?

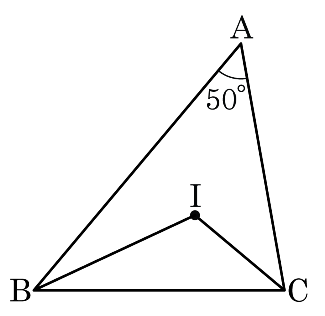


① 120°　② 130°　③ 140°　④ 150°　⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC}$이므로 $\angle \mathrm{BAC} = 100^\circ$이다.
$\triangle$ABC의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle \mathrm{BAC} + 2\bullet + 2\times = 180^\circ$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40^\circ$
$\triangle$IBC의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180^\circ$이다.
$\therefore\ \angle x = 140^\circ$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



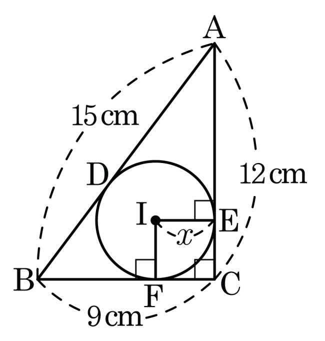
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?

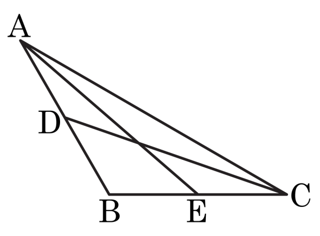


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
(㉮)는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA \cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
(㉯) $\cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

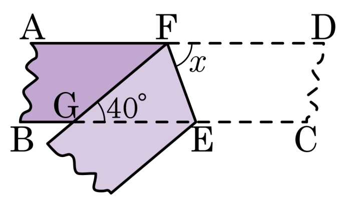
④ $\overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
($\overline{AC}$)는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA \cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD} = \overline{CE}$) $\cdots$ ㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

10. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle\mathrm{FGE} = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

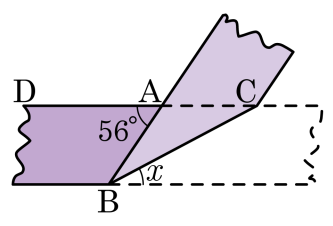


① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

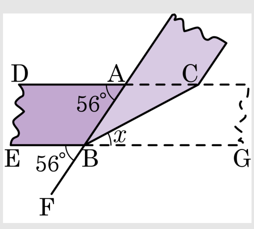
종이 테이프를 접으면 $\angle\mathrm{DFE} = \angle\mathrm{GFE} = \angle x$ 이고
$\angle\mathrm{DFE} = \angle\mathrm{GEF} = \angle x$ (엇각)
$\angle\mathrm{GFE} = \angle\mathrm{GEF} = \angle x$
$\angle x = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

11. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle BAD = 56°$일 때, $\angle x$의 크기는?



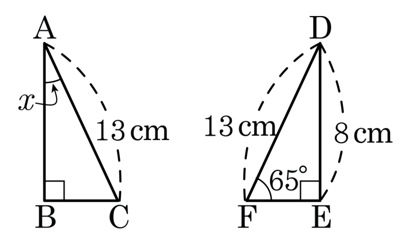
① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설



$\angle DAB = \angle EBF = 56°$ (동위각)
$\angle EBF = \angle ABG = 56°$ (맞꼭지각)
(또는 $\angle DAB = \angle ABG = 56°$ (엇각))
$\angle ABC = \angle CBG = \frac{1}{2} \times 56° = 28°$ (종이 접은 각)
$\therefore \angle x = 28°$

12. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?

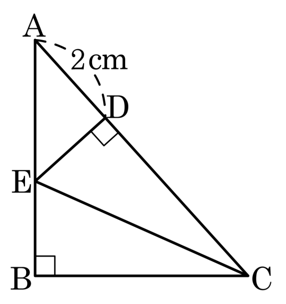


① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF는 서로 합동이다.
$\therefore \angle x = \angle \mathrm{FDE} = 180° - 90° - 65° = 25°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 이다. $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



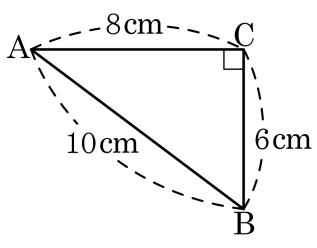
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 4 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$ (RHS 합동) 이므로
$\overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\,(\text{cm})$
$\therefore \triangle DEC = 2 \times 4 \div 2 = 4\,(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

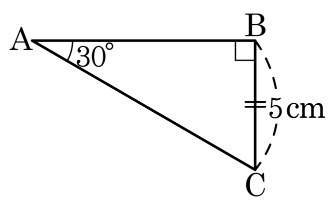


① $36\pi\text{cm}^2$　② $25\pi\text{cm}^2$　③ $22\pi\text{cm}^2$
④ $20\pi\text{cm}^2$　⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$
따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

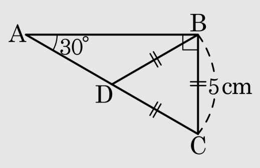
15. 다음 그림은 $\angle A = 30°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

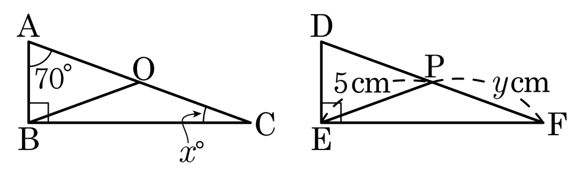
▷ 정답: $25\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설



$\angle BCA = 90° - 30° = 60°$
$\overline{AC}$ 의 중점을 D 라 할 때 $\overline{BD}$ 를 그으면
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ ($\because$ 점 D는 $\triangle ABC$의 외심)
즉, $\triangle BDC$ 에서
$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BCD = 60°$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 정삼각형이 된다.
그러므로 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

16. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



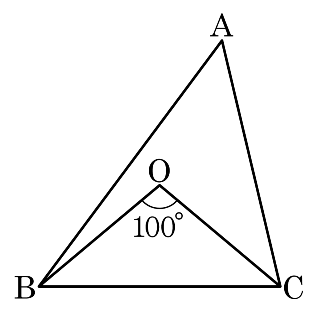
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 $(\because \overline{OA}=\overline{OB})$
$\therefore \angle OAB=\angle OBA=70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB=40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OB}=\overline{OC})$
$\angle OBC=\angle OCB$
$\angle BOC=180°-\angle AOB=180°-40°=140°$
$\therefore \angle OCB=(180°-140°)\div 2=20°$
$x=20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD}=\overline{PE}=\overline{PF}=5\text{cm}$
$\therefore y=5$
i), ii) 에서 $x+y=25$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



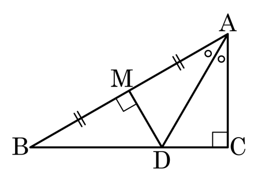
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 50 °

해설

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



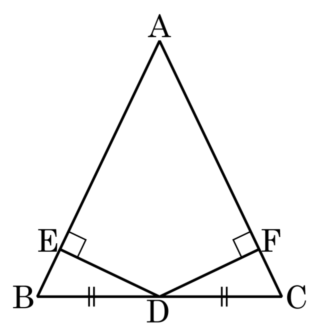
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
$\angle B + \angle A = 90^\circ$ 이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
$3\angle B = 90^\circ$, 따라서 $\angle B = 30^\circ$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

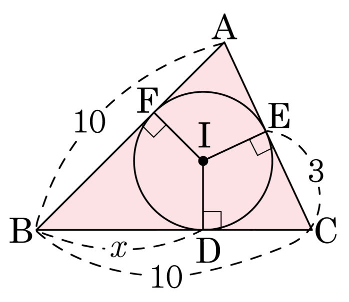
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



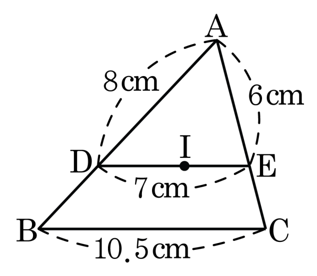
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$이다.
$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{BD} = 7$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots ㉠$

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

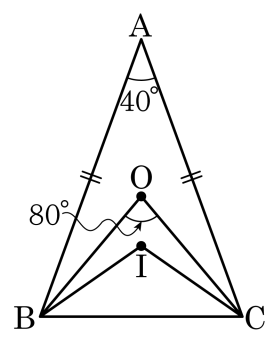
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC}$$
$$= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\text{cm})$$

22. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



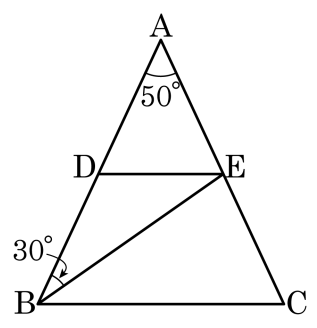
▶ 답 : °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.
$\angle OBC = 50°$
또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.
$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\angle A = 50°$, $\angle DBE = 30°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



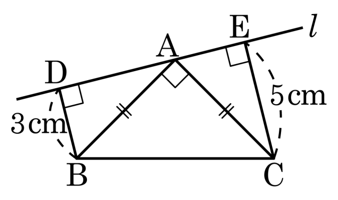
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 35 °

해설

$\angle B = (180° - 50°) \div 2 = 65°$
$\angle DEB = \angle EBC = 65° - 30° = 35°$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로
$\overline{AD} = \overline{CE} = 5(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA =$ (①) $\cdots\cdots$ ㉠
> (②) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
> (③) $= \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$　② $\overline{OP}$　③ $\angle OAP$
④ RHS　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서$\angle POA =$ ($\angle POB$) $\cdots\cdots$ ㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.