

1. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

2. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

3. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 2, b = 2$ ③ $a = 2, b = 0$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을 x, y 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

4. $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는 $x-2$ 로 나누어 떨어지고 $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 라 하면

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 3, b = -8$

$$\therefore a - b = 11$$

5. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $6x+1$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $6x+7$

② $-6x+5$

③ $7x+7$

④ $7x-1$

⑤ $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는 $7x-1$ 이다.

6. $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & x = 21 \text{ 이라 하면} \\ & \sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1} \\ & = \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1} \\ & = \sqrt{(x(x+3))(x+1)(x+2) + 1} \\ & = \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1} \\ & = \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1} \\ & = \sqrt{[(x^2 + 3x) + 1]^2} \\ & = x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2 + 3x) + 1 > 0) \\ & = 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505 \\ & \text{각자리 숫자의 합은 } 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

7. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

8. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i \\ \therefore a &= 2x-5, b=1 \\ \therefore a+b &= 2x-4\end{aligned}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

10. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

11. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$

② $2-i$

③ $-2+i$

④ $-4+i$

⑤ $4+i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2\left(\frac{3+i}{2}\right) - 7$$

$$= -4 + i$$

12. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

13. 함수 $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$ 이 $x = m$ 에서 최댓값 M 을 갖는다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

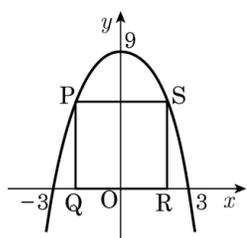
▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$ 에서
 $x^2 + 4x + 5 = t$ 로 놓으면
 $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) + 4$
 $= -t^2 - 2t + 4 = -(t + 1)^2 + 5$
그런데 $t = x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 \geq 1$ 이므로
 $t = 1$, 즉 $x = -2$ 일 때 최댓값 1 을 갖는다.
따라서, $m = -2$, $M = 1$
 $\therefore M + m = -1$

14. 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면
 $(0, 9)$ 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,
 $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$
 $R(a, 0)$ 이라 하면 (단, $0 < a < 3$), $S(a, -a^2 + 9)$
 직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$
 둘레는 $2(2a + (-a^2 + 9)) = -2(a - 1)^2 + 20$
 따라서 둘레의 최댓값은 20

15. 다음 방정식을 만족하는 x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

▷ 정답: $y = 0$

해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = 2y - 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$\therefore y = 0$

$y = 0$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면 $x = -5$

$\therefore x = -5, y = 0$

16. 연립 방정식 $\begin{cases} x-y=5 \\ y+z=5 \\ z-x=2 \end{cases}$ 에서 $x+y+z$ 를 구하면?

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z = 12, z = 6$

$y + 6 = 5, y = -1$

$x + 1 = 5, x = 4$

$\therefore x + y + z = 4 - 1 + 6 = 9$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y = 2 \\ y - z = a \end{cases}$ 가 실수해를 갖기 위한 실수 a 의

값의 범위를 $\alpha \leq a \leq \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}
 &x = 2 - y, z = y - a \text{ 이므로} \\
 &(2 - y)^2 + y^2 + (y - a)^2 = 3 \\
 &\text{즉, } 3y^2 - 2(a + 2)y + a^2 + 1 = 0 \\
 &D/4 = (a + 2)^2 - 3(a^2 + 1) = -2a^2 + 4a + 1 \geq 0 \\
 &2a^2 - 4a - 1 \leq 0 \\
 &\therefore \frac{2 - \sqrt{6}}{2} \leq a \leq \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\
 &\therefore \alpha + \beta = 2
 \end{aligned}$$

18. x 보다 크지 않은 최대의 정수와 x 보다 작지 않은 최소의 정수의 합이 5일 때, x 는?

- ① $\left\{\frac{5}{2}\right\}$ ② $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ ③ $\{x|2 \leq x < 3\}$
④ $\{x|2 < x \leq 3\}$ ⑤ $\{x|2 < x < 3\}$

해설

$[x]$ 를 x 보다 크지 않은 최대의 정수,
 $\langle x \rangle$ 를 x 보다 작지 않은 최대의 정수라 하자.

$x = n$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n \text{이므로 } n + n = 5, n = \frac{5}{2}$$

\therefore 적당하지 않다.

$n < x < n + 1$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n + 1 \text{이므로 } n + n + 1 = 5$$

$$\therefore n = 2$$

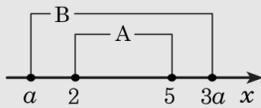
$$\therefore 2 < x < 3$$

19. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$\begin{aligned}
 & -x^2 + 7x - 10 \geq 0 \\
 & x^2 - 7x + 10 \leq 0 \\
 & (x-2)(x-5) \leq 0 \\
 & 2 \leq x \leq 5 \\
 & x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0 \\
 & (x-a)(x-3a) \leq 0 \\
 & a \leq x \leq 3a (\because a > 0) \\
 & \text{㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로}
 \end{aligned}$$



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

20. $2x-1 > 0$, $x^2-3x-4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

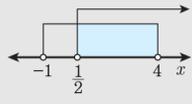
해설

$$2x-1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots \text{㉠}$$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots \text{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.