1. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.
$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$30 + 38 = 68$ 이다.

2. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$$

3. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$　② $x = y < z$　③ $x < y = z$

④ $x = y > z$　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

4. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1　② 4.3　③ 4.5　④ 4.7　⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$$29+x=35$$

$$\therefore x=6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=$$

$$\frac{24}{5}=4.8$$

5. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 $8, 5$이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

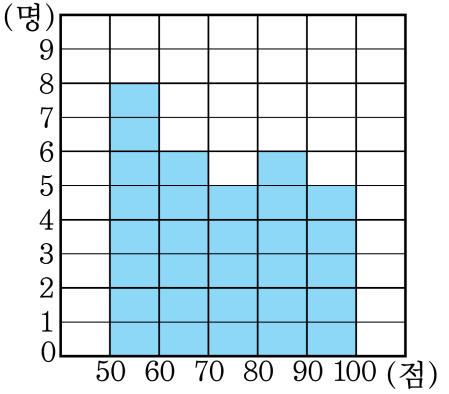
분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

6. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$　② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균 : $\frac{55\times8+65\times6+75\times5+85\times6}{30}+\frac{95\times5}{30}=73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2\times8+(-8)^2\times6+2^2\times5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

7. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	6
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	8
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	3
합계	20

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 획수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$
$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

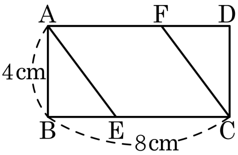
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

8. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 22 cm ② 21 cm ③ 20 cm

④ 19 cm ⑤ 18 cm

해설

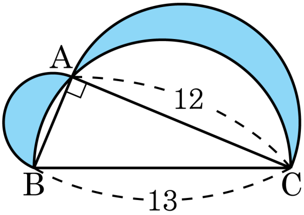
$\overline{AE} = \overline{CE} = x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BE} = (8 - x)\,\text{cm}$ 이므로

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \therefore x = 5$

$\therefore$ (□AECF의 둘레) $= 5 \times 4 = 20(\text{cm})$

9. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 개의 반원을 아래 그림과 같이 만들었다. 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

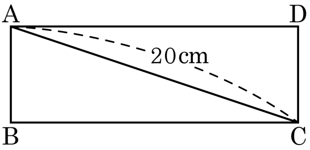
해설

$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

어두운 부분은 $\triangle ABC$ 와 넓이가 같으므로

구하는 넓이는 $5 \times 12 \times \dfrac{1}{2} = 30$

10. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 가로의 길이가 세로의 길이의 3 배이고 대각선의 길이가 20 cm 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{10}$ cm ② $2\sqrt{10}$ cm ③ $3\sqrt{10}$ cm ④ $4\sqrt{10}$ cm ⑤ $5\sqrt{10}$ cm

해설

가로 $3x$ cm , 세로 x cm 라고 하면

$(3x)^2 + x^2 = 20^2$

$10x^2 = 400$

$x^2 = 40$

$x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ (cm) 이다.

11. 은정이는 5회에 걸친 사회 시험에서 4회까지 83점, 84점, 79점, 90점을 받았고, 5회는 병결로 인해 4회까지의 평균 성적의 50%를 받았다. 은정이의 5회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72점　② 73.2점　③ 75.6점
④ 77.8점　⑤ 82점

해설

4회 까지의 평균 : $\frac{83+84+79+90}{4}=\frac{336}{4}=84(\text{점})$

5회 성적 : $84\times\frac{50}{100}=42(\text{점})$

(5회에 걸친 사회 성적의 평균)

$=\frac{83+84+79+90+42}{5}=\frac{378}{5}=75.6(\text{점})$

12. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, $x^2 + y^2$의 값을 구하여라.

9	7	x	10	y

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

평균이 8이므로

$$\frac{9+7+x+10+y}{5} = 8$$

$$26 + x + y = 40$$

$$\therefore x + y = 14 \cdots ㉠$$

분산이 2이므로

$$\frac{(9-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5}$$

$$+ \frac{(10-8)^2 + (y-8)^2}{5}$$

$$= \frac{1 + 1 + (x-8)^2 + (10-8)^2 + (y-8)^2}{5} = 2$$

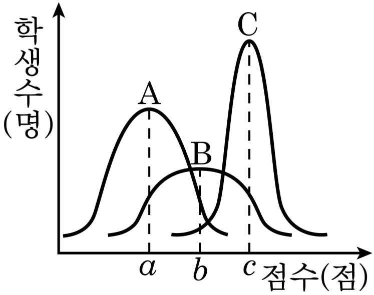
$$(x-8)^2 + (y-8)^2 = 10 - 6 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 128 = 4$$

위 식에 ㉠을 대입하면 $x^2 + y^2 - 16(14) + 128 = 4$

$$\therefore x^2 + y^2 = 100$$

13. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

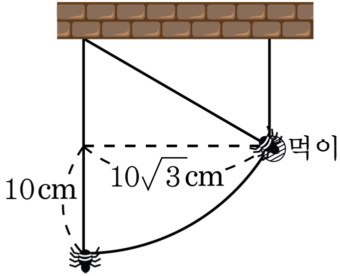
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

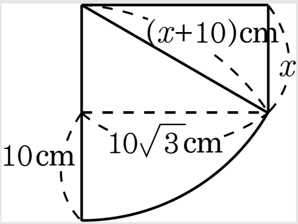
평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

14. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



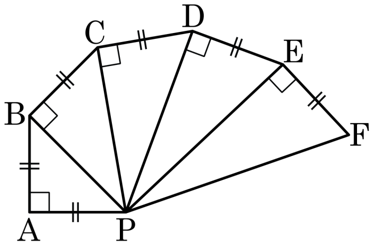
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설



간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해
$x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,
$300 = 20x + 100$
$\therefore x = 10$ 이다.

15. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

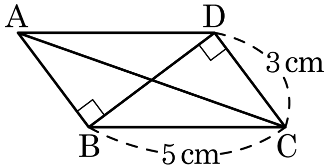


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13}+2)\,\text{cm}$ ② $(4\sqrt{13}+2)\,\text{cm}$

③ $(2\sqrt{13}+4)\,\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{13}+4)\,\text{cm}$

⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$

$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로

대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

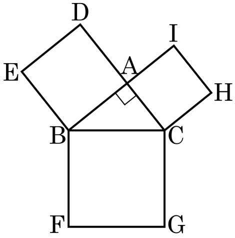
삼각형 ABO 에 대해서

$\overline{AB} = 3\,\text{cm},\ \overline{BO} = 2\,\text{cm}$

피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}(\,\text{cm})$

$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

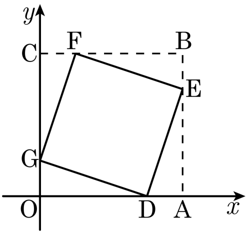
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC – □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

18. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

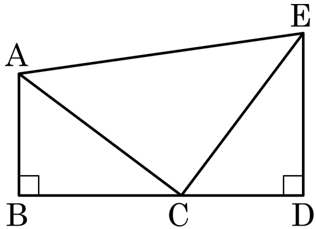
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$　② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
③ $48 + 10\sqrt{2}$　④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

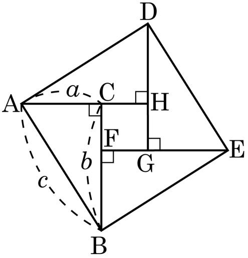
해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6,\ \overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

20. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

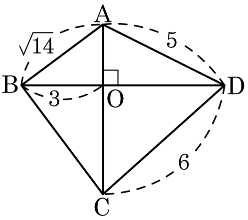
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

21. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5 ② 4

③ $2\sqrt{5}$ ④ $1+\sqrt{14}$

⑤ $3\sqrt{13}$

해설

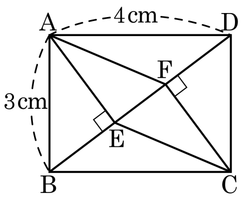
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = 4$

22. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\text{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$

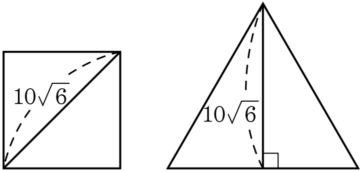
$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5}$ cm

$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\text{cm})$

$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore$ □AECF $= \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $10\sqrt{6}$ 인 정사각형과 높이가 $10\sqrt{6}$ 인 정삼각형이 있다. 정사각형과 정삼각형의 넓이를 각각 A, B 라 할 때, $A : B$ 는?



① $\sqrt{2} : 2$　② $\sqrt{3} : 2$　③ $\sqrt{3} : 3$

④ $2 : \sqrt{3}$　⑤ $3 : 2$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$a^2 + a^2 = (10\sqrt{6})^2$ 이고 $a^2 = 300$

$\therefore\ A = a^2 = 300$

정삼각형의 한 변의 길이를 b 라 하면,

$b : 10\sqrt{6} = 2 : \sqrt{3}$

$b = 20\sqrt{2}$　　$\therefore\ B = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (20\sqrt{2})^2 = 200\sqrt{3}$

따라서, $A : B = 300 : 200\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

24. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\ \text{cm}^2$ ② $8\pi\ \text{cm}^2$ ③ $12\pi\ \text{cm}^2$
④ $16\pi\ \text{cm}^2$ ⑤ $24\pi\ \text{cm}^2$

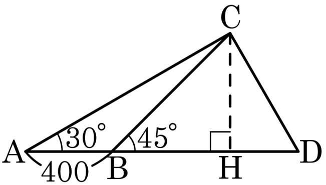
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm) 이다.

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi$ (cm^2) 이다.

25. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB}=400$, $\angle A=30°$, $\angle CBH=45°$ ㉡ $\overline{CH}\perp\overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$　② $100(\sqrt{3}+1)$　③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$　⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=x$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$

$x:(400+x)=1:\sqrt{3}$

$400+x=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x=400$

$x=200(\sqrt{3}+1)$

26. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

27. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $= 1$

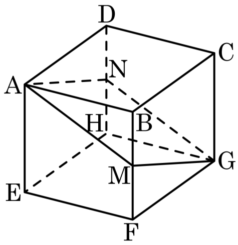
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + \{3-(-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$= 6 + 4\sqrt{2}$ 이므로

$a + b + c$ 의 값은 12 이다.

28. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　② $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $100\,\text{cm}^2$　④ $50\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

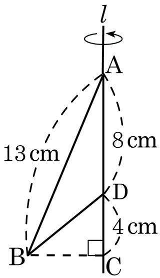
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

29. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$를 직선 AC를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\text{cm}^3$　② $60\pi\,\text{cm}^3$
③ $\frac{200}{3}\pi\,\text{cm}^3$　④ $80\pi\,\text{cm}^3$
⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

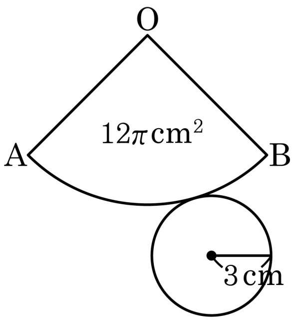
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\text{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$$ 이다.

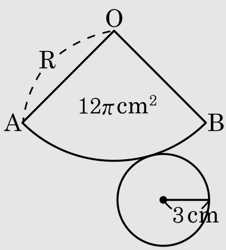
30. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{3}$ cm ② $\sqrt{6}$ cm ③ $\sqrt{7}$ cm

④ $2\sqrt{3}$ cm ⑤ $\sqrt{13}$ cm

해설

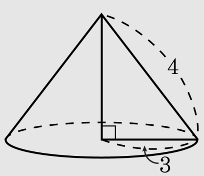


밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

부채꼴 넓이이 $S = \frac{1}{2}\text{Rl} = \frac{1}{2} \times \text{R} \times 6\pi = 3\pi\text{R} = 12\pi$ 이므로

$\text{R} = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

31. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$
$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

32. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$

따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$\dfrac{ab+bc+ca}{3}=\dfrac{6}{3}=2$ 이다.

33. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a$, $2b$, $2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=2$$

$\therefore a+b+c=6 \cdots\cdots$ ㉠

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=2$$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=6$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=6$

$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-4\times6+12=6$

$\therefore a^2+b^2+c^2=18$

한편, $2a$, $2b$, $2c$ 의 평균은

$$\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}=\frac{2\times6}{3}=4$$

따라서 분산은

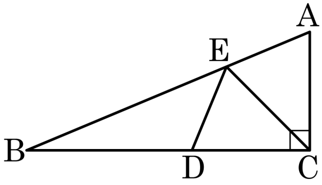
$$\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2}{3}$$

$$=\frac{4a^2+4b^2+4c^2-16(a+b+c)+16\times3}{3}$$

$$=\frac{4\times18-16\times6+48}{3}$$

$$=\frac{24}{3}=8$$

34. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

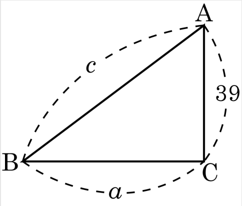
$$\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{5} = 2.4$$

35. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설

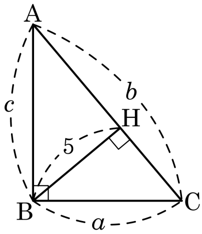


위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.
(단, a, c 는 자연수이다.)
$c^2 = 39^2 + a^2$, $c^2 - a^2 = 39^2$
$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면

$$(c+a,\ c-a) = (13^2,\ 3^2),\ (13^2 \times 3,\ 3),\ (13 \times 3^2,\ 13),\ (13^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c + a = 13 \times 3^2$, $c - a = 13$ 이다.
$\therefore\ a = 52,\ c = 65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{25}{3}\,\text{cm}^2$
④ $5\,\text{cm}^2$　⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \dfrac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\dfrac{1}{2} \times 5b = \dfrac{50}{6} = \dfrac{25}{3}(\text{cm}^2)$

37. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{BE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{11}$, $\overline{BC} = \overline{DE} + 2$ 를 만족할 때, $\overline{BC}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = x + 2$

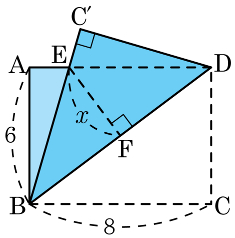
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$x^2 + (x+2)^2 = 3^2 + (\sqrt{11})^2$

$\therefore\ x = 2$

따라서 $\overline{BC} = 4$ 이다.

38. 가로, 세로의 길이가 각각 8, 6 인 직사각형 ABCD 를 그림과 같이 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

$\triangle\mathrm{DBC}$ 에서

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

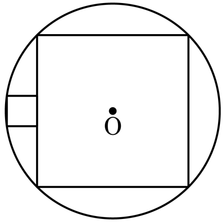
$\overline{\mathrm{BF}} = 5$

$\triangle\mathrm{EBF} \backsim \triangle\mathrm{DBC}$ ($\because$ AA 닮음), $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$5 : 8 = x : 6$

$\therefore\ x = \dfrac{15}{4}$

39. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어있으면서 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원 O 에 내접하고 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 차를 구하여라.

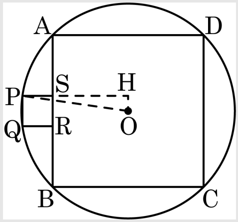


▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\overline{OA} = 5\sqrt{2}$

$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 10\sqrt{2}$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 10 이다.

한편 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{OH} = \frac{x}{2}$, $\overline{PH} = x + 5$ 이므로

$\triangle$POH 에서

$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2$$

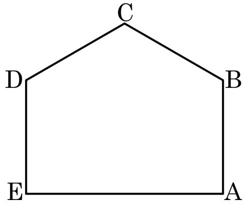
$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore\ x = 2\ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 2 이므로, 두 정사각형의 한 변의 길이 차는 $10 - 2 = 8$ 이다.

40. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle C = \angle D = 120°$, $\angle E = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$, $\overline{AE} = 8\sqrt{3}$ 일 때, 오각형 ABCDE 의 넓이를 구하여라.

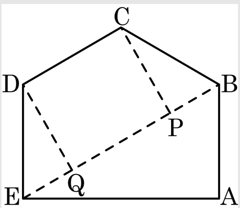


▶ 답 :

▷ 정답 : $80\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{ED}$, $\angle C = \angle D$ 이므로 □BCDE 는 등변사다리꼴이다.
점 C, D 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면



$\overline{BP} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$

△BCD 에서 $\overline{BD} = \overline{AE} = 8\sqrt{3}$, $\angle CDB = 30°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 8$ 이므로

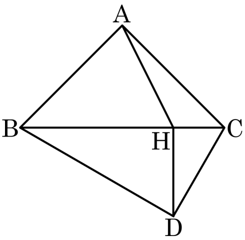
$\therefore \overline{BP} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$, $\overline{PC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BE} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 4 + 8 + 4 = 16$

따라서 오각형 ABCDE 의 넓이는 삼각형 ABE 의 넓이와 등변사다리꼴 BCDE 의 넓이의 합이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABE + \square BCDE &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times (16 + 8) \times 4\sqrt{3} \\ &= 80\sqrt{3}\end{aligned}$$

41. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D = 90°$, $\angle DBC = 30°$, $\angle ACB = 45°$, $\overline{CD} = 1$ 이고, 점 D 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ACH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\angle DBC = 30°$ 이므로

$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2$

$\angle ACB = 45°$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면

$x^2 + x^2 = 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 길이는 1

$\triangle CDH$ 에서 $\angle HCD = 60°$ 이므로

$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}$

$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$

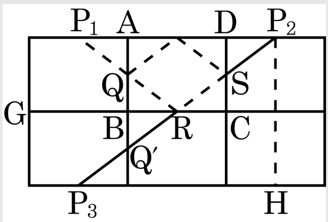
42. 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



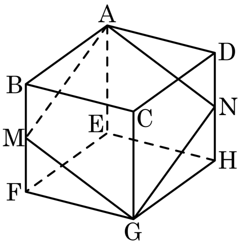
$\overline{PQ}+\overline{QR}=\overline{P_1Q}+\overline{QR}$

$\overline{PS}+\overline{SR}=\overline{P_2S}+\overline{SR}$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q}+\overline{QR}=\overline{P_3Q'}+\overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3}=\sqrt{\overline{P_3H}^2+\overline{P_2H}^2}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(6\sqrt{2})^2}=12$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\mathrm{cm}^2$　　② $64\,\mathrm{cm}^2$

③ $32\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$　　④ $64\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AM} = \overline{MG} = \overline{GN} = \overline{AN} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로

□AMGN은 마름모이다.

$\overline{AG} = \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{MN} // \overline{BD}$, $\overline{MN} = \overline{BD} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ □AMGN$= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

44. 가로, 세로, 높이가 각각 $3,\ 3,\ 6$ 인 직육면체의 꼭짓점 중 세 점을 골라 삼각형을 만들 때, 빗변의 길이가 $3\sqrt{5}$ 인 직각삼각형은 몇 개 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

직각삼각형이 될 때, 세 변의 길이는 다음 두 가지 경우가 있다.

(i) 세 변의 길이가 $3,\ 6,\ 3\sqrt{5}$ 인 경우

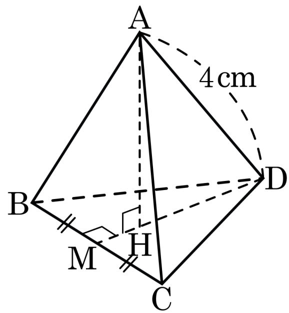
: 옆면은 모두 4 개이고, 각각의 옆면에 대하여 삼각형은 4 개씩 생기므로 만들 수 있는 삼각형은 모두 $4 \times 4 = 16$ (가지)

(ii) 세 변의 길이가 $3,\ 3\sqrt{5},\ (\sqrt{3^2+3^2+6^2} = 3\sqrt{6})$ 인 삼각형

: 그런데 이 경우는 빗변이 $3\sqrt{5}$ 가 아니라 $3\sqrt{6}$ 이므로 조건에 맞는 삼각형을 만들 수 없다.

따라서 (i), (ii) 에서 모두 16 개이다.

45. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4cm 인 정사면체의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{DM}}$ 의 길이, $\overline{\mathrm{DH}}$ 의 길이, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



① $\sqrt{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

② $\sqrt{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

③ $2\sqrt{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

④ $2\sqrt{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

⑤ $2\sqrt{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

해설

$(\overline{\mathrm{CD}})^2 = (\overline{\mathrm{MC}})^2 + (\overline{\mathrm{DM}})^2$, $(\overline{\mathrm{DM}})^2 = 16 - 4 = 12$, $\overline{\mathrm{DM}} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{DH}} = 2\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm})$

$(\overline{\mathrm{AH}})^2 = (\overline{\mathrm{AD}})^2 - (\overline{\mathrm{DH}})^2 = 16 - \dfrac{48}{9} = \dfrac{96}{9} = \dfrac{32}{3}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}\mathrm{cm}$.

46. 부피가 $9\sqrt{2}$ 인 정팔면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하고 꼭짓점 A 에서 □BCDE 에 내린 수선의 발을 O 라 하면 △ABO 에서

$$\overline{\mathrm{BO}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AB}^2} - \overline{\mathrm{BO}^2}} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

정팔면체의 부피는

$2 \times$ (정사면체 A − BCDE의 부피) 이므로

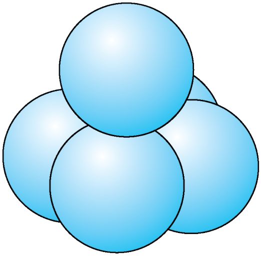
$$2 \times \left(\frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 9\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$\therefore\ a = 3$

즉, 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 이다.

따라서 정팔면체의 겉넓이는 $8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = 18\sqrt{3}$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 부피가 36π 인 구 5 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6+3\sqrt{2}$

해설

구의 반지름의 길이를 r 라 하면 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times r^3=36\pi,\ r=3$

다섯 개의 구의 중심을 각각 O, P, Q, R, S 라 하면 밑면이 한 변의 길이가 6 인 정사각형 PQRS 인 정사각뿔을 그릴 수 있다. 이때 변 PQ 의 중점을 M, 정사각형 PQRS 의 두 대각선의 교점을 T 라 하면 $\overline{\mathrm{OM}}$ 은 한 변의 길이가 6 인 정삼각형 OPQ 의 높이이므로 $\overline{\mathrm{OM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ 이다.

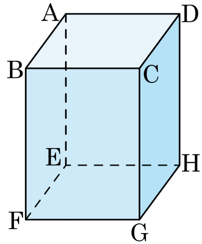
$\triangle\mathrm{OMT}$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{\mathrm{OT}}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}$

따라서 구하는 높이는 (구 O의 반지름의 길이) + $\overline{\mathrm{OT}}$ + (구 Q의 반지름의 길이) 이므로

$3+3\sqrt{2}+3=6+3\sqrt{2}$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

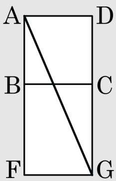


▶ 답 :

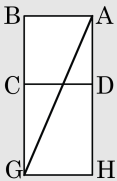
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

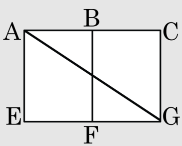
구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



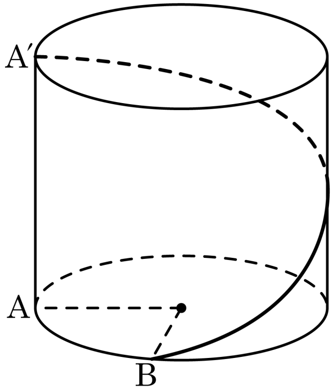
$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이다.

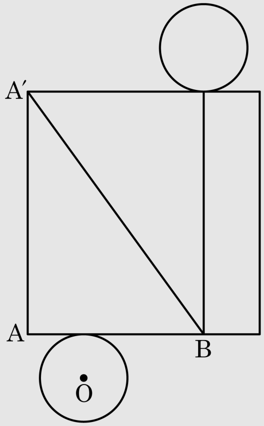
49. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 이고, 높이가 6π 인 직원기둥의 밑면의 중심을 O, 밑면 위에 있는 $\angle AOB = 60°$ 인 두 점을 A, B 라 하자. 점 B 에서 겉면을 따라 윗면의 점 A′ 까지 실을 감을 때, 필요한 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}\pi$

해설



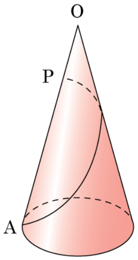
전개도를 그리면 위의 그림과 같다.

$\overline{AB} = 2\pi \times 3 \times \dfrac{300}{360} = 5\pi$

따라서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{A'B} = \sqrt{(5\pi)^2 + (6\pi)^2} = \sqrt{61}\pi$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3, 모선의 길이가 9 인 원뿔의 점 A 에서 출발하여, 모선 OA 를 1 : 2 로 내분하는 점 P 에 이르는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{13}$

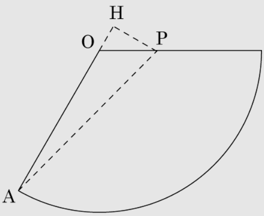
해설

옆면을 이루는 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$ 라 하면 원뿔의 밑면의 둘레의 길이와 부채꼴의 호의 길이는 같으므로

$2\pi \times 3 = 2\pi \times 9 \times \dfrac{x}{360}$

$\therefore\ x = 120°$

따라서 원뿔의 옆면의 전개도를 그리고 점 P 에서 $\overline{\mathrm{AO}}$ 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle\mathrm{OPH}$ 에서 $\angle\mathrm{POH} = 60°$

$\overline{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{OA}} = 3$ 이고, $\overline{\mathrm{OP}} : \overline{\mathrm{OH}} : \overline{\mathrm{PH}} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로

$\overline{\mathrm{OH}} = \dfrac{3}{2}$, $\overline{\mathrm{PH}} = \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ 이다.

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{\left(9 + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$ 이다.