1. 다음 중 참인 명제의 개수는?

(가) 6 의 배수는 2 의 배수이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같으면 합동이다.
(다) 소수는 모두 홀수이다.
(라) 평행사변형은 정사각형이다.
(마) 홀수의 집합은 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
(바) 얼마나 아름다운 풍경인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

(가) 6 의 배수의 집합은 2 의 배수의 집합에 포함되므로 참이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같아도 형태가 다를 수 있으므로 꼭 합동이 되지만은 않는다.
(다) 소수에는 2 도 포함되므로 짝수도 있다.
(라) 정사각형의 집합이 평행사변형의 집합의 진부분집합이므로 거짓이다.
(마) 예를 들어 $3 + 5 = 8$ 즉, 짝수가 나오므로 닫혀있지 않다.
(바) 명제가 성립되지 않는다. ($\because$ 참, 거짓을 구분할 수 없다.)

2. 정의역이 $\{-1,\ 0,\ 1\}$ 일 때, 다음 보기 중 서로 같은 함수를 찾으면?

보기

㉠ $f(x) = \sqrt{x^2}$	㉡ $g(x) = \lvert x\rvert$
㉢ $h(x) = x^2$	㉣ $k(x) = x^4 + x^3 + x^2$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠. $f(-1) = \sqrt{(-1)^2} = 1,$

$f(0) = \sqrt{0^2} = 0,$

$f(1) = \sqrt{1^2} = 1$

㉡. $g(x) = \lvert x\rvert = \sqrt{x^2} = f(x)$

㉢. $h(-1) = (-1)^2 = 1,$

$h(0) = 0^2 = 0,$

$h(1) = 1^2 = 1$

㉣. $k(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 = 1,$

$k(0) = 0^4 + 0^3 + 0^2 = 0,$

$k(1) = 1^4 + 1^3 + 1^2 = 3$

3. A가 집합일 때 $P(A)$ 를 $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$로 정의하기로 한다. 이때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset P(A)$　　② $\{A\} \subset P(A)$　　③ $\{A\} \in P(A)$

④ $\{A\} = P(A)$　　⑤ $A \notin P(A)$

해설

집합 A는 집합 $P(A)$의 원소이므로 $A \in P(A)$
따라서 A를 원소로 하는 부분집합 $\{A\}$ 는 $P(A)$의 부분집합이다.
$\therefore\ \{A\} \subset P(A)$

4. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$, $B = \{5,\ 9,\ 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $X \subset A$

② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \cap B = \{5,\ 9\}$ 이므로 $\{5,\ 9\} \subset X$ 이다.

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

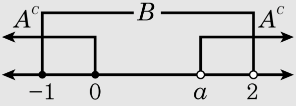
5. 실수 전체의 집합 R의 두 부분집합 $A=\{x|0<x\le a\}$, $B=\{x|-1\le x<2\}$가 $A^c\cup B=R$를 만족할 때, a의 값의 범위를 구하면? (단, $A\ne\varnothing$)

① $0\le a<2$ ② $0<a\le 2$ ③ $0\le a\le 2$

④ $0<a<2$ ⑤ $-1\le a<5$

해설

$A\ne\varnothing$이므로, $a>0$ 또 $A^c=\{x|x\le 0$ 또는 $x>a\}$



위의 그림에서 $A^c\cup B=R$가 되려면, $0<a<2$

해설

$A^c\cup B=R\leftrightarrow A\subset B$ 임을 이용하여 구할 수 있다.

6. 두 명제「겨울이 오면 춥다.」, 「추우면 눈이 온다.」가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은 ?

① 눈이 오지 않으면 춥지 않다.

② 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

③ 겨울이 오면 눈이 온다.

④ 눈이 오면 겨울이 온다.

⑤ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

해설

p : 겨울이 온다. q : 춥다. r : 눈이 온다.
라 하면 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이다.
① $q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim q$ (대우 명제)
② $p \Rightarrow q$ 이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$ (대우 명제)
③ $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이므로
$p \Rightarrow r$ (삼단논법)
④ $p \Rightarrow r$ 이라 해서 반드시 $r \Rightarrow p$ 인 것은 아니다.
⑤ $p \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim p$ (대우명제)

7. A, B, C 세 사람이 각각 빨강, 파랑, 검정색의 모자를 쓰고 있다. 이 세 사람 중 A 는 항상 참만을 말하고 C 는 항상 거짓만을 말한다고 한다. 이 세 사람이 다음과 같이 말했다.

㉠ 빨강 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.
㉡ 검정 모자를 쓴 사람 : 자신이 B 이다.
㉢ 파랑 모자를 쓴 사람 : 검정 모자를 쓴 사람은 A 이다.

위의 진술로부터 이끌어 낼 수 있는 사실이 아닌 것은?

① 검정 모자를 쓴 사람은 C 이다.

② 빨강 모자를 쓴 사람은 A 이다.

③ 파랑 모자를 쓴 사람은 참말을 했다.

④ 파랑 모자를 쓴 사람은 C 가 아니다.

⑤ 검정 모자를 쓴 사람은 A 가 아니다.

해설

세 진술은 검정 모자를 쓴 사람을 모두 다르게 말했으므로 어느 하나만 참이다. A는 항상 참만을 말하므로 참말은 A 가 했고, B, C는 거짓말을 했다. 만약 A가 검정 모자를 썼다면 ㉢의 말, 즉 파랑 모자를 쓴 사람이 참말을 했으므로 모순이다. 만일 B가 검정 모자를 썼다면 ㉡의 말, 즉 B 가 참말을 했으므로 모순이다. 따라서 C 가 검정 모자를 썼고, 그 말을 한 빨강 모자를 쓴 사람은 참말을 했으므로, A는 빨강 모자를 썼다. 따라서 파랑 모자를 쓴 사람은 B이다. 그러므로 파랑 모자를 쓴 사람, 즉 B는 거짓말을 했다.

8. 다음은 명제 '세 자연수 a, b, c에 대하여, $a^2+b^2=c^2$이면, a, b, c 중 적어도 하나는 3의 배수이다.'의 참, 거짓을 대우를 이용하여 판별하는 과정이다.

> 주어진 명제의 대우는
> '세 자연수 a,b,c 에 대하여 a,b,c 모두 3의 배수가 아니면 $a^2+b^2\neq c^2$'이므로
> $a^2+b^2=3m+[\ ㉠\ ]$, $c^2=3n+[\ ㉡\ ]$
> $\therefore\ a^2+b^2\neq c^2$ (단, m, n은 음이 아닌 정수) 따라서 대우가 [㉢]이므로 주어진 명제도 [㉢]이다.

위의 과정에서, ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?

① $1, 0$, 참 ② $1, 2$, 거짓 ③ $2, 1$, 참
④ $2, 0$, 참 ⑤ $0, 1$, 참

해설

(대우 'a,b,c 모두 3의 배수가 아니라면 $a^2+b^2\neq c^2$'
이것의 참, 거짓을 증명하는 과정이다.
$a=3p\pm1$, $b=3q\pm1$, $c=3r\pm1$ 이면 $a^2=3(3p^2\pm2p)+1, b^2=3(3q^2\pm2q)+1$ 이므로
$a^2+b^2=3m+2$ (m 은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.
$\therefore [\ ㉠\ ]=2$
그리고 $c^2=3(3r^2\pm2r)+1$ 이므로
$c^2=3n+1$ (n은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.
$\therefore [\ ㉡\ ]=1$
$\therefore a^2+b^2\neq c^2$
따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
$\therefore [\ ㉢\ ]=$ 참

9. x가 실수일 때, $\dfrac{x^2-x+1}{x^4-2x^3+3x^2-2x+2}$의 최댓값은?

① $-\dfrac{3}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$x^4-2x^3+3x^2-2x+2$

$=x^4-2x^3+3x^2-2x+1+1$

$=x^2\left(x^2-2x+3-\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)+1$

$=x^2\left\{x^2+\dfrac{1}{x^2}-2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+3\right\}+1$

$=x^2\left\{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1\right\}+1$

$=x^2\left(x+\dfrac{1}{x}-1\right)^2+1$

$=(x^2-x+1)^2+1$

$\therefore$ 준식 $=\dfrac{x^2-x+1}{(x^2-x+1)^2+1}$ 이고

$x^2-x+1=\left(x^2-x+\dfrac{1}{4}\right)+\dfrac{3}{4}$

$=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$ 이므로

$x^2-x+1=t$로 치환 $t\geq\dfrac{3}{4}$ 하면

준 식 : $\dfrac{t}{t^2+1}=\dfrac{1}{\dfrac{t^2+1}{t}}=\dfrac{1}{t+\dfrac{1}{t}}$

여기서 $t+\dfrac{1}{t}\geq 2\sqrt{t\cdot\dfrac{1}{t}}=2$

$(\because\ t\geq\dfrac{3}{4})$

따라서 $\dfrac{t^{-1}+1}{t}$ 의 최솟값은 2 이고

$\dfrac{t}{t^2+1}$ 의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$ 이다.

10. 집합 $X = \{-1, 1\}$을 정의역으로 하고, 실수 전체의 집합 R를 공역으로 하는 함수
$f(x) = |x|, g(x) = ax - 2$에 대하여 $f(-1) = g(-1)$일 때, $a + g(1)$의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$f(-1) = g(-1)$에서 $|-1| = -a - 2$, $1 = -a - 2$
$\therefore a = -3$
이때, $g(1) = -3 - 2 = -5$
$\therefore a + g(1) = -3 - 5 = -8$

11. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에서 집합 $B = \{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는

$f(1)$: 4 가지

$f(2)$: 3 가지

$f(3)$: 2 가지

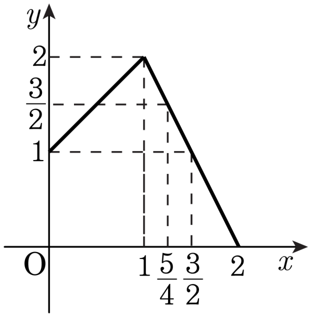
$\therefore\ 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)

그런데 $f(3) = 3$ 인 것이 6 가지 이므로

$f(x) \neq x$ 인 것은

$\therefore\ 24 - 6 = 18$ (가지)

12. $0 \le x \le 2$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f^{2008}\left(\frac{5}{4}\right)$ 의 값은?(단, $f^1(x) = f(x)$, $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f^2(x))$ $\cdots$ $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$, n은 자연수)



① 0 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 의 그래프에서

$f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{3}{2}$, $f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$, $f(1) = 2$

$f(2) = 0$, $f(0) = 1$ 이므로

$$f^2\left(\frac{5}{4}\right) = f\left(f\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$$

$$f^3\left(\frac{5}{4}\right) = f\left(f^2\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f(1) = 2$$

$$f^4\left(\frac{5}{4}\right) = f\left(f^3\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f(2) = 0$$

$$f^5\left(\frac{5}{4}\right) = f\left(f^4\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f(0) = 1$$

$$f^6\left(\frac{5}{4}\right) = f\left(f^5\left(\frac{5}{4}\right)\right) = f(1) = 2 \ \cdots$$

따라서, $f^n\left(\frac{5}{4}\right)$ 은

$\frac{3}{2}$, 1, 2, ,0, 1, 2, 0, $\cdots$ 와 같이 $n \ge 2$ 일 때, 1, 2, 0 의 값이 반복되므로

$$\therefore\ f^{2008}\left(\frac{5}{4}\right) = f^{3\times668+4}\left(\frac{5}{4}\right) = f^4\left(\frac{5}{4}\right) = 0$$

13. 두 함수 $f(x) = 3x - 1,\ g(x) = -x + 2$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

① -4　　② -2　　③ $-\dfrac{4}{3}$　　④ 0　　⑤ 1

해설

$g^{-1}(x) = -x + 2$

$$g^{-1}(f(x)) = g^{-1}(3x-1) = -(3x-1) + 2$$
$$= -3x + 3$$

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ 이므로

$$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$$
$$= (g^{-1} \circ f)(1)$$
$$= g^{-1}(f(1)) = 0$$

14. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\varnothing\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\{0\} \subset A$ ③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$ ⑤ $\{\varnothing\} \subset A$

해설

① $\{\varnothing\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

⑤ $\{\{\varnothing\}\} \subset A$

15. 무한집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 는 무한집합, A 는 유한집합일 때, 다음 중 반드시 유한집합을 모두 고르면 ? (정답 2 개)

① $A^c \cap B$

② $(A \cap B)^c$

③ $B \cup X = X$ 일 때, 집합 X

④ $A - B$

⑤ $A^c \cap B^c = \varnothing$ 일 때, B^c

해설

$A \cup B$ 는 무한집합, A 는 유한집합이므로 B 는 무한집합이다.

① $A^c \cap B \rightarrow A^c$ 도 B 도 무한집합이지만, 두 무한집합의 교집합은 무한집합일 수도 유한집합일 수도 있다.

② $(A \cap B)^c \rightarrow A \cap B$ 가 유한집합이므로 $(A \cap B)^c$ 는 무한집합이다.

③ $B \cup X = X$ 일 때, 집합$X \rightarrow B \subset X$ 이므로 무한집합이다.

④ $A - B$ 는 유한집합 차집합 무한집합이므로 항상 유한집합이다.

⑤ $A^c \cap B^c = \varnothing$ 일 때, $(A \cup B)^c = \varnothing$, $A \cup B = U$ 이므로 B^c 는 유한집합이다.

16. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$, 함수 $f(2x-1)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $h(x) = 2g(x) + 1$

② $h(x) = 2g(x) - 1$

③ $h(x) = \frac{1}{2}\{g(x) + 1\}$

④ $h(x) = g(\frac{x}{2} + 1)$

⑤ $h(x) = \frac{1}{2}g(2x-1) + 1$

해설

$f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로

$y = f(2x-1) \Leftrightarrow 2x - 1 = g(y) \cdots$ ㉠

$f(2x-1)$ 의 역함수가 $h(x)$ 이므로

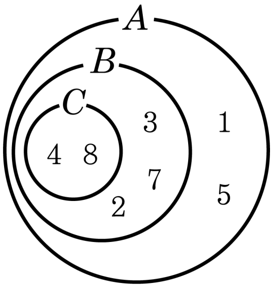
$y = f(2x-1) \Leftrightarrow x = h(y) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 x 를 소거하면 $2h(y) - 1 = g(h)$

그러므로 $h(y) = \frac{1}{2}\{g(h) + 1\}$

$\therefore\ h(x) = \frac{1}{2}\{g(x) + 1\}$

17. 다음 벤 다이어그램을 보고, $C \subset X \subset A$를 만족하는 집합 X가 될 수 있는 것을 다음 중 찾고 집합 앞에 있는 단어를 이용해서 단어를 만들어라.



(구) $\{1, 2, 8\}$
(부) $\{3, 4, 8\}$
(수) $\{3, 5, 8\}$
(학) $\{1, 4, 6, 7\}$
(분) $\{4, 5, 7, 8\}$
(합) $\{2, 3, 4, 8\}$
(집) $\{2, 4, 7, 8\}$
(직) $\{1, 2, 3, 6, 8\}$

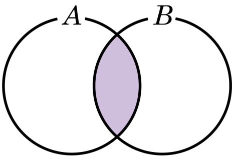
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 부분집합

해설

집합 C와 집합 A를 원소 나열법으로 각각 나타내면 $C = \{4, 8\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$이다. $C \subset X \subset A$를 만족하는 집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 4, 8을 반드시 포함하는 부분집합 이다. 따라서 집합 X가 될 수 있는 집합은 $\{3, 4, 8\}, \{4, 5, 7, 8\}, \{2, 3, 4, 8\}, \{2, 4, 7, 8\}$이고 만들 수 있는 단어는 '부분집합' 이다.

18. 두 집합 $A=\{x \mid x$는 4로 나누었을 때 나머지가 3인 자연수 $\}$, $B=\{x \mid x$는 27의 약수 $\}$를 벤다이어그램으로 나타낼 때 어두운 부분에 들어갈 원소를 모두 적어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 27

해설

$A=\{x \mid x$는 4로 나누었을 때 나머지가 3인 자연수 $\}=\{3,7,11,15,19,23,27,\cdots\}$

$B=\left\{x|x\text{는 } 27\text{의 약수}\right\}=\{1,3,9,27\}$

어두운 부분은 두 집합 A, B의 교집합이므로

$A\cap B=\{3,27\}$

19. 세 조건 p, q, r를 만족하는 진리집합이 각각 $P = \{x \mid x \leq -2, 1 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x \mid x \leq a\}$, $R = \{x \mid x \leq b\}$이다. p는 q이기 위한 필요조건이고, r이기 위한 충분조건이 되도록 상수a, b에 대한 a의 최댓값을 M, b의 최솟값을 m이라 할 때, $M + m$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

p 가q 이기 위한 필요조건, r 이기 위한 충분조건이므로 $Q \subset P \subset R$ 이 성립한다.
따라서 $a \leq -2, b \geq 5$ 이므로 a 의 최댓값은 -2, b 의 최솟값은 5
$\therefore -2 + 5 = 3$

20. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 4-2x$ 일 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\frac{2x-1}{3} = t$ 로 놓으면

$2x-1 = 3t$ 이므로 $x = \frac{3t+1}{2}$

$f(t) = 4-2\cdot\frac{3t+1}{2} = -3t+3$

$\therefore (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(-3) = 12$

21. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 소수$\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$의 부분집합은
$\varnothing$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 5\}$, $\{2,\ 7\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 7\}$, $\{5,\ 7\}$, $\{2,\ 3,\ 5\}$, $\{2,\ 3,\ 7\}$, $\{2,\ 5,\ 7\}$, $\{3,\ 5,\ 7\}$, $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7)\times 8 = 136$이다.

22. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x$는 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은
$(4, 8)$, $(5, 7)$, $(6, 6)$ 이다.
따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은
$\{6\}$, $\{4, 8\}$, $\{5, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{4, 5, 7, 8\}$, $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로 7 개이다.

23. 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X|X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 원소의 개수가 적어도 1 개인 부분집합의 개수는 15 개이다. $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원소의 개수가 n 인 진부분집합의 개수는 $2^n - 1$ (개) 이므로
$n(P) = 4$
집합 P 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로
$2^{n(A)} = 4$, $n(A) = 2$

24. 세 집합 $A = \{x|x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 12의 약수$\}$, $C = \{x|x$는 6의 배수$\}$ 에 대하여 4 미만의 자연수를 나타내는 집합을 모두 골라라.

㉠ $A \cap B \cap C$	㉡ $A \cap B - C$	㉢ $A \cap B^c - C$
㉣ $A \cap B \cap C^c$	㉤ $A^c \cap B \cap C$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{6, 12, 18, \cdots\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 집합 C 를 빼면 $\{1, 2, 3\}$ 즉 4 미만의 자연수가 남는다.

25. 두 집합 A, B에 대하여 집합 $A \times B$ 를 $A \times B = \{(a, b) | \ a \in A, \ \ b \in B \ \}$ 라고 정의한다. $A \cup B$ 와 $A \cap B$ 의 원소의 개수가 각각 $10, 2$ 일 때, 집합 $A \times B$ 의 원소의 개수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 에서

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$$
$$= 10 + 2 = 12$$

$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$ 이므로

최댓값은 $n(A) = n(B) = 6$ 일 때 36 이다.