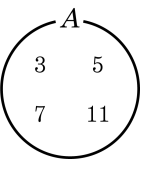


1. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

2. 집합 $A = \{x \mid |x-1| = 1\}$, $B = \{x \mid 2x-1 < 9\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$|x-1| = 1, x-1 = \pm 1 \text{ 이므로 } x = 0, 2$$

$$\therefore A = \{0, 2\}$$

$$B = \{x \mid 2x-1 < 9\} = \{x \mid 2x < 10\} = \{x \mid x < 5\}$$

$$C = \{x \mid -3 < x < 3\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$B \subset X$ 이므로 X 는 1, 2를 반드시 포함하여 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)가 된다.

4. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}$, $B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

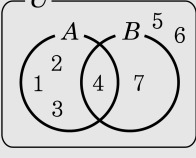
해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{5, 6\}$ ② $\{6, 7\}$ ③ $\{4\}$
④ $\{5, 6, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



6. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 $(A - B) - C$ 와 같은 것은?

- ① $A - (B - C)$ ② $A - (B \cap C)$ ③ $A - (B \cup C)$
④ $A^c \cap B \cap C^c$ ⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)$

해설

$A - B = A \cap B^c$ 이므로
 $(A - B) - C = (A \cap B^c) - C$
 $= (A \cap B^c) \cap C^c$
 $= A \cap (B^c \cap C^c)$ ($\because$ 결합법칙)
 $= (A \cap (B \cup C)^c)$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)
 $= A - (B \cup C)$ ($\because$ 차집합의 정의)

7. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$
- ② $P \cap Q = \emptyset$
- ③ $Q \subset P$
- ④ $P \subset Q$
- ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

8. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (-1)^2 + 4^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x - y + 4z)^2$
 $18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
 $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

9. 실수 전체의 집합을 R 이라 할 때, 다음 중 R 에서 R 로의 함수가 될 수 없는 것은 무엇인가?

① $y = 0$

② $y = -x + 4$

③ $y = (x - 1)^2$

④ $x = y^2 + 4$

⑤ $y = x^3$

해설

4일 때, $5 = y^2 + 4$, $y^2 = 1$ 에서 $y = \pm 1$

즉, $x = 5$ 에 대응하는 y 의 값이

$-1, 1$ 의 두 개이므로 함수가 될 수 없다.

10. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

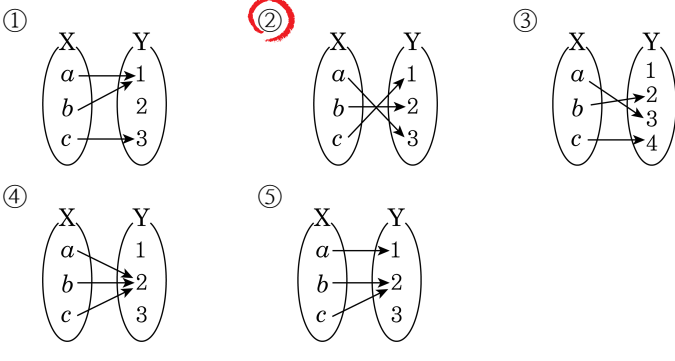
▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.
 $\therefore 4^3 = 64$
 $\therefore a + b = 64$

11. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?

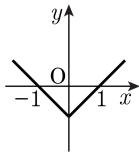


해설

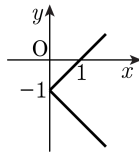
주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ②번이다.

12. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

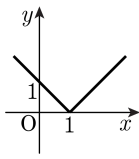
①



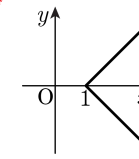
②



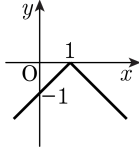
③



④

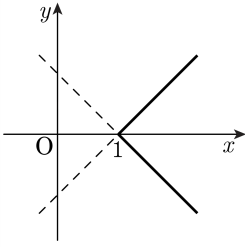


⑤



해설

$|y| = x - 1$ 에서
 $y \geq 0$ 일 때,
 $y = x - 1$
 $y < 0$ 일 때,
 $-y = x - 1, y = -x + 1$
따라서, 그래프는 다음
그림과 같다.



13. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

14. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

15. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1 만큼
평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을
구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ -6 ⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,
 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 것은 반대로
 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 이동시킨것과 같다.
 $y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$
따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로
 $\therefore abc = 6$

16. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$, $B - A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로

$$A \cap B = A$$

$$\therefore A \subset B$$

$$\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$$

그러므로 원소의 개수는 6 개이다.

17. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8 개

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 8, 12\}$ 이고
 $(A \cup B)^c = \{10\}$, $(A - B)^c = \{4, 8, 10, 12\}$ 이다.
따라서 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$ 이므로
집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

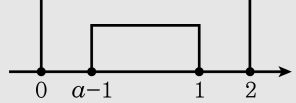
18. $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이고, 필요조건이 $b + 3 \leq x \leq 3$ 이다. a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m + M = -2$

해설

$0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이므로
 $\{x \mid a - 1 \leq x \leq 1\} \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$



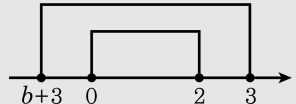
위의 그림에서 $0 \leq a - 1 \leq 1$

$\therefore 1 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

또, $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 필요조건이

$b + 3 \leq x \leq 3$ 이므로

$\{x \mid 0 \leq x \leq 2\} \subset \{x \mid b + 3 \leq x \leq 3\}$



위의 그림에서 $b + 3 \leq 0$

$\therefore b \leq -3 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 에서 a 의 최솟값 $m = 1$,

$\textcircled{㉡}$ 에서 b 의 최댓값 $M = -3$

$\therefore m + M = 1 + (-3) = -2$

19. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 $(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a})$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a}) = 144a^2 + \frac{1}{a^2} + 30 \geq 2\sqrt{144a^2 \times \frac{1}{a^2}} + 30 = 30 + 24 = 54$$

20. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x) - y = x - f(y) + 1$ 을 만족시키는 함수 f 에 대하여 $f(1)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$f(x) + f(y) = x + y + 1$$

$$x = y = 1 \text{ 일 때, } f(1) + f(1) = 3$$

$$\text{따라서 } f(1) = \frac{3}{2}$$

21. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$
ii) $x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$
 $\therefore y = (f \circ f)(x) = 2$

22. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6 - \sqrt{3} = 4 + (2 - \sqrt{3}) \quad (\because 0 < 2 - \sqrt{3} < 1)$$

$$\therefore x = 4, y = 2 - \sqrt{3}, \frac{1}{y} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4,$$

$$y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \left(y + \frac{1}{y} \right) = 52$$

$$\therefore \frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right) = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

23. 함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대해 대칭인 그래프이다. 이 때 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ -3 ⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에서
대칭이므로 $x = a$, $y = b$ 를 점근선으로 한다.
 $y = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$
따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

24. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나고 두 직선 $x = -1, y = 3$ 을 점근선으로 가질 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x = -1, y = 3$ 이 점근선 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = \frac{k}{x+1} + 3$$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $k = -1$

$$\therefore y = \frac{-1}{x+1} + 3 = \frac{-1+3x+3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$$

이 함수가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 와 일치해야 하므로

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6$$

25. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$