1. 다정이는 5 회의 수학 쪽지 시험 성적의 평균을 13 점 이 되게 하고 싶다. 4 회까지의 점수의 평균이 11 점일 때, 5 회에는 몇 점을 받아야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ________ 점

▷ 정답 : 21 점

해설

4 회까지의 평균이 11 이므로 4회 시합까지의 총점은

$11 \times 4 = 44$(점)

5 회 째의 점수를 x 점이라고 하면

$\frac{44+x}{5} = 13$, $44 + x = 65$ $\therefore$ $x = 21$

따라서 21 점을 받으면 평균 13 점이 될 수 있다.

2. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(평균) = \frac{\{(계급값)\times(도수)\}\text{ 의 총합}}{(도수)\text{의 총합}} = \frac{560}{8} = 70(점)$$

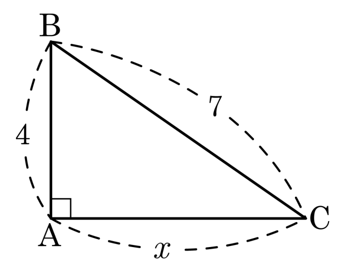
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

3. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하면?

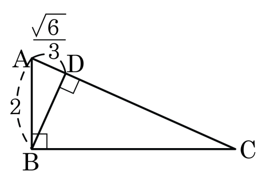


① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

4. 다음은 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 수선을 내린 것이다. $\overline{AC} = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

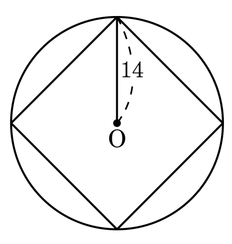
해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$

$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$

5. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

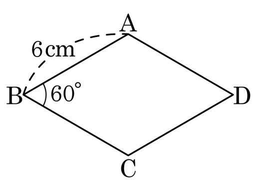
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{2}a = 28$ 이므로

$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 이고, 한 변의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 마름모 ABCD 의 넓이는?



① $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　② $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　③ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　④ $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $40\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

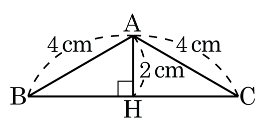
해설

$\triangle$ABC 는 정삼각형이므로

$S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

마름모 ABCD 의 넓이는 $9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

7. 다음 그림의 $\overline{AB}=\overline{AC}=4\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{AH}=2\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?

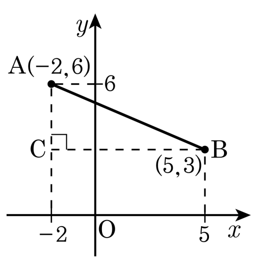


① $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　② $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})\ \therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

8. 아래 그림을 보고 옳지 <u>못한</u> 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6 - 3 = 3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5 - (-2) = 7$ 이다.

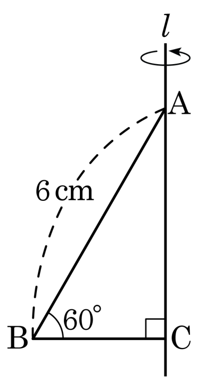
④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

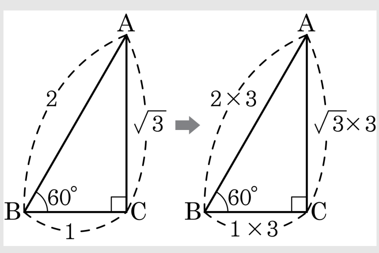
선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면? (단, $\overline{AB}=6$, $\angle B=60°$, $\angle C=90°$)



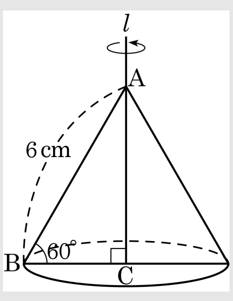
① $\sqrt{3}\pi$　② $3\sqrt{3}\pi$　③ $9\sqrt{3}\pi$
④ $18\sqrt{3}\pi$　⑤ $27\sqrt{3}\pi$

해설

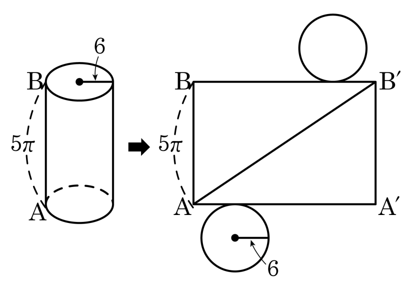


$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$ 에서 $6:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BC}=3,\ \overline{AC}=3\sqrt{3}$

따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3}\times 3^2\times\pi\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ 이다.



10. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



① $10\pi,\ 12\pi$　② $10\pi,\ 13\pi$　③ $12\pi,\ 13\pi$　④ $12\pi,\ 15\pi$　⑤ $15\pi,\ 20\pi$

해설

i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi\times6 = 12\pi$

ii) 최단 거리는 직각삼각형 $\mathrm{AA'B'}$ 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} = \sqrt{(144 + 25)\pi^2} = \sqrt{169\pi^2} = 13\pi$$

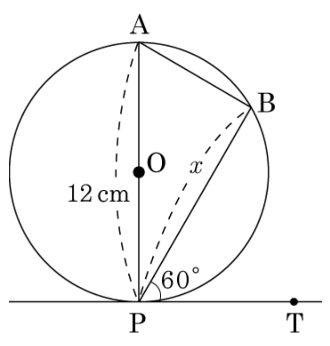
11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sin 30° = \frac{1}{2}$ ② $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\tan 45° = 1$
④ $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

⑤ $\tan 60° = \sqrt{3}$ 이다.

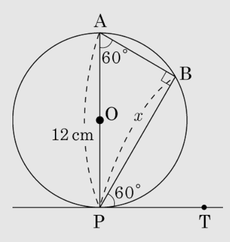
12. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에서 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 접선이고, $\angle BPT = 60°$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



① 6 cm　② 8 cm
③ $6\sqrt{2}$ cm　④ $6\sqrt{3}$ cm
⑤ 10 cm

해설

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90°$
직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60°$



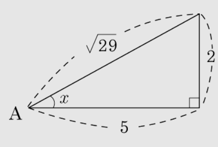
$\triangle ABP$ 에서 $\sin 60° = \dfrac{\overline{PB}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로
$\therefore \overline{PB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

13. 직선 $y=\frac{2}{5}x-1$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?

① $\sin A=\frac{1}{\sqrt{5}}$　　② $\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}}$
③ $\tan A=2$　　④ $\sin A\cdot\cos A=\frac{2}{5}$
⑤ $\tan A=\frac{2}{5}$

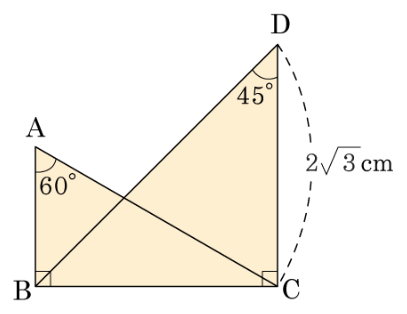
해설

주어진 직선의 기울기는 $\frac{2}{5}$ 이므로 다음 그림과 같이 표현할 수 있다.



$\tan A=\frac{2}{5}$, $\cos A=\frac{5}{\sqrt{29}}$, $\sin A=\frac{2}{\sqrt{29}}$

14. 다음 그림과 같이 두 개의 서로 다른 직각삼각형이 겹쳐져 있다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{3}$ cm　② 2 cm　③ $2\sqrt{3}$ cm　④ 3 cm　⑤ $3\sqrt{3}$ cm

해설

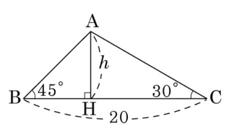
$\triangle BCD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BC} = \overline{CD} = 2\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\angle ACB = 30°$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\sqrt{3}\tan 30° = 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2$ (cm)

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 높이 h 를 구하면?



① $10\left(\sqrt{2}-1\right)$ ② $10\left(\sqrt{3}-1\right)$ ③ $10\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$
④ $10\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ⑤ $10\left(\sqrt{2}-2\right)$

해설

$$\begin{aligned} h &= \frac{20}{\tan(90° - 45°) + \tan(90° - 30°)} \\ &= \frac{20}{\tan 45° + \tan 60°} \\ &= \frac{20}{1 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{20\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1} \\ &= 10\left(\sqrt{3}-1\right) \end{aligned}$$

16. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

17. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5} = 6$

$23 + x = 30$

$\therefore x = 7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9+1+9+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$

18. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$

$\therefore x+y = 10 \cdots\cdots$ ㉠

또, 분산이 5 이므로

$\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$

$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$

$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$

$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 12(x+y)-53 = 12\times10-53 = 67$

$\therefore \ x^2+y^2 = 67 \quad \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \quad 10^2 = 67+2xy, \ 2xy = 33$

$\therefore 2xy = 33$

19. 3 개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10 일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m, 분산은 n 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

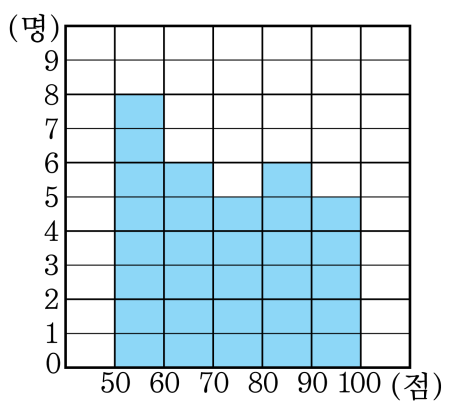
▷ 정답: 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m+n = 10+40 = 50$

20. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$　② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

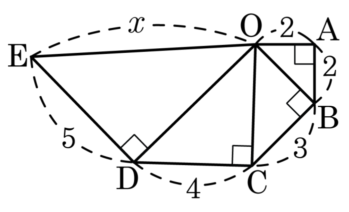
평균 : $\frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6}{30} + \frac{95 \times 5}{30} = 73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2}{30} + \frac{6 + 22^2 \times 5}{30} = \frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$

21. 다음 그림 x의 값은?



① $\sqrt{57}$ ② $\sqrt{58}$ ③ $\sqrt{59}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{65}$

해설

$\overline{BO} = 2\sqrt{2}, \overline{CO} = \sqrt{9+8} = \sqrt{17}$
$\overline{DO} = \sqrt{17+16} = \sqrt{33}$
$\overline{OE} = \sqrt{25+33} = \sqrt{58}$

22. 세 변의 길이가 각각 $x, x-7, x+2$ 인 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

세 변의 길이는 모두 양수가 되어야 하므로 가장 작은 수인 $x-7$ 가 양수가 되어야 한다.

$x-7>0$, $x>7$

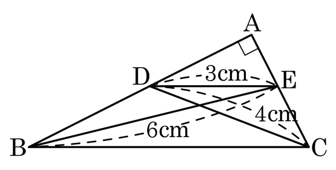
$x+2$ 가 가장 긴 변이므로

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$

$x = 3$ 또는 15

$x > 7$ 이므로 $x = 15$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

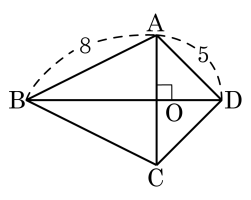
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2$ 이므로,

$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43}\ (\text{cm})$

24. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



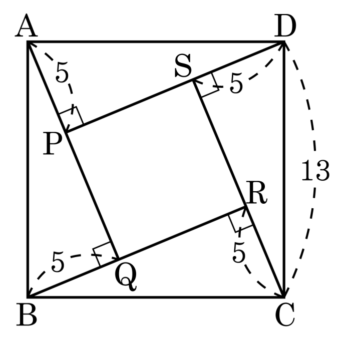
▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

25. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 13 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



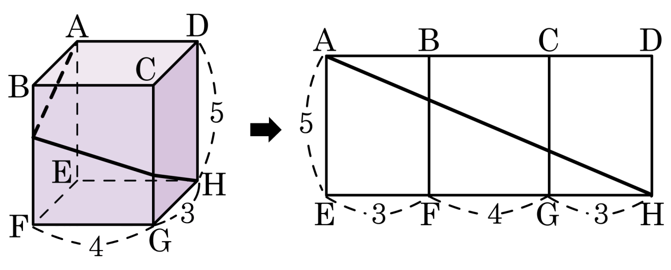
▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$
$\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$
□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $7 \times 7 = 49$

26. 다음 왼쪽 그림과 같은 직육면체의 점 A 에서 모서리 BF 와 모서리 CG 를 지나 점 H 에 이르는 거리를 전개도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 점 A 에서 점 H 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① $5\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{137}$ ④ $\sqrt{146}$ ⑤ $\sqrt{178}$

해설

구하는 최단 거리는 $\overline{AH}$ 의 길이와 같다.
$\overline{AH} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

27. $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\tan 4x$ 의 값을 구하여라. (단, $0° \le x \le 30°$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{3}$

해설

$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $3x = 45°$

$\therefore\ x = 15°$

$\therefore \tan 4x = \tan 60° = \sqrt{3}$

28. $\tan \mathrm{A} = \sqrt{3}$일 때, $(1+\sin \mathrm{A})(1-\cos \mathrm{A})$의 값은? (단, $0° < \mathrm{A} < 90°$)

① $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
④ $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$

해설

$\tan \mathrm{A} = \sqrt{3}$일 때, $\mathrm{A} = 60°$

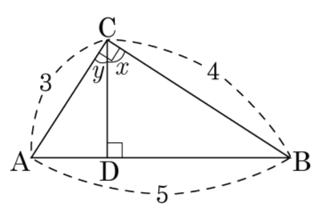
$(1+\sin \mathrm{A})(1-\cos \mathrm{A})$

$= (1+\sin 60°)(1-\cos 60°)$

$= \left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

29. 다음 그림에서 $\angle ACB = 90°$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$이고, $\angle BCD = x$, $\angle ACD = y$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\cos y = \frac{3}{5}$ ㉡ $\tan y = \frac{4}{3}$ ㉢ $\sin y = \frac{5}{4}$

㉣ $\sin x = \frac{4}{5}$ ㉤ $\cos x = \frac{4}{5}$

▶ 답 :

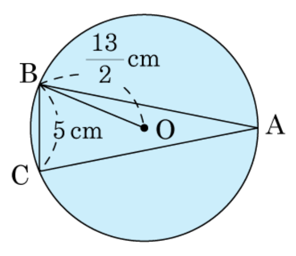
▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle ACB \backsim \triangle CDB \backsim \triangle ADC$ 이므로 $\angle CAD = x$, $\angle CBD = y$이다.

따라서 ㉠ $\cos y = \frac{4}{5}$, ㉡ $\tan y = \frac{3}{4}$, ㉢ $\sin y = \frac{3}{5}$, ㉤ $\cos x = \frac{3}{5}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{13}{2}$ cm 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\cos A \times \tan A$ 의 값이 $\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\overline{BO}$ 의 연장선과 원이 만나는 점을 A′ 이라 하면
$\overline{BA'}$ 은 이 원의 지름이고 $\overline{BA'} = 13\,\text{cm}$, $\angle BCA = 90°$ 이다.
또, 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle A = \angle A'$

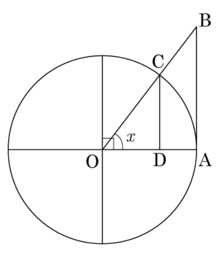
$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{12}{13}$

$\tan A = \tan A' = \frac{5}{12}$

$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{5}{13}$

따라서 $a+b=18$ 이다.

31. 다음 그림은 반지름이 1 인 원이다. $\sin x$ 와 $\cos x$, $\tan x$ 를 나타내는 선분을 보기에서 바르게 찾은 것은?



보기

㉠ $\overline{\mathrm{OA}}$　㉡ $\overline{\mathrm{OB}}$　㉢ $\overline{\mathrm{OC}}$　㉣ $\overline{\mathrm{OD}}$　㉤ $\overline{\mathrm{AB}}$

㉥ $\overline{\mathrm{AD}}$　㉦ $\overline{\mathrm{BC}}$　㉧ $\overline{\mathrm{CD}}$

① $\sin x = \overline{\mathrm{AB}}$ $\cos x = \overline{\mathrm{OD}}$ $\tan x = \overline{\mathrm{OA}}$

② $\sin x = \overline{\mathrm{AB}}$ $\cos x = \overline{\mathrm{OA}}$ $\tan x = \overline{AB}$

③ $\sin x = \overline{\mathrm{CD}}$ $\cos x = \overline{\mathrm{OD}}$ $\tan x = \overline{AB}$

④ $\sin x = \overline{\mathrm{CD}}$ $\cos x = \overline{\mathrm{OA}}$ $\tan x = \overline{OB}$

⑤ $\sin x = \overline{\mathrm{BC}}$ $\cos x = \overline{\mathrm{OC}}$ $\tan x = \overline{AB}$

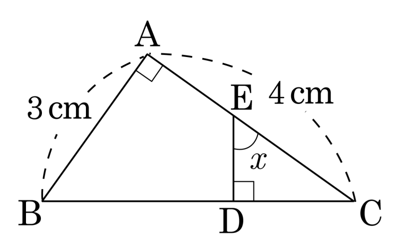
해설

$$\sin x = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{OC}}} = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{1} = \overline{\mathrm{CD}}$$

$$\cos x = \frac{\overline{\mathrm{OD}}}{\overline{\mathrm{OC}}} = \frac{\overline{\mathrm{OD}}}{1} = \overline{\mathrm{OD}}$$

$$\tan x = \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{1} = \overline{\mathrm{AB}}$$

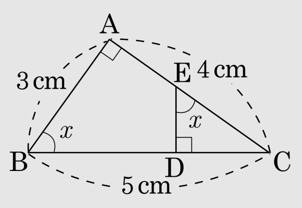
32. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



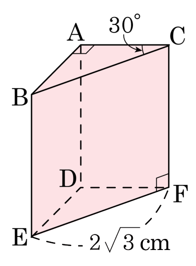
① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

$\sin x = \frac{4}{5}$



33. 정육면체을 밑면의 대각선 방향으로 잘랐더니 그림과 같이 □BEFC 가 정사각형인 삼각기둥이 되었다. 이 삼각기둥의 부피를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^3

▷ 정답: 9 cm^3

해설

$\angle ACB = 30°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF} \times \sin 30° = \sqrt{3}$, $\overline{DF} = \overline{EF} \times \cos 30° = 3$

□BEFC 가 정사각형이므로 $\overline{CF} = 2\sqrt{3}$

따라서 구하고자 하는 삼각기둥의 부피는

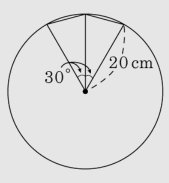
$V = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 \times 2\sqrt{3} = 9(cm^3)$ 이다.

34. 반지름의 길이가 20cm 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이를 구하면?

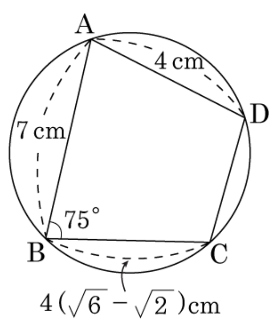
① $1200\,\mathrm{cm}^2$ ② $1300\,\mathrm{cm}^2$ ③ $1400\,\mathrm{cm}^2$
④ $1500\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $1600\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 30° \times 12$
$= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{2} \times 12$
$= 1200 \ (\mathrm{cm}^2)$



35. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$: 5.0pt$\overset{\frown}{DC} = 3 : 2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.(단, $\cos 15° = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$)

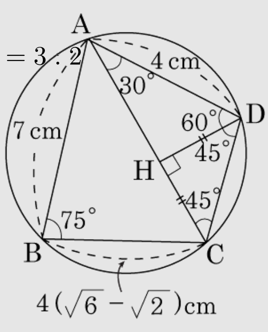


▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 2\sqrt{3}$

해설

$\angle ADC = 180° - \angle ABC = 105°$
5.0pt$\overset{\frown}{AD}$: 5.0pt$\overset{\frown}{DC} = \angle ACD : \angle CAD = 3 : 2$
$\angle ACD = (180° - 105°) \times \dfrac{3}{5} = 45°$
$\therefore \angle CAD = 30°$



점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{DH} = 4\sin 30° = 2 \quad \therefore \overline{DC} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\cos 15° = \sin(90° - 15°) = \sin 75°$

(□ABCD의 넓이)
= (△ABC의 넓이) + (△ACD의 넓이)
$= \dfrac{1}{2} \times 7 \times 4(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \times \sin 75°$
$+ \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \sin(180° - 105°)$
$= 14 + 2 + 2\sqrt{3}$
$= 16 + 2\sqrt{3}$

36. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

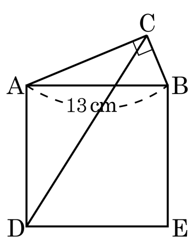
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

37. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,cm$, $\triangle ACD = 72\,cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

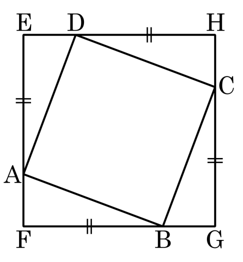


① $21\,cm^2$ ② $22\,cm^2$ ③ $25\,cm^2$
④ $30\,cm^2$ ⑤ $40\,cm^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,cm^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (cm^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (cm^2)$ 이다.

38. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?

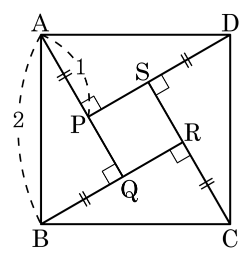


① $3\,\mathrm{cm}$ ② $\frac{7}{2}\,\mathrm{cm}$ ③ $4\,\mathrm{cm}$
④ $8\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\frac{15}{2}\,\mathrm{cm}$

해설

$\square ABCD = 73\,\mathrm{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$, $\overline{FG}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{BG} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{FB} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$)이다.

39. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\square PQRS = \frac{1}{4}\square ABCD$

② $\overline{AQ} = \sqrt{3}$

③ $\square PQRS = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle ABQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square PQRS$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

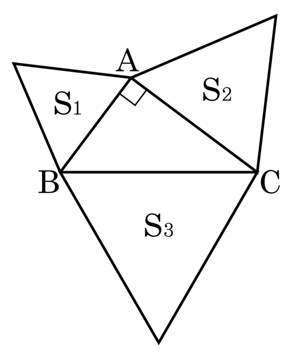
해설

① $\square PQRS = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4$

$\therefore \ \square PQRS \neq \frac{1}{4}\square ABCD$

40. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$

$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면

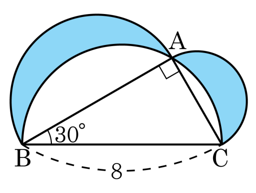
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$

따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로

넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$

즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

41. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

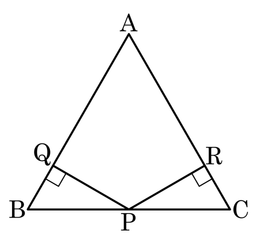
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4,\ \overline{AB} = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

42. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

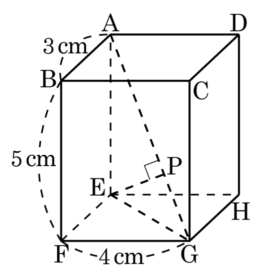
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10 \times \overline{\mathrm{PQ}} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{\mathrm{PQ}}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10 \times \overline{\mathrm{PR}} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{\mathrm{PR}}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{\mathrm{PQ}} + 5\overline{\mathrm{PR}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{PR}} = 5\sqrt{3}$

43. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E 에서 대각선 AG 에 내린 수선의 발을 P 라 할 때, $\overline{\mathrm{EP}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　　② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　　④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

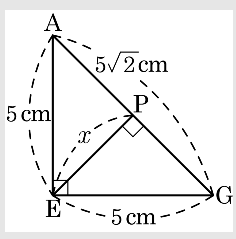
해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

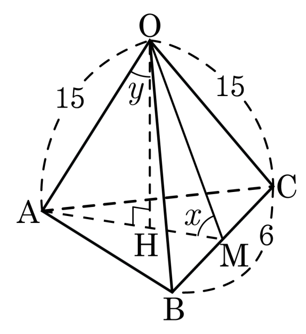
$\overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EG}} = \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{EP}}$ 이므로

$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$

$x = \dfrac{25}{5\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}\ (\mathrm{cm})$ 이다.



44. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 $\overline{\mathrm{OH}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

$\overline{\mathrm{OH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$

45. 사각형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 길이는 각각 5, 6 이고, 대각선 AC, BD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{\mathrm{MN}} = 1$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

보조선 BM 와 DM 를 그으면
$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 = 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{AM}^2}) \cdots$ ①
$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 2(\overline{\mathrm{DM}^2} + \overline{\mathrm{AM}^2}) \cdots$ ②
① + ② 을 하면
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$
$= 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$
$\triangle$BMD 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2} = 2(\overline{\mathrm{MN}^2} + \overline{\mathrm{DN}^2}) \cdots$ ③
또, $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{AM}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}^2} = 4\overline{\mathrm{AM}^2} \cdots$ ④
$\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DN}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}^2} = 4\overline{\mathrm{DN}^2} \cdots$ ⑤
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$
$= 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$
$= 4(\overline{\mathrm{DN}^2} + \overline{\mathrm{MN}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$ ($\because$ ③)
$= 4\overline{\mathrm{AM}^2} + 4\overline{\mathrm{DN}^2} + 4\overline{\mathrm{MN}^2}$
$= \overline{\mathrm{AC}^2} + \overline{\mathrm{BD}^2} + 4\overline{\mathrm{MN}^2}$ ($\because$ ④, ⑤)
따라서, $\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$
$= 5^2 + 6^2 + 4 = 65$ 이다.