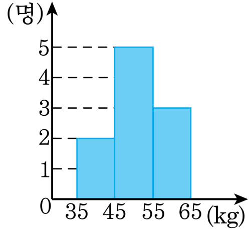
1. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2+5+3=10$(명) 이므로

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{40\times2+50\times5+60\times3}{10}$$

$$= \frac{80+250+180}{10} = 51(\text{kg})$$

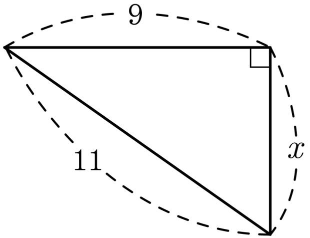
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(40-51)^2\times2+(50-51)^2\times5+(60-51)^2\times3\}$$

$$= \frac{1}{10}(242+5+243) = 49$$

이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형에서 x 의 값은?



① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{30}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

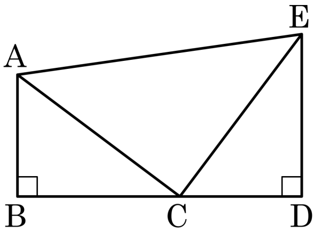
피타고라스 정리에 따라

$9^2 + x^2 = 11^2$

$x^2 = 121 - 81 = 40$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{10}$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\angle ACE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad {}^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{90{}^\circ}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD, \angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.

또, $\angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$ 이므로,

$\angle ECD + \angle ACB = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180^\circ$ 이므로 $\angle ACE = 90^\circ$ 이다.

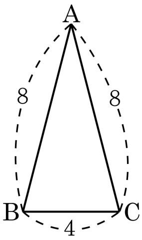
4. 가로와 세로의 길이의 비가 $5:2$ 이고 대각선의 길이가 $2\sqrt{29}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① 28　　② 20　　③ 18　　④ $10\sqrt{2}$　　⑤ $14\sqrt{2}$

해설

가로의 길이를 $5x$, 세로의 길이를 $2x$ 라고 하면,
직사각형의 대각선의 길이
$2\sqrt{29} = \sqrt{(5x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{29}x$ 가 되어 $x = 2$ 이다.
따라서 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10, 4 이므로
직사각형의 둘레의 길이는 $2 \times 10 + 2 \times 4 = 28$ 이다.

5. 다음과 같이 두 변의 길이가 8, 밑변의 길이가 4 인 이등변삼각형의 넓이는?



① $4\sqrt{13}$ ② $4\sqrt{15}$ ③ $4\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{19}$ ⑤ $4\sqrt{21}$

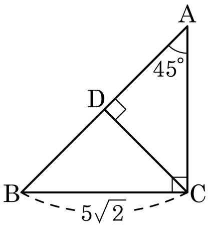
해설

이등변삼각형의 높이는

$\sqrt{8^2-2^2} = \sqrt{64-4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

$(\text{넓이}) = 4 \times 2\sqrt{15} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{15}$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 10　② 5　③ $5\sqrt{2}$　④ $10\sqrt{2}$　⑤ 20

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$

$\overline{AB} : 5\sqrt{2} = \sqrt{2} : 1$

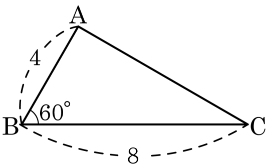
$\therefore \overline{AB} = 10$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{CD} = 5$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$

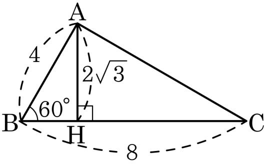
④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

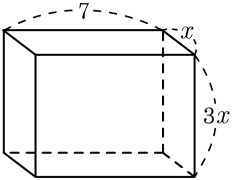
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$



8. 다음 그림은 대각선의 길이가 9인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



① $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\sqrt{(3x)^2 + x^2 + 7^2} = 9$$

$$\sqrt{10x^2 + 49} = 9$$

$$10x^2 + 49 = 81\ ,\ 10x^2 = 32$$

$$x^2 = \frac{16}{5}$$

$$\therefore\ \ x = \frac{4\sqrt{5}}{5}(x > 0)$$

9. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : ________ 점

▷ 정답 : 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

$8.5 \times 4 = 34$(점)

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{34+x}{5} = 7.5, \quad 34 + x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5(\text{ 점})$$

10. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x=y=z$ ② $x<y=z$ ③ $x=y<z$

④ $x=y>z$ ⑤ $x<y<z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

11. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$ 의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$29+x=35$

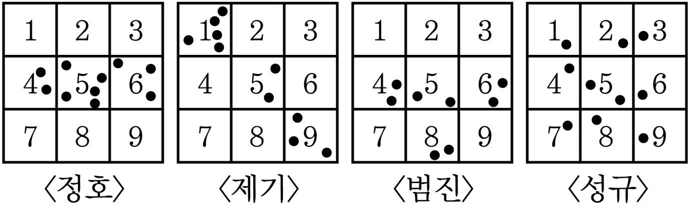
$\therefore x=6$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=$$

$$\frac{24}{5}=4.8$$

12. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



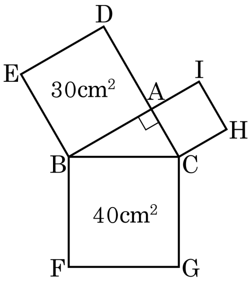
▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. □BFGC $= 40\,\text{cm}^2$, □DEBA $= 30\,\text{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $5\sqrt{3}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

(□DEBA의 넓이) + (□ACHI의 넓이)

= (□BFGC의 넓이)

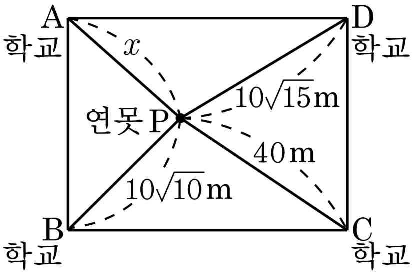
공식을 적용하면 □ACHI $= 10\,\text{cm}^2$ 이다.

□DEBA $= 30\,\text{cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{30}\,\text{cm}$ 이고,

□ACHI $= 10\,\text{cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\,\text{cm}$ 이다.

$$\begin{aligned}\triangle\text{ABC의 넓이} &= \sqrt{30}\times\sqrt{10}\times\frac{1}{2}\\ &= \sqrt{300}\times\frac{1}{2}\\ &= 5\sqrt{3}\,\text{cm}^2\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



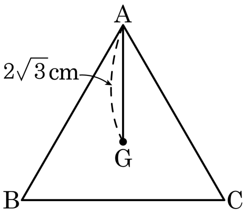
① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2$, $x^2 = 900$, $x = 30\text{m}$ 이다.

(시간)$= \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초) 이다.

15. 다음 그림에서 점 G 는 정삼각형 ABC 의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $9\sqrt{3}$ cm²

해설

한 변의 길이를 a라 하면, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$이다.

$\overline{AG} = 2\sqrt{3} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \therefore \; a = 6$

$\therefore \; \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

16. 이차함수 $y=-x^2+8x-16$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B 라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{17}$

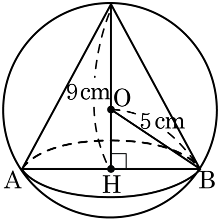
해설

$y=-x^2+8x-16$

$y=-(x-4)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$ 이고, y 축과 만나는 점은 x 의 좌표가 0 이므로 $(0,\ -16)$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} &= \sqrt{(4-0)^2+\{0-(-16)\}^2}\\ &= \sqrt{272}=4\sqrt{17}\end{aligned}$$

17. 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 구 안에 높이가 9cm 인 원뿔이 내접하고 있다. 이 원뿔의 부피를 구하여라.



① $27\sqrt{2}\pi$　② 81π　③ 18π

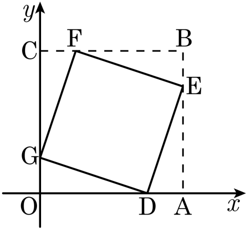
④ 9π　⑤ 27π

해설

구의 반지름의 길이가 5cm 이므로
원뿔 꼭짓점에 이르는 거리와 $\overline{OA}, \overline{OB}$ 거리가 같다.
$\overline{OH} = 9 - 5 = 4(cm)$
직각삼각형 OHB 에서 $\overline{HB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(cm)$

따라서 (원뿔의 부피) $= \dfrac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 9$
$= 27\pi\,(cm^2)$

18. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\text{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\text{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\text{OD}} = 3\overline{\text{AD}}$ 이므로 $\text{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\text{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\text{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\text{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

19. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

① $\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ \sqrt{5}$　② $4,\ 5,\ 6$　③ $2,\ 3,\ \sqrt{10}$

④ $\sqrt{5},\ \sqrt{11},\ 4$　⑤ $7,\ 8,\ 10$

해설

$$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{11}\right)^2=4^2$$

20. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$　　② $(0, -4)$　　③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$　　⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

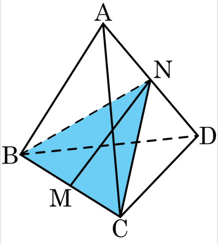
$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

21. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

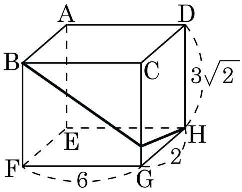


다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면
$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle NMC = 90°$ 이다.
따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$\overline{NC} = \overline{NB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

22. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $2,\ 3\sqrt{2},\ 6$ 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{82}$$

23. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

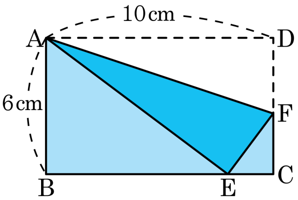
$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$

따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

해설

$\triangle ADF \equiv \triangle AEF$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{DF} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{AE} = \overline{AD} = 10(\text{cm})$, $\overline{AB} = 6(\text{cm})$ 이므로

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$

$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 6 - x(\text{cm})$

$\triangle ECF$ 에서 $x^2 = 2^2 + (6 - x)^2$, $12x = 40$,

$\therefore x = \frac{10}{3}(\text{cm})$

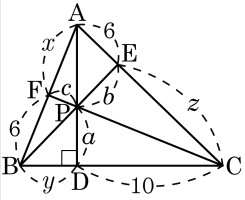
25. 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, B, C 에서 마주보는 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE} = 6$, $\overline{BF} = 6$, $\overline{CD} = 10$ 이다. 이때 $\overline{AF}^2 + \overline{BD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 172

해설

다음 그림과 같이 세 수선의 교점을 P 라 하면



$\triangle PAF$ 와 $\triangle PAE$ 에서 $x^2 + c^2 = 6^2 + b^2 \cdots$ ①

$\triangle PBF$ 와 $\triangle PBD$ 에서 $y^2 + a^2 = 6^2 + c^2 \cdots$ ②

$\triangle PDC$ 와 $\triangle PCE$ 에서 $z^2 + b^2 = 10^2 + a^2 \cdots$ ③

①, ②, ③을 변끼리 더하면

$x^2 + y^2 + z^2 = 6^2 + 6^2 + 10^2 = 172$

따라서 $\overline{AF}^2 + \overline{BD}^2 + \overline{CE}^2 = 172$ 이다.