1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

2. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간　② 2 시간　③ 3 시간
④ 4 시간　⑤ 5 시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

3. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

4. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$\frac{4+6+a+b}{4}=5$, $a+b+10=20$

$\therefore\ a+b=10\cdots$㉠

또, 분산이 3 이므로

$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$

$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$

$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

5. 네 개의 수 5, 8, a, b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a, b 의 평균이 4 이므로

$\dfrac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$

$\therefore\ a+b=3\cdots$ ㉠

또, 분산이 7 이므로

$\dfrac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$

$\dfrac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$

$\dfrac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$

$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

6. 5 개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5 이고 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

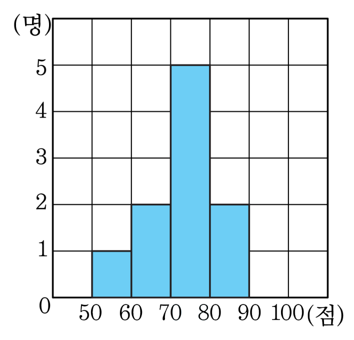
▷ 정답 : 51

해설

5 개의 변량의 평균이 5 이므로 $a+b=10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2+(a-5)^2+(4-5)^2}{5}$$
$$+\frac{(8-5)^2+(b-5)^2}{5}=3$$
$$4+(a-5)^2+1+9+(b-5)^2=15$$
$$(a-5)^2+(b-5)^2=1$$
$$a^2+b^2-10(a+b)+50=1$$
$$a^2+b^2-10(10)+50=1$$
$$\therefore a^2+b^2=51$$

7. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

(평균)$= \dfrac{55\times 1 + 65\times 2 + 75\times 5 + 85\times 2}{10} = \dfrac{730}{10} = 73$(점)

(분산)$= \dfrac{1}{10}\{(55-73)^2\times 1 + (65-73)^2\times 2\}$

$+\dfrac{1}{10}\{(75-73)^2\times 5 + (85-73)^2\times 2\}$

$= \dfrac{760}{10} = 76$

8. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} = \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10} = \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

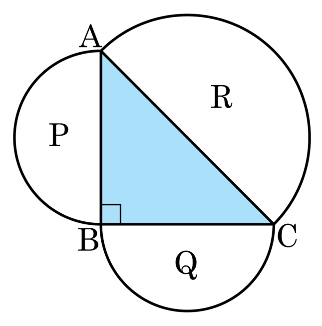
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$

$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P , Q , R 이라 하자. $\overline{BC}$ =8 , $R = 16\pi$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

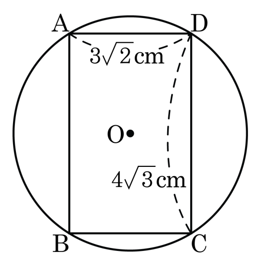
▷ 정답 : 32

해설

$\overline{BC}$ =8 이므로 $Q = 8\pi$ 이고 $R = P + Q$ 이므로 $P = 8\pi$

따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$ 이 되어 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times8 =$ 32

10. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$cm , 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① $6\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $33\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $\frac{33}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $66\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{66}\,\mathrm{cm}$

이 원의 지름이 $\sqrt{66}\,\mathrm{cm}$ 이므로

반지름은 $\frac{\sqrt{66}}{2}\,\mathrm{cm}$ 이고 이 원의 넓이는

$\frac{\sqrt{66}}{2} \times \frac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \frac{33}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

11. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$(\text{분산}) = \dfrac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$

$\dfrac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서 표준편차는 10 이다.

12. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

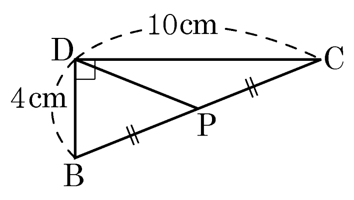
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

13. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4cm$, $\overline{CD} = 10cm$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?

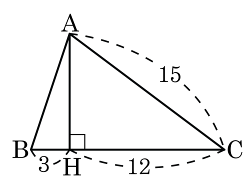


① $\sqrt{29}$ cm　② $\sqrt{30}$ cm　③ $\sqrt{31}$ cm
④ $4\sqrt{2}$ cm　⑤ $\sqrt{33}$ cm

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}$ cm
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}$ cm
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}$ cm 이다.

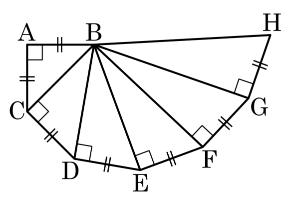
14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설
$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

15. 다음 그림에서 $\triangle$BGH 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{\text{GH}}=a$라고 하면

$\overline{\text{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

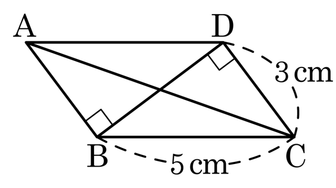
$\triangle$BGH 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{\text{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$　　② $(4\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$

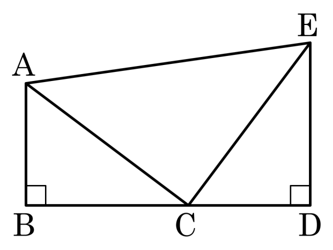
③ $(2\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$　　④ $(4\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$

⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$
$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 2\,\text{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$　　② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$

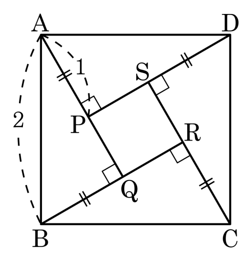
③ $48 + 10\sqrt{2}$　　④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$

⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로
$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$
$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BQ}} = \overline{\mathrm{CR}} = \overline{\mathrm{DS}}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\square\mathrm{PQRS} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}$

② $\overline{\mathrm{AQ}} = \sqrt{3}$

③ $\square\mathrm{PQRS} = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle\mathrm{ABQ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square\mathrm{PQRS}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

해설

① $\square\mathrm{PQRS} = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square\mathrm{ABCD} = 4$

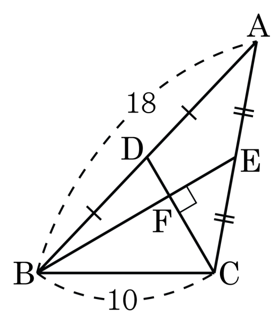
$\therefore\ \square\mathrm{PQRS} \neq \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}$

19. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

① 3, 4, 5 ② 5, 12, 13 ③ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$
④ 4, 5, $\sqrt{41}$ ⑤ 2, 4, $2\sqrt{6}$

해설
⑤ $2^2+4^2=20 \neq \left(2\sqrt{6}\right)^2=24$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

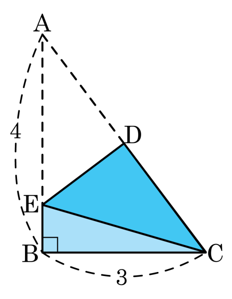
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle$CDE 의 둘레의 길이는?

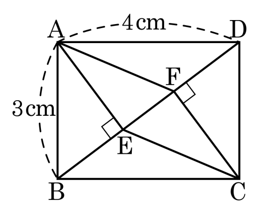


① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle$EBC 가 직각삼각형이므로
$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle$ADE 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle$CDE 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

22. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{84}{25}\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$

$5\times\overline{\mathrm{AE}} = 3\times 4$

$\therefore \overline{\mathrm{AE}} = \frac{12}{5}\ \mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = 5-2\times\frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square\mathrm{AECF} = \frac{12}{5}\times\frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

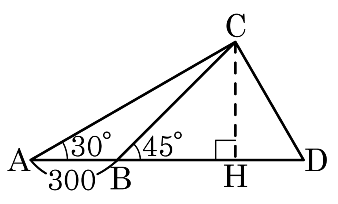
23. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 300$, $\angle \mathrm{A} = 30°$, $\angle \mathrm{CBH} = 45°$ 일 때, $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 길이는?



① $300(1 + \sqrt{2})$ ② $300(1 - \sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3} + 1)$
④ $150(\sqrt{3} - 1)$ ⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설
$\overline{\mathrm{CH}} = x$ 라 하면, $\overline{\mathrm{BH}} = x$
$\triangle\mathrm{ACH}$ 에서, $\overline{\mathrm{CH}} : \overline{\mathrm{AH}} = 1 : \sqrt{3}$
$x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$
$300 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3} - 1)x = 300$
$x = 150(\sqrt{3} + 1)$

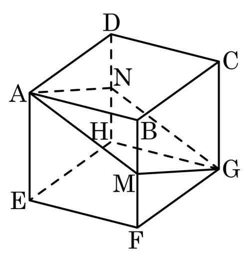
25. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, −5) ② (0, −4) ③ (0, −3)
④ (0, −2) ⑤ (0, −1)

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$
$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$
$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$
$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$
$-4p = 20$
$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

26. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,cm^2$ ② $50\sqrt{3}\,cm^2$

③ $100\,cm^2$ ④ $50\sqrt{5}\,cm^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,cm^2$

해설

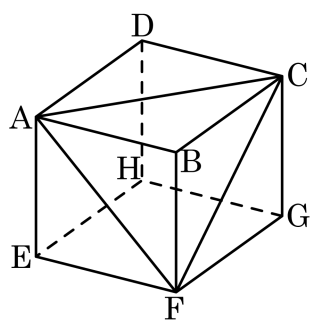
(마름모의 넓이) $=$ (대각선) $\times$ (대각선) $\times \frac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}$ (cm^2) 이다.

27. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체를 점 A, C, F 를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B에서 밑면인 삼각형 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}$cm ② $3\sqrt{3}$cm ③ $4\sqrt{3}$cm

④ $5\sqrt{3}$cm ⑤ $6\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(cm)$

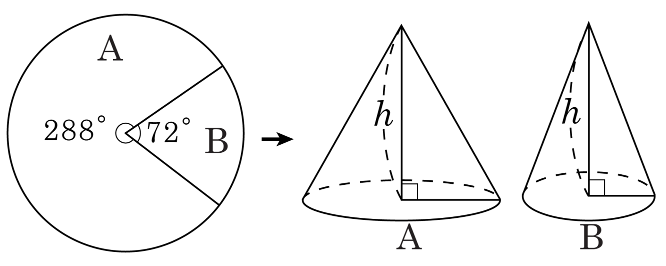
$\triangle ACF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(cm^2)$

수선의 길이를 h라 하면 사각뿔 B – AFC의 부피에서

$72\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3}$

$h = \frac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(cm)$

28. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288°, 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x, y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

A : $20\pi \times \frac{288°}{360°} = 16\pi$

$\therefore r_A = 8$

B : $20\pi \times \frac{72°}{360°} = 4\pi$

$\therefore r_B = 2$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 8

$h_A = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$

B : 선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 2

$h_B = \sqrt{100-4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8 , 높이는 6

$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$

B : 밑면의 반지름의 길이는 2 , 높이는 $4\sqrt{6}$

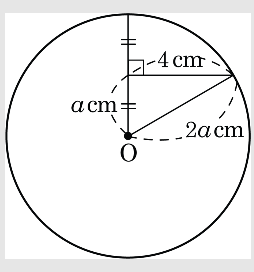
$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$

29. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

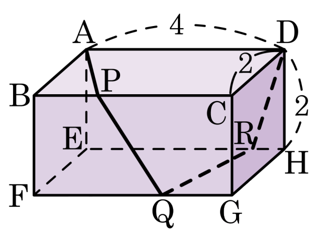
① $\frac{32}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설



구의 반지름의 길이를 2 cm 라 하면
$(2a)^2 = 4^2 + a^2$
$4a^2 = 16 + a^2$
$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$
구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로
$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ ($a^2 = \frac{16}{3}$ 대입)
$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\mathrm{cm}^2)$

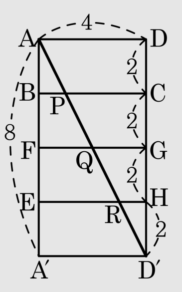
30. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{FG}}$, $\overline{\mathrm{EH}}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

전개도를 그려 보면



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RD}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

31. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg　② 65.5 kg　③ 67 kg
④ 69 kg　⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$
전학생 2 명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$
전학생 2 명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$
$\therefore$ (전학생 2 명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

32. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=3$$

$\therefore\ a+b+c=9 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=2$$

$$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=6$$

$$a^2-6a+9+b^2-6b+9+c^2-6c+9=6$$

$$a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-6\times 9+27=6$$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=33$

따라서 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+5+7}{5}=\dfrac{33+12}{5}=9$ 이다.

33. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

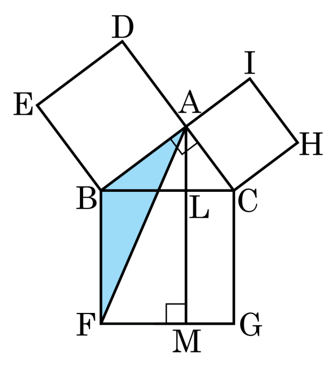
① $1 + 2\sqrt{5}$ ② $2 + \sqrt{3}$ ③ $2 + 12\sqrt{3}$
④ $2 + 21\sqrt{5}$ ⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$
$\therefore\ abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
한편 직육면체의 겉넓이는
$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고
$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \text{(직육면체의 겉넓이)} &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5}\end{aligned}$$

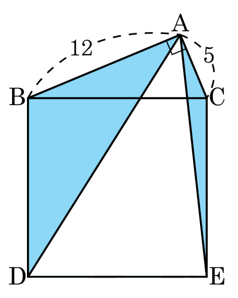
34. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$
④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설
① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

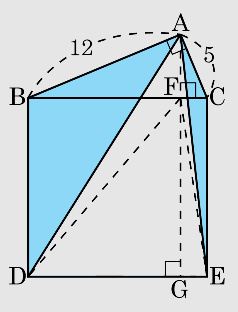
35. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{169}{2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$$\begin{aligned}\triangle FBD + \triangle FCE &= \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC \\ &= \frac{1}{2}\square BDEC \\ &= \frac{1}{2} \times 13^2 \\ &= \frac{169}{2}\end{aligned}$$

36. $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{189}{25}$

해설

$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 이므로

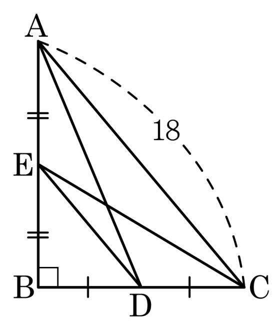
$\overline{AM} = \overline{MC} = \frac{15}{2}$

$15 \times \overline{CH} = 9 \times 12$ 에서 $\overline{CH} = \frac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{MH} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{36}{5}\right)^2} = \frac{21}{10}$

$\therefore\ \triangle CMH = \frac{1}{2} \times \frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \frac{189}{25}$

37. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 두자.

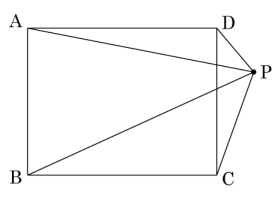
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2,\ x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2,\ \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2) \\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$

38. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA} = 9$, $\overline{PB} = 10$, $\overline{PD} = 2$ 일 때, $\overline{PC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

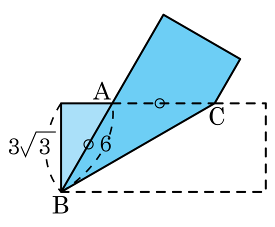
$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이므로

$9^2 + \overline{PC^2} = 10^2 + 2^2$

$\overline{PC^2} = 104 - 81 = 23$

$\overline{PC} = \sqrt{23}\ (\because \overline{PC} > 0)$

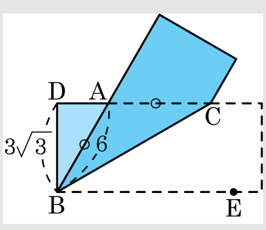
39. 다음 그림과 같이 폭이 $3\sqrt{3}$ 인 종이 테이프를 접었더니 $\overline{AB}$ 의 길이가 6 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

해설



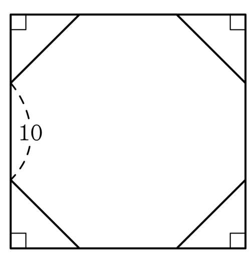
점 B 에서 $\overline{AC}$ 의 연장선에 수선의 발을 내려 D 라 하자.

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = 9$

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?



① $100 + 100\sqrt{2}$　② $100 + 200\sqrt{2}$

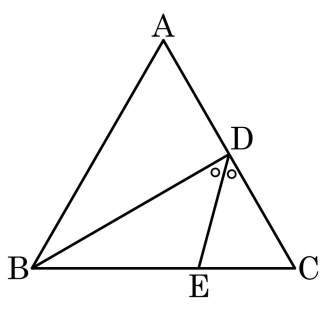
③ $200 + 100\sqrt{2}$　④ $200 + 200\sqrt{2}$

⑤ $200 + 200\sqrt{3}$

해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

41. 정삼각형 ABC 의 $\angle B$ 의 이등분선이 변 AC 와 만나는 점을 D , $\angle BDC$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BED 의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

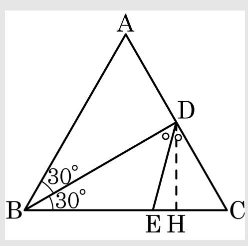


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}+2$

해설

삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 할 때,



$\triangle ABD$ 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로 $a : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{BD} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$\overline{DC} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$

$\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 에서

$\frac{a}{2}\sqrt{3} : \frac{a}{2} = x : (a-x)$ 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\therefore x = \frac{a}{2}(3-\sqrt{3})$

$\triangle BDH$ 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로

$\overline{BD} : \overline{DH} = 2 : 1$ 에서

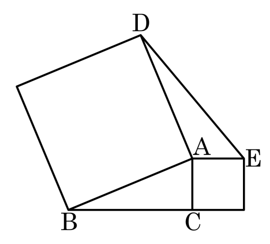
$\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle DEB &= \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}(3-\sqrt{3}) \times \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16}a^2(\sqrt{3}-1) \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$a^2 = \frac{8}{3}(3+\sqrt{3})$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC &= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3}(3+\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}+2\end{aligned}$$

42. 다음 그림과 같이 변의 길이가 각각 5, 12, 13인 직각삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 각각 한 변으로 하는 2개의 정사각형을 그렸을 때, $\overline{DE}^2$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

점 D에서 $\overline{AE}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하면

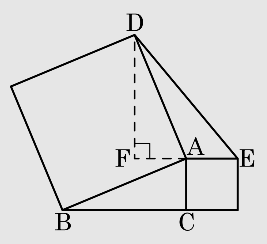
$\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서

$\angle ACB = \angle DFA = 90°$, $\overline{AD} = \overline{AB} = 13$, $\angle DAF = 90° - \angle FAB = \angle BAC$

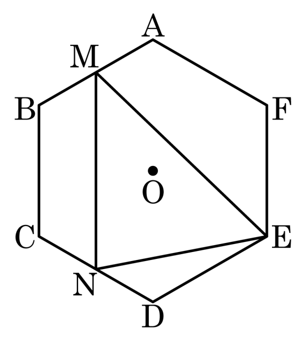
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AF} = 5$, $\overline{DF} = 12$

따라서 $\triangle DEF$에서 피타고라스 정리에 의해서 $\overline{DE}^2 = (5+5)^2 + 12^2 = 244$이다.



43. 다음과 같이 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하면 삼각형 EMN 의 넓이가 27 일 때, 정육각형 ABCDEF 의 넓이를 구하여라.

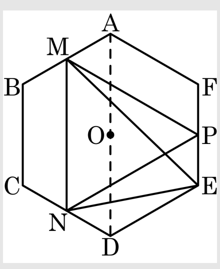


▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

정육각형의 한 변의 길이를 a 라 하자.
다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = 2a$ 이다.



따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN} = \frac{1}{2}(a + 2a) = \frac{3}{2}a$ 이다.
$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF} // \overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP = \triangle MNE$, $\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 $\frac{3}{2}a$ 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2$

$\therefore\ \triangle EMN = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2 = 27$, $a^2 = 16\sqrt{3}$

정육각형 ABCDEF 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 6 개로 나누어지므로 정육각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 16\sqrt{3} = 72$ 이다.

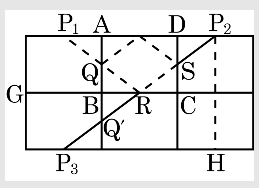
44. 가로와 세로의 길이가 각각 4, 3 인 직사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



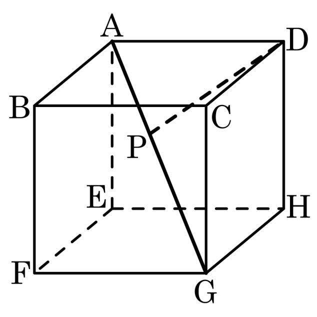
$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$

$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q′ 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

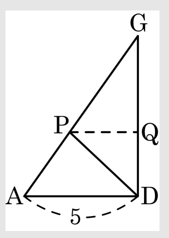
45. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



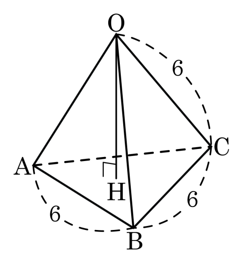
$\triangle$ADG 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
$(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
$\triangle$GPQ 와 $\triangle$GAD 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$

$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

46. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 O – ABC 이다. 꼭짓점 O 에서 밑면인 △ABC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{OH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

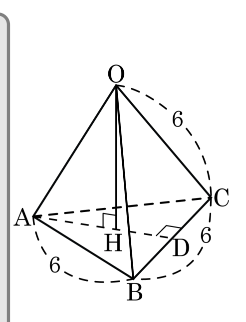
△ABC 는 정삼각형이므로 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하면

$\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$,

점 H는 △ABC 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{6}$



47. 밑면은 넓이가 12 인 정사각형이고, 옆면은 4 개의 정삼각형인 사각뿔 $P-ABCD$ 가 있다. 점 P 에서 밑면에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q 에서 옆면 ABP 에 내린 수선의 발을 R 이라 할 때, 선분 QR 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

정사각뿔의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

점 Q 는 밑면의 대각선의 교점이다.

$\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때,

$\overline{MQ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$, $\overline{PM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=3$,

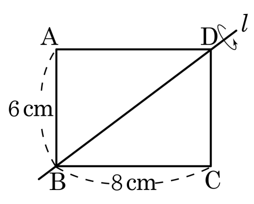
$\overline{PQ}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

점 R 은 $\overline{PM}$ 위에 있으므로 $\overline{PM}\perp\overline{QR}$ 이다.

$$\begin{aligned}\triangle PMQ &= \frac{1}{2}\times\overline{MQ}\times\overline{PQ}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}\\ &= \frac{3}{2}\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times 3\times\overline{QR}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{QR}=\sqrt{2}$ 이다.

48. 가로 8 cm, 세로 6 cm 인 직사각형 ABCD 를 $\overline{BD}$ 를 지나는 직선 l 을 회전축으로 하여 1 바퀴 회전시킬 때, $\overline{AB}$ 가 지나간 곳의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

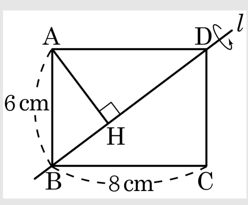
▷ 정답 : $\frac{144}{5}\pi$ cm^2

해설

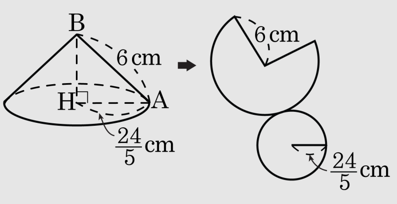
$\overline{BD} = 10$ (cm)

$\triangle ADB = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$

$\therefore \ \overline{AH} = \frac{24}{5}$ (cm)

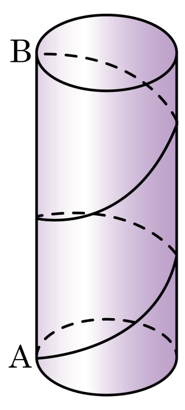


$\overline{AB}$ 가 지나간 곳은 다음 원뿔의 옆면의 넓이와 같으므로 (부채꼴의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (반지름) $\times$ (호의 길이)



(옆넓이) $= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{48}{5}\pi = \frac{144}{5}\pi$ (cm^2)

49. 다음 그림과 같이 밑면의 둘레의 길이가 4 이고, 높이가 6 인 직원기둥의 겉면을 따라 A 에서 B 까지 두 바퀴 감은 실을 최단 길이를 구하여라.

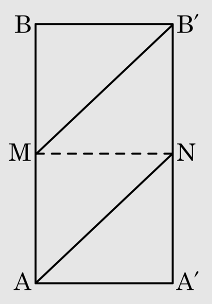


▶ 답 :

▷ 정답 : 10

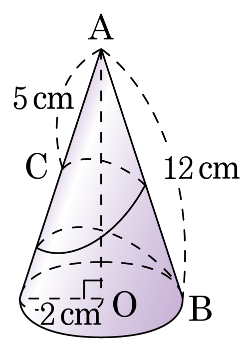
해설

$\overline{AB}$ 를 자르는 선으로 하여 옆면의 전개도를 그리면



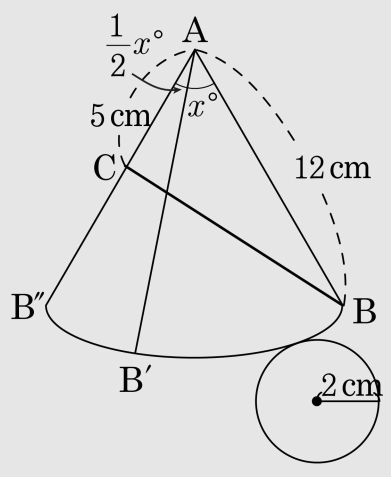
$\overline{BB'} = 4$ 이고 두 번 감을 때 실의 최단 길이는 위의 그림과 같다.
$\overline{MB'} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
따라서 실의 최단 길이는 10 이다.

50. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

중심각 $= \dfrac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360°$ 이므로

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle \mathrm{B''AB} = 90°$

2) $\overline{\mathrm{CB}}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\mathrm{cm}$이다.