

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

2. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간

② 2 시간

③ 3 시간

④ 4 시간

⑤ 5 시간

해설

(평균) = $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$$\frac{2 + 1 + 0 + 3 + 2 + 1 + 5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{이다.}$$

3. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9, 8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

4. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, \quad a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

5. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

6. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5} + \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

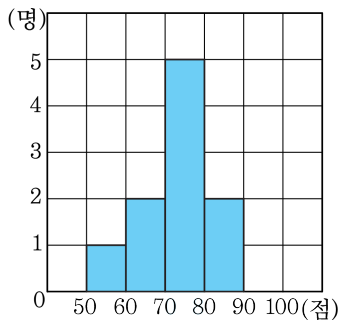
$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

7. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

8. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

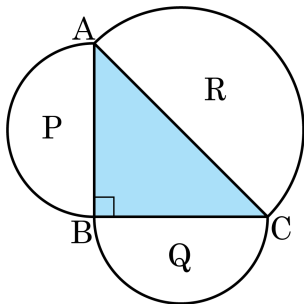
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{12 + 18 + 16 + 20} = 6.6(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5
 \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $\overline{BC} = 8$, $R = 16\pi$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 32

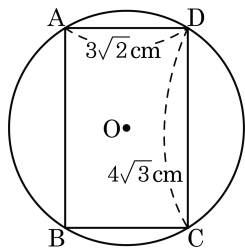
해설

$\overline{BC} = 8$ 이므로 $Q = 8\pi$ 이고 $R = P + Q$ 이므로 $P = 8\pi$

따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$ 이 되어 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 =$

32

10. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 직사각형 ABCD의 가로 길이가 $3\sqrt{2}\text{cm}$, 세로 길이가 $4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하면?



- ① $6\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$ ③ $33\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{33}{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $66\pi\text{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AC}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$\overline{AC} > 0 \text{ 이므로 } \overline{AC} = \sqrt{66}\text{cm}$$

이 원의 지름이 $\sqrt{66}\text{cm}$ 이므로

반지름은 $\frac{\sqrt{66}}{2}\text{cm}$ 이고 이 원의 넓이는

$$\frac{\sqrt{66}}{2} \times \frac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \frac{33}{2}\pi(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

11. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{150000}{30} - 70^2 = 100, \text{ 즉 분산은 } 100 \text{ 이다.}$$

따라서 표준편차는 10 이다.

12. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

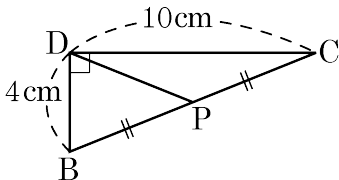
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.1 $=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

13. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{29}\text{cm}$

② $\sqrt{30}\text{cm}$

③ $\sqrt{31}\text{cm}$

④ $4\sqrt{2}\text{cm}$

⑤ $\sqrt{33}\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$$

$$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\text{cm}$$

점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\text{cm}$

그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

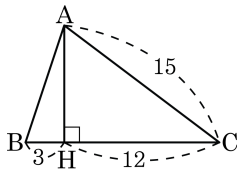
① $7\sqrt{2}$

② 13

③ $6\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{10}$

⑤ 5

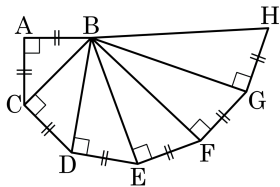


해설

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

15. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



- ① $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\text{ cm}$
 ② $\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\text{ cm}$
 ③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)\text{ cm}$
 ④ $2(\sqrt{3} + 1)\text{ cm}$
 ⑤ $\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})\text{ cm}$

해설

$\overline{GH} = a$ 라고 하면

$BG = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$ 일 때,

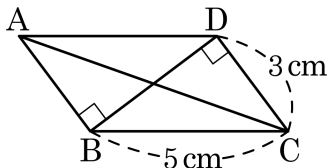
$\triangle BGH$ 의 넓이를 구하면

$$\frac{1}{2} \times a\sqrt{6} \times a = 3\sqrt{6}, a^2 = 6, a = \sqrt{6} \text{이다.}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \text{이다.}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레는 $\sqrt{6} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



- ① $(2\sqrt{13} + 2)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{13} + 2)\text{cm}$
 ③ $(2\sqrt{13} + 4)\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{13} + 4)\text{cm}$
 ⑤ 10cm

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$$

$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
 대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

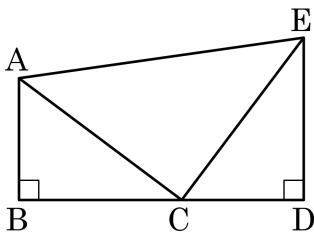
삼각형 ABO 에 대해서

$$\overline{AB} = 3\text{cm}, \overline{BO} = 2\text{cm}$$

$$\text{피타고라스 정리에 의해서 } \overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\text{cm} \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



- ① $28 + 10\sqrt{2}$ ② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
 ③ $48 + 10\sqrt{2}$ ④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
 ⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$$\therefore \overline{DE} = 8$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 6, \overline{BC} = \overline{DE} = 8$$

또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로

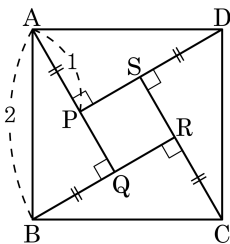
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ 이고, } \overline{AE} = 10\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

따라서 사다리꼴 둘레의 길이는

$$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$$

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?



① $\square PQRS = \frac{1}{4}\square ABCD$

② $\overline{AQ} = \sqrt{3}$

③ $\square PQRS = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle ABQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square PQRS$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

해설

① $\square PQRS = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4$

$\therefore \square PQRS \neq \frac{1}{4}\square ABCD$

19. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

① 3, 4, 5

② 5, 12, 13

③ $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$

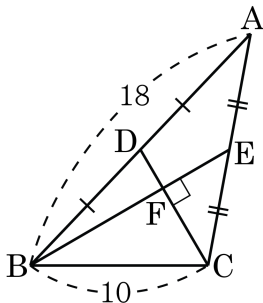
④ 4, 5, $\sqrt{41}$

⑤ 2, 4, $2\sqrt{6}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 2^2 + 4^2 = 20 \neq (2\sqrt{6})^2 = 24$$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5 \text{ 이다.}$$

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$$

$$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 AC를 두 점 A와 C가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

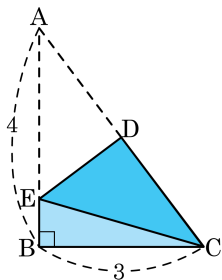
① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$



해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2, \overline{AC} = 5 \text{ 이다.}$$

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

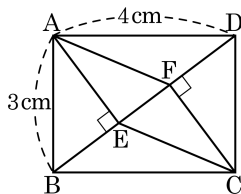
$$(4 - x)^2 = x^2 + 3^2, x = \frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2, \overline{DE} = \frac{15}{8} \text{ 이다.}$$

따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

22. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\square AECF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{5} \text{ cm}^2$

② $\frac{84}{25} \text{ cm}^2$

③ 12 cm^2

④ $11\sqrt{3} \text{ cm}^2$

⑤ $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$$

$$5 \times \overline{AE} = 3 \times 4$$

$$\therefore \overline{AE} = \frac{12}{5} \text{ cm}$$

$$\overline{BE} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5} (\text{cm})$$

$$\overline{BE} = \overline{DF} \text{ 이므로 } \overline{EF} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5} (\text{cm})$$

$$\therefore \square AECF = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25} (\text{cm}^2)$$

23. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi \text{ cm}^2$

② $8\pi \text{ cm}^2$

③ $12\pi \text{ cm}^2$

④ $16\pi \text{ cm}^2$

⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

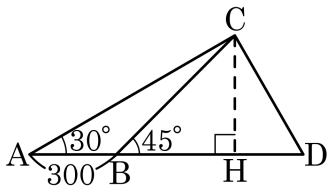
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$

24. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1 + \sqrt{2})$

② $300(1 - \sqrt{2})$

③ $150(\sqrt{3} + 1)$

④ $150(\sqrt{3} - 1)$

⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

$$x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$$

$$300 + x = \sqrt{3}x$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 300$$

$$x = 150(\sqrt{3} + 1)$$

25. 두 점 A(1, 2) B(-5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, -5)

② (0, -4)

③ (0, -3)

④ (0, -2)

⑤ (0, -1)

해설

점 P 의 좌표를 (0, p) 라 하면

$$\overline{BP} = \sqrt{25 + p^2}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$\overline{BP} = \overline{AP} \text{ 이므로}$$

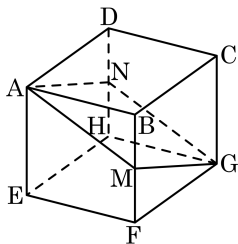
$$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$$

$$-4p = 20$$

$$p = -5 \therefore P(0, -5)$$

26. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



- ① $50\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 100 cm^2 ④ $50\sqrt{5}\text{ cm}^2$
 ⑤ $50\sqrt{6}\text{ cm}^2$

해설

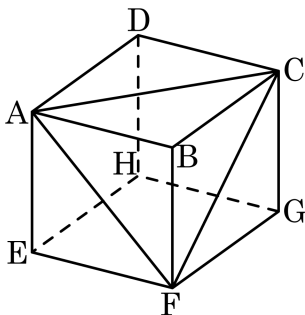
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$$

27. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체를 점 A, C, F를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B에서 밑면인 삼각형 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}\text{cm}$

② $3\sqrt{3}\text{cm}$

③ $4\sqrt{3}\text{cm}$

④ $5\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

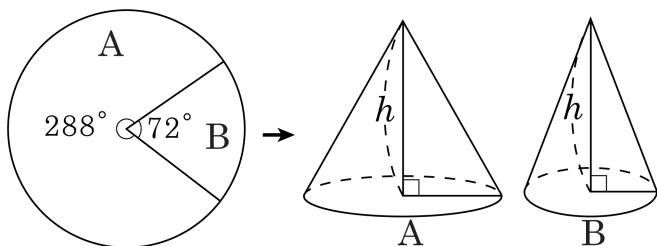
$$\Delta ACF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

수선의 길이를 h 라 하면 사각뿔 B - AFC의 부피에서

$$72\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3}$$

$$h = \frac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

28. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288° , 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x , y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

$$A : 20\pi \times \frac{288^\circ}{360^\circ} = 16\pi$$

$$\therefore r_A = 8$$

$$B : 20\pi \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$\therefore r_B = 2$$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10, 밑면의 반지름의 길이는 8

$$h_A = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

B : 선의 길이는 10, 밑면의 반지름의 길이는 2

$$h_B = \sqrt{100 - 4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8, 높이는 6

$$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$$

B : 밑면의 반지름의 길이는 2, 높이는 $4\sqrt{6}$

$$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$$

29. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm 라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

$$4a^2 = 16 + a^2$$

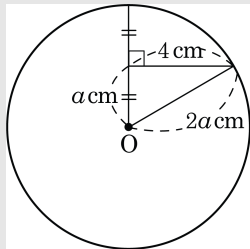
$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

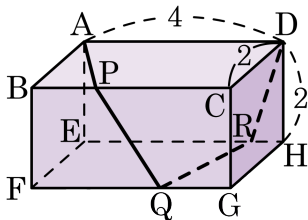
$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대}$$

입)

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



30. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$

② 8

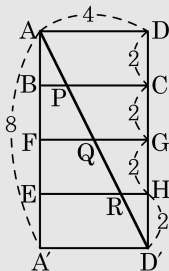
③ $4\sqrt{5}$

④ 9

⑤ $5\sqrt{13}$

해설

전개도를 그려 보면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

$$\sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

31. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

32. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$$\therefore a+b+c = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 6$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 6b + 9 + c^2 - 6c + 9 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6(a+b+c) + 27 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6 \times 9 + 27 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 33$$

따라서 $a^2, b^2, c^2, 5, 7$ 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + 5 + 7}{5} = \frac{33 + 12}{5} = 9 \text{ 이다.}$$

33. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로, 세로, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

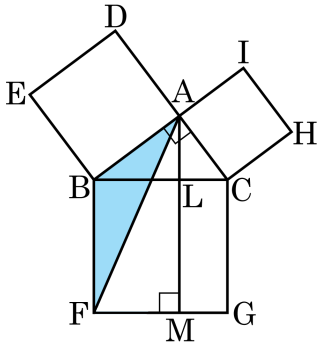
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

34. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$

② $\triangle BLF$

③ $\triangle AFM$

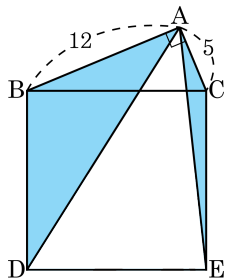
④ $\triangle EAB$

⑤ $\triangle FMB$

해설

- ① $\triangle EBC$, SAS 합동
- ② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
- ④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
- ⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

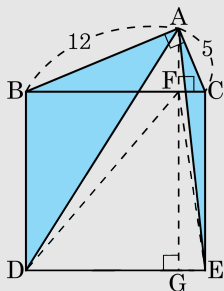
35. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{169}{2}$

해설



$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$$

$$\triangle FBD + \triangle FCE = \frac{1}{2} \square BDGF + \frac{1}{2} \square FGEC$$

$$= \frac{1}{2} \square BDEC$$

$$= \frac{1}{2} \times 13^2$$

$$= \frac{169}{2}$$

36. $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{189}{25}$

해설

$$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ 이므로}$$

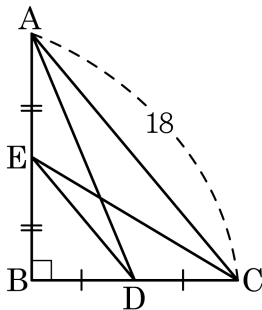
$$\overline{AM} = \overline{MC} = \frac{15}{2}$$

$$15 \times \overline{CH} = 9 \times 12 \text{ 에서 } \overline{CH} = \frac{36}{5}$$

$$\therefore \overline{MH} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{36}{5}\right)^2} = \frac{21}{10}$$

$$\therefore \triangle CMH = \frac{1}{2} \times \frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \frac{189}{25}$$

37. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다.
 $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x$, $\overline{BD} = y$ 라고 두자.

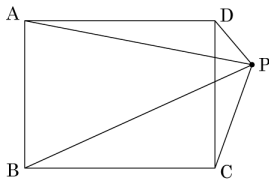
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2$, $x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2, \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$$

$$\begin{aligned} \overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2) \\ &= 5 \cdot 81 = 405 \end{aligned}$$

38. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA} = 9$, $\overline{PB} = 10$, $\overline{PD} = 2$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

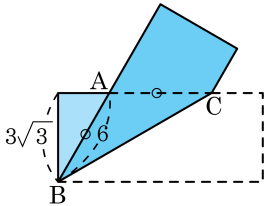
$$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \text{ 이므로}$$

$$9^2 + \overline{PC}^2 = 10^2 + 2^2$$

$$\overline{PC}^2 = 104 - 81 = 23$$

$$\overline{PC} = \sqrt{23} \text{ } (\because \overline{PC} > 0)$$

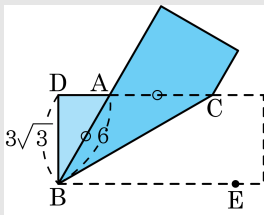
39. 다음 그림과 같이 폭이 $3\sqrt{3}$ 인 종이 테이프를 접었더니 $\overline{AB}$ 의 길이가 6 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

해설



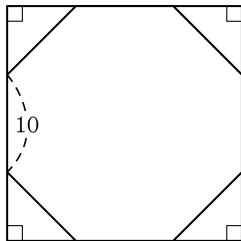
점 B 에서 $\overline{AC}$ 의 연장선에 수선의 발을 내려 D 라 하자.

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \overline{AD} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = 9$

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?

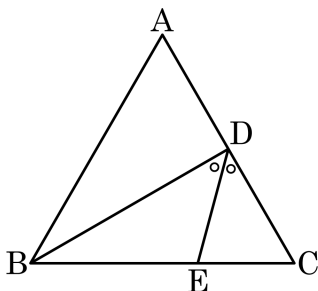


- ① $100 + 100\sqrt{2}$ ② $100 + 200\sqrt{2}$
 ③ $200 + 100\sqrt{2}$ ④ $200 + 200\sqrt{2}$
 ⑤ $200 + 200\sqrt{3}$

해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

41. 정삼각형 ABC의 $\angle B$ 의 이등분선이 변 AC와 만나는 점을 D, $\angle BDC$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 BED의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3} + 2$

해설

삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라 할 때,

$\triangle ABD$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로 $a : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

$$\overline{DC} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$$

$\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$

에서

$$\frac{\frac{a}{2} \sqrt{3}}{\frac{a}{2}} : \frac{a}{2} = x : (a - x) \quad \text{점 D에서 내린 수선의 발을 H라 하면,}$$

$$\therefore x = \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3})$$

$\triangle BDH$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이므로

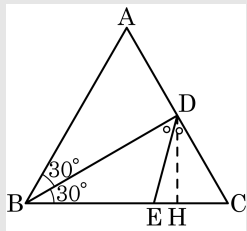
$\overline{BD} : \overline{DH} = 2 : 1$ 에서

$$\overline{DH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a \sqrt{3}}{4}$$

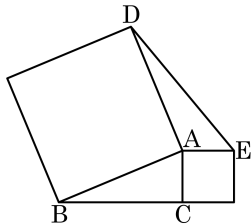
$$\begin{aligned} \therefore \triangle DEB &= \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3}) \times \frac{a \sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16} a^2 (\sqrt{3} - 1) \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$a^2 = \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3} (3 + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \end{aligned}$$



42. 다음 그림과 같이 변의 길이가 각각 5, 12, 13 인 직각삼각형 ABC의 두 변 AB, AC를 각각 한 변으로 하는 2개의 정사각형을 그렸을 때, $\overline{DE}^2$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

점 D에서 $\overline{AE}$ 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서

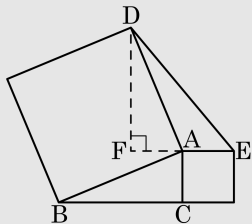
$$\angle ACB = \angle DFA = 90^\circ, \overline{AD} = \overline{AB} =$$

$$13, \angle DAF = 90^\circ - \angle FAB = \angle BAC$$

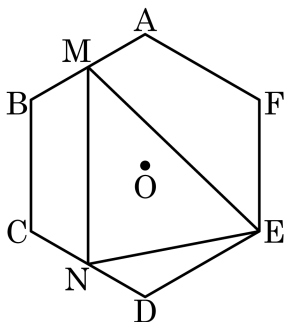
$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle ADF (\text{RHA 합동})$$

$$\therefore \overline{AF} = 5, \overline{DF} = 12$$

따라서 $\triangle DEF$ 에서 피타고라스 정리에 의해서 $\overline{DE}^2 = (5+5)^2 + 12^2 = 244$ 이다.



43. 다음과 같이 정육각형 ABCDEF 에서 변 AB, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하면 삼각형 EMN 의 넓이가 27 일 때, 정육각형 ABCDEF 의 넓이를 구하여라.



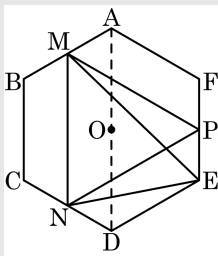
▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

정육각형의 한 변의 길이를 a 라 하자.

다음 그림과 같이 선분 AD 를 그으면 □ABCD 는 등변사다리꼴
이므로 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = 2a$ 이다.



따라서 사다리꼴의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{MN} = \frac{1}{2}(a + 2a) = \frac{3}{2}a$ 이다.

$\overline{EF}$ 의 중점을 P 라 할 때, $\overline{EF} \parallel \overline{MN}$ 이므로 $\triangle MNP = \triangle MNE$,
 $\triangle MNP$ 는 한 변의 길이가 $\frac{3}{2}a$ 인 정삼각형이므로 $\triangle MNP =$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2$$

$$\therefore \triangle EMN = \frac{9\sqrt{3}}{16}a^2 = 27, a^2 = 16\sqrt{3}$$

정육각형 ABCDEF 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 6 개
로 나누어지므로 정육각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 =$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \times 16\sqrt{3} = 72 \text{ 이다.}$$

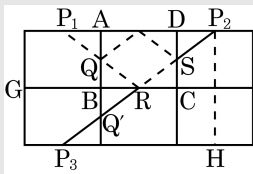
44. 가로와 세로의 길이가 각각 4, 3 인 직사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



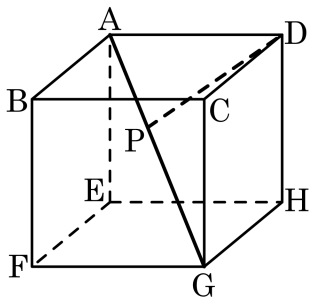
$$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$$

$$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 $\square PQRS$ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

$$\text{따라서 } \overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H^2} + \overline{P_2H^2}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ 이다.}$$

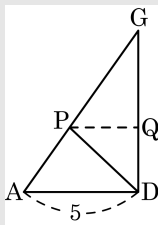
45. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



$\triangle ADG$ 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.

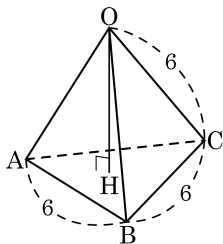
점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
 $\triangle GPQ$ 와 $\triangle GAD$ 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

46. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 $O-ABC$ 이다. 꼭짓점 O 에서 밑면인 $\triangle ABC$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{OH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

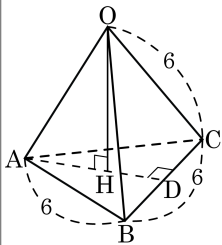
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하면

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3},$$

점 H 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$



47. 밑면은 넓이가 12 인 정사각형이고, 옆면은 4 개의 정삼각형인 사각뿔 $P - ABCD$ 가 있다. 점 P 에서 밑면에 내린 수선의 발을 Q , 점 Q 에서 옆면 ABP 에 내린 수선의 발을 R 이라 할 때, 선분 QR 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

정사각뿔의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

점 Q 는 밑면의 대각선의 교점이다.

$\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때,

$$\overline{MQ} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \quad \overline{PM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3,$$

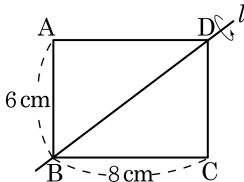
$$\overline{PQ} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$$

점 R 은 $\overline{PM}$ 위에 있으므로 $\overline{PM} \perp \overline{QR}$ 이다.

$$\begin{aligned} \Delta PMQ &= \frac{1}{2} \times \overline{MQ} \times \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{QR} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{QR} = \sqrt{2}$ 이다.

48. 가로 8cm, 세로 6cm 인 직사각형 ABCD
를 $\overline{BD}$ 를 지나는 직선 l 을 회전축으로 하여
1 바퀴 회전시킬 때, $\overline{AB}$ 가 지나간 곳의 넓
이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

▷ 정답 : $\frac{144}{5}\pi$ cm²

해설

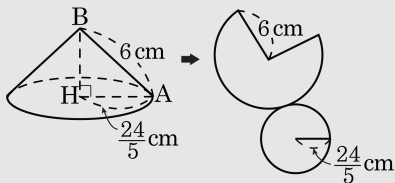
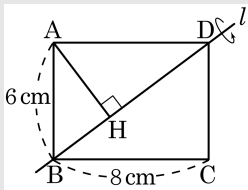
$$\overline{BD} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ADB = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$$

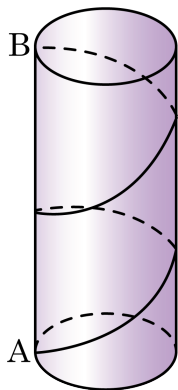
$$\therefore \overline{AH} = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$

$\overline{AB}$ 가 지나간 곳은
다음 원뿔의 옆면
의 넓이와 같으므로
(부채꼴의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$
(반지름) $\times$ (호의 길이)

$$(\text{옆넓이}) = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{48}{5} \pi = \frac{144}{5} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



49. 다음 그림과 같이 밑면의 둘레의 길이가 4 이고, 높이가 6 인 직원기둥의 겉면을 따라 A 에서 B 까지 두 바퀴 감은 실을 최단 길이를 구하여라.

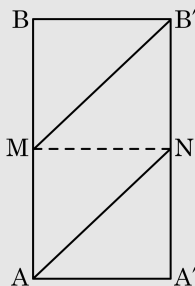


▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}$ 를 자르는 선으로 하여 옆면의 전개도를 그리면

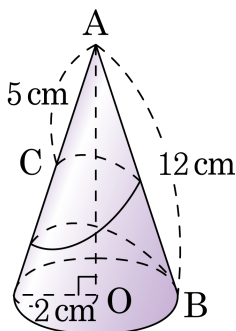


$\overline{BB'} = 4$ 이고 두 번 감을 때 실의 최단 길이는 위의 그림과 같다.

$$\overline{MB'} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

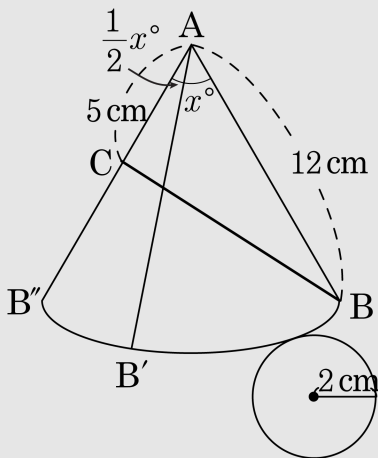
따라서 실의 최단 길이는 10 이다.

50. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

$$\text{중심각} = \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{2}{12} \times 360^\circ, x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle B''AB = 90^\circ$$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$ 이다.