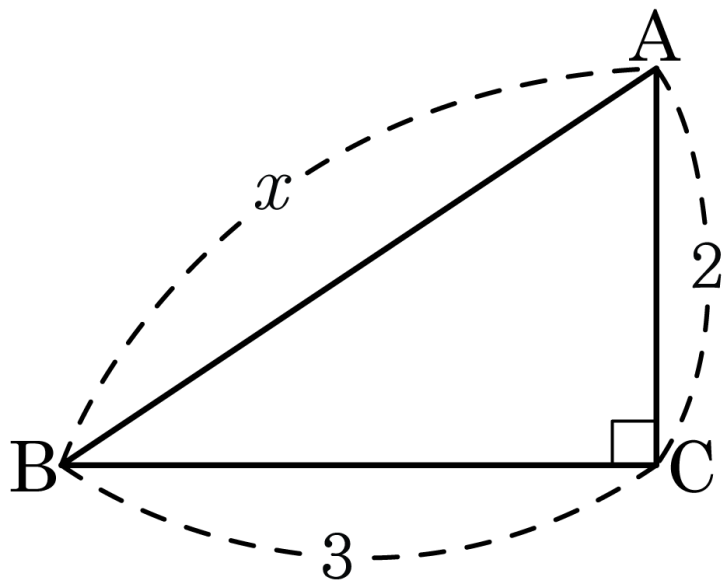
1. 다음 그림의 직각삼각형에서 빗변 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

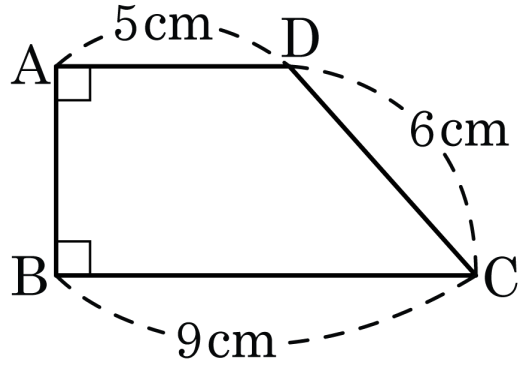


① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ 4 ⑤ 13

해설

$\overline{AB} = x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

2. 다음 그림에서 사다리꼴의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ ② $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ③ $3\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

④ $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $3\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면 $\overline{EC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{36-16} = 2\sqrt{5}(\,\mathrm{cm})$ 이다.

3. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

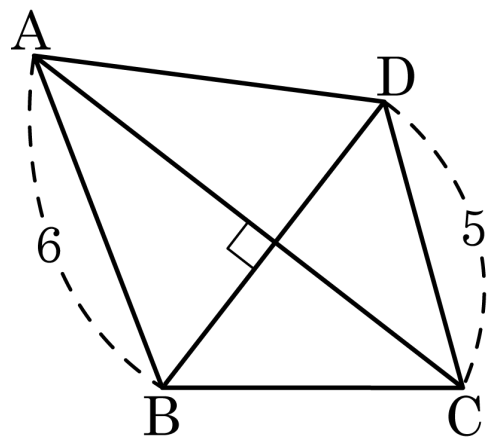
$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4 (\because x > 0)$

4. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$의 값은?



① 11 ② 30 ③ 41

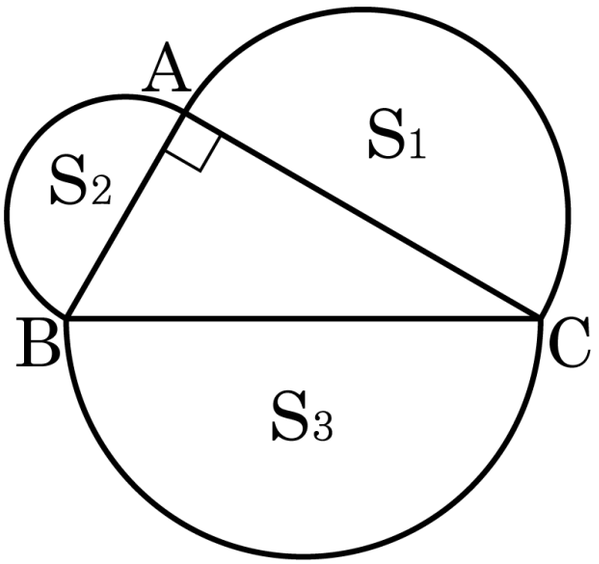
④ 56 ⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore\ \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

5. 다음 직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원 중 $S_3 = 20\pi\,\mathrm{cm}^2, S_1 = 15\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, S_2 의 반지름을 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\sqrt{10}$ cm

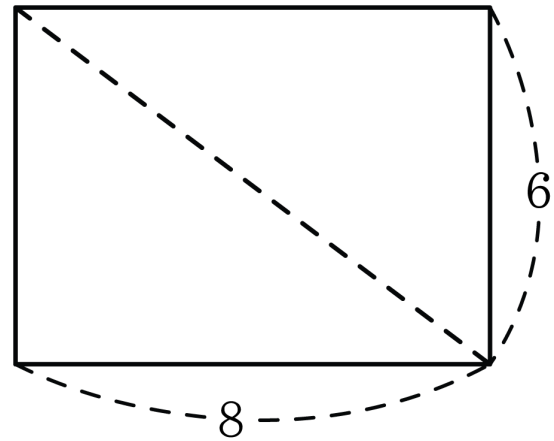
해설

$S_2 = 5\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 S_2 의 반지름을 r 라고 할 때, $\frac{1}{2}r^2\pi = 5\pi$ 가 성립한다.

따라서 $r^2 = 10$

그러므로 $r = \sqrt{10}(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.

7. 한 변을 $\sqrt{3}a$ 로 하는 정사면체가 있다. 이 정사면체의 부피를 구하면?

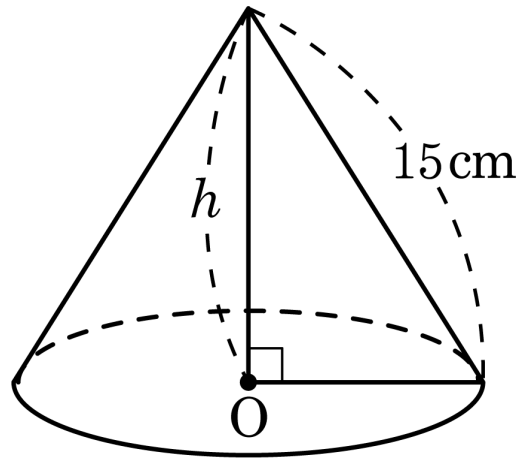
① $\frac{\sqrt{5}}{4}a^3$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}a^3$

④ $\frac{\sqrt{7}}{5}a^3$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{6}a^3$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{12}(\sqrt{3}a)^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3\sqrt{3}a^3 = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$$

8. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $100\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $15\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ ② $5\,\mathrm{cm}$

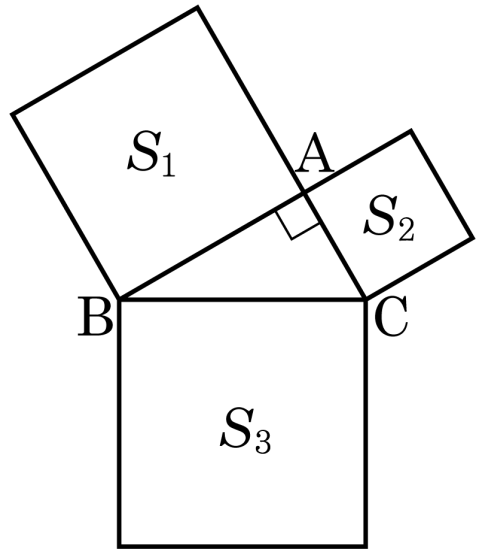
③ $5\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ ④ $10\,\mathrm{cm}$

⑤ $10\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $\pi r^2 = 100\pi(\,\mathrm{cm}^2)$ 이므로 밑면의 반지름은 $10\,\mathrm{cm}$
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\,\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB}$: $\overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?



① $2 : \sqrt{5}$ ② $\sqrt{5} : 3$ ③ $2 : 3$

④ $5 : 9$ ⑤ $4 : 5$

해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

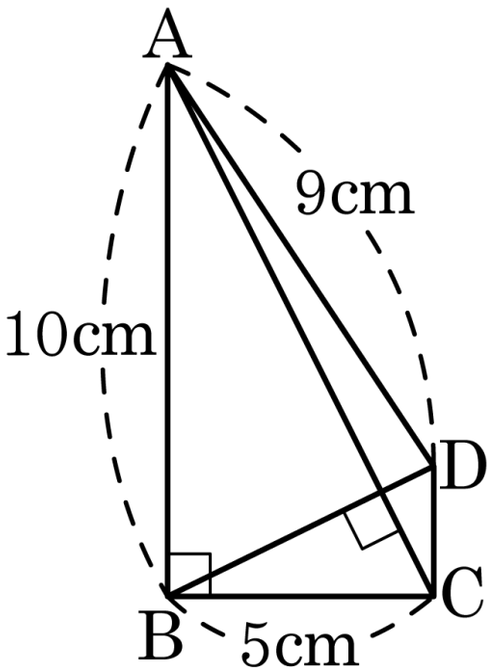
$S_1 : S_3 = 4 : 9$

$S_1 = 4a$ 라 하면 $S_3 = 9a$

$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

10. 다음 그림을 보고 $\overline{CD}$ 의 길이를 고르면?



① $\sqrt{2}$cm ② $\sqrt{3}$cm ③ $\sqrt{5}$cm

④ $\sqrt{6}$cm ⑤ $\sqrt{7}$cm

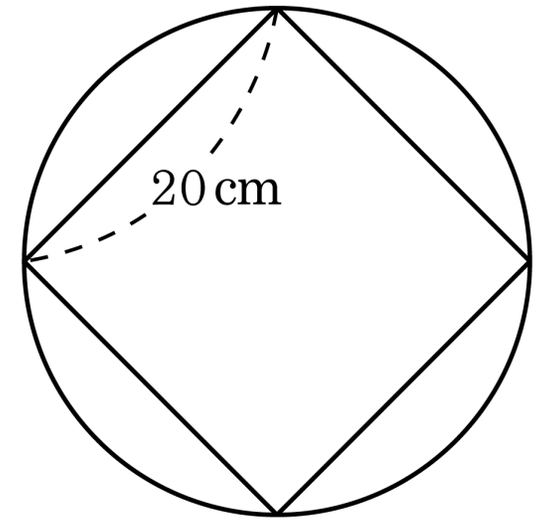
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

$100 + \overline{CD}^2 = 81 + 25$

$\overline{CD}^2 = 6 \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6}(\text{cm})$

11. 단면이 다음 그림과 같은 목재를 잘라 밑면의 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각기둥을 만들려고 한다. 목재의 지름은 최소 몇 cm 가 되어야 하는지 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}$ cm

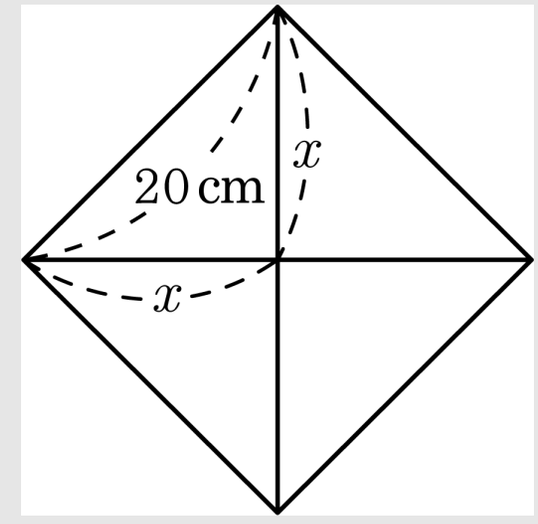
해설

$2x^2 = 400$

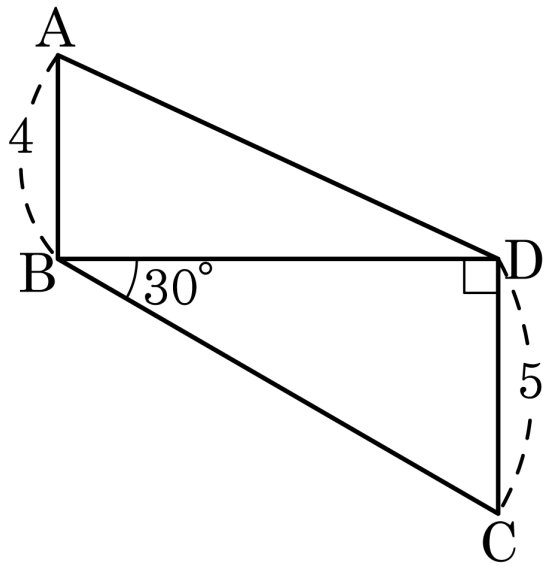
$x^2 = 200$

$x = 10\sqrt{2}$ (cm)

(목재의 지름) = $10\sqrt{2} \times 2$ = $20\sqrt{2}$ (cm)



12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 5$, $\angle CBD = 30°$, $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{37}$ ② $2\sqrt{39}$ ③ $2\sqrt{41}$

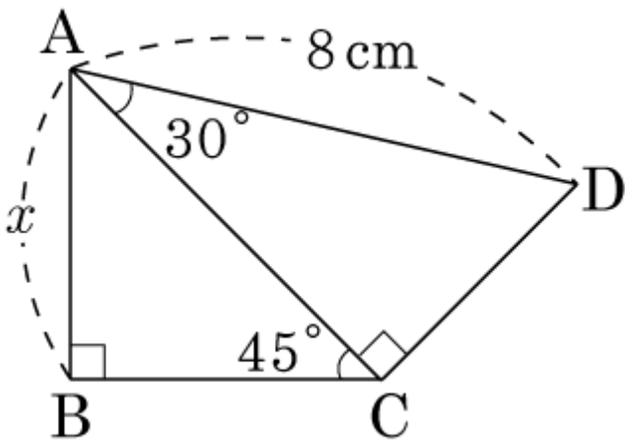
④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{91}$

해설

$\overline{BD} = 5\sqrt{3}$

$\overline{AC} = \sqrt{(4+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{39}$

13. 다음 그림에서 $\angle ACB = 45°$, $\angle CAD = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$ cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$2 : \sqrt{3} = 8 : \overline{AC}$, $2\overline{AC} = 8\sqrt{3}$

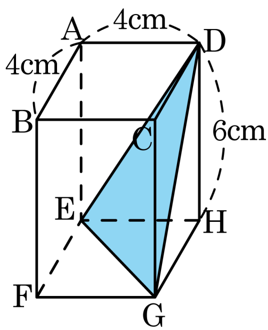
$\overline{AC} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로

$x : 4\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$, $\sqrt{2}x = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ x = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}\ (\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{DH} = 6\text{cm}$ 인 직육면체가 있을 때, $\triangle DEG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

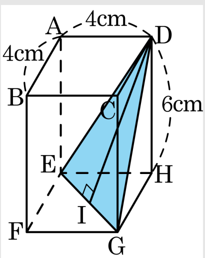
▷ 정답 : $4\sqrt{22}$ cm^2

해설

$\overline{DE} = \overline{DG} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

$\overline{EG} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

점 D 에서 $\overline{EG}$ 에 수선의 발을 내린 점을 I 라고 하자.

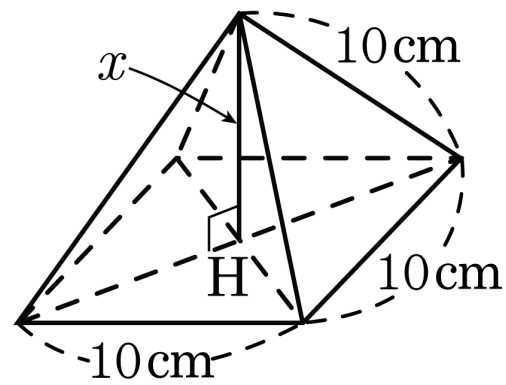


$\triangle DEG$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{DI} = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$

$$\triangle DEG = \frac{1}{2} \times \overline{EG} \times \overline{DI}$$
$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{11}$$
$$= 4\sqrt{22}(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이 x 의 길이를 구하여라.

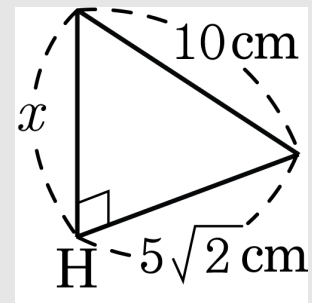


▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

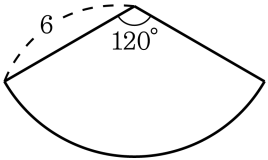
해설

밑면의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이므로



$$\therefore\ x = \sqrt{10^2 - (5\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{100 - 50}$$
$$= \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$$

16. 반지름이 6 이고 중심각이 120° 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 틀린 것을 모두 고르면?



① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.

④ 원뿔의 높이는 4 이다.

⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면

$2\times 6\times\pi\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=2\times r\times\pi\therefore r=2$

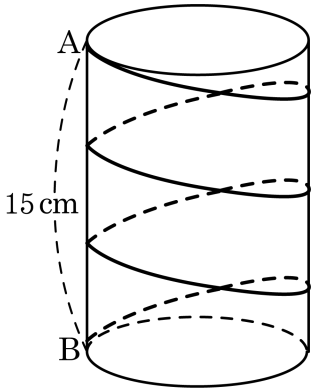
② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

③부채꼴 호의 길이는 $2\pi\times 6\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=4\pi$이다.

④원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이다.

⑤원뿔의 부피는 $2\times 2\times\pi\times 4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$이다.

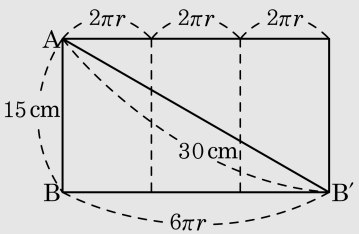
17. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\frac{5\sqrt{3}}{6\pi}$cm ② $\frac{10\sqrt{3}}{6\pi}$cm ③ $\frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$cm
④ $\frac{20\sqrt{3}}{6\pi}$cm ⑤ $\frac{25\sqrt{3}}{6\pi}$cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



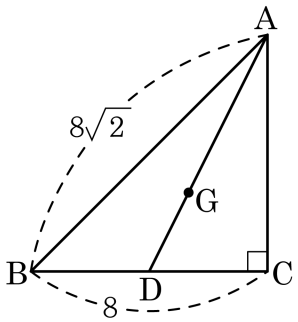
최단거리는$\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.

$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$

$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$

$\therefore\ r = \frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$(cm)

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,
$\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



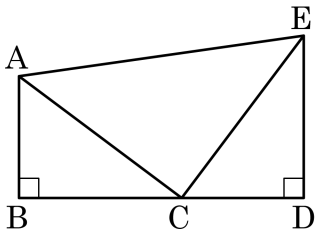
① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$

$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$
② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
③ $48 + 10\sqrt{2}$
④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

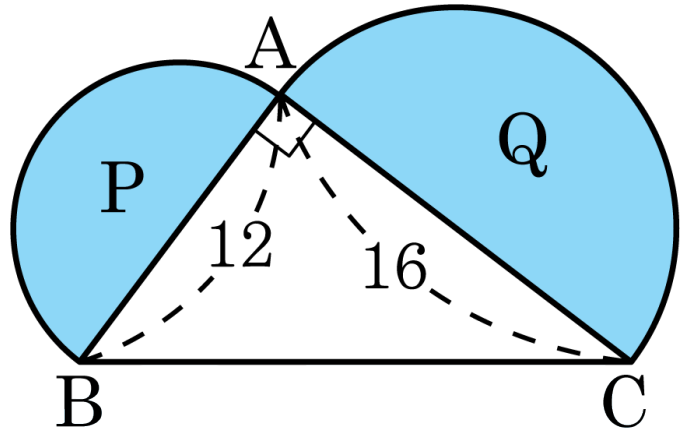
해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

20. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50π

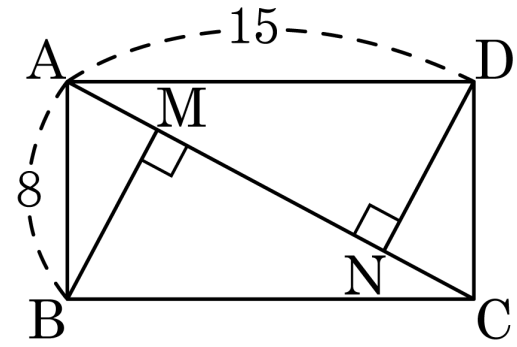
해설

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

$P + Q$는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$P + Q = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \pi = 50\pi$

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{161}{17}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$, $\overline{AM} = \overline{NC}$

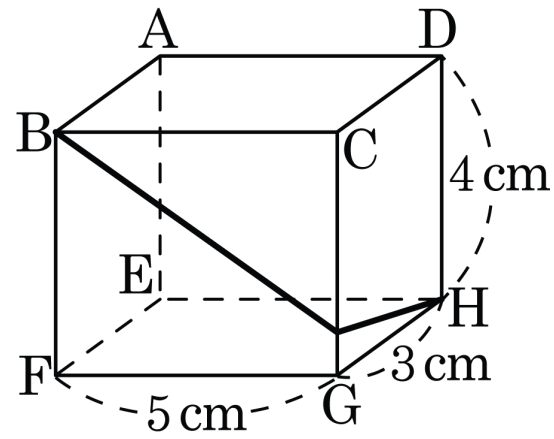
$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC}$ 이므로

$8^2 = \overline{AM} \times 17$

$\therefore \overline{AM} = \frac{64}{17}$

$\therefore \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 17 - 2 \times \frac{64}{17} = \frac{289 - 128}{17} = \frac{161}{17}$

22. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{CG}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



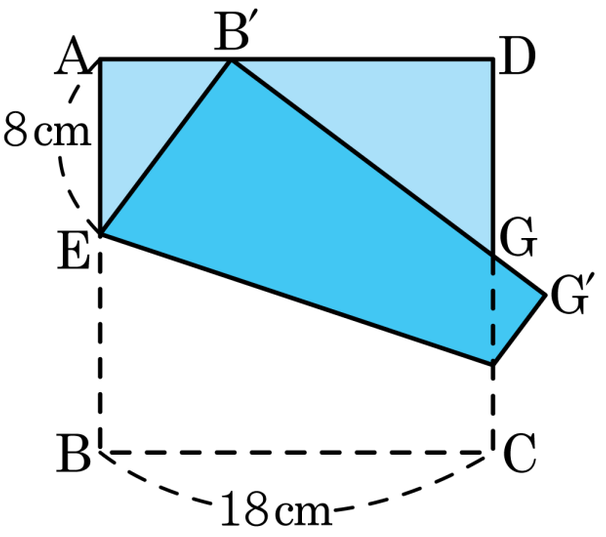
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{5}$ cm

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{BH} = \sqrt{\overline{BF}^2 + (\overline{FG} + \overline{GH})^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 18cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{EB} = \overline{EB'} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$

$\triangle AEB'$ 에서 $\overline{AB'} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$

$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'G$ 이므로

$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$

$8 : 12 = 10 : \overline{B'G}$

$\therefore\ \overline{B'G} = 15(\text{cm})$

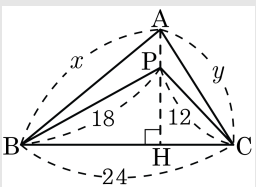
24. $\overline{BC} = 24$, $\overline{AB} - \overline{AC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = 18$, $\overline{CP} = 12$ 일 때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

다음 그림과 같이 변 AB 의 길이를 x , 변 AC 의 길이를 y 라 하면 $x - y = 5$
선분 BH 의 길이를 a 라 하면 선분 HC 는 $24 - a$ 이다.



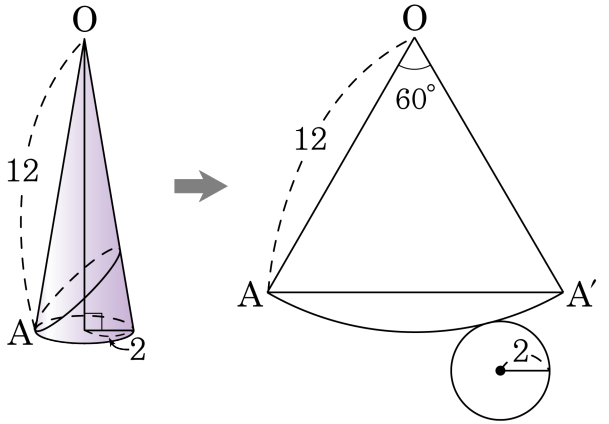
$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = x^2 - a^2$
$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH}^2 = y^2 - (24 - a)^2$
$\therefore\ x^2 - a^2 = y^2 - (24 - a)^2 \cdots ①$

$\triangle PBH$ 에서 $\overline{PH}^2 = 18^2 - a^2$
$\triangle PHC$ 에서 $\overline{PH}^2 = 12^2 - (24 - a)^2$
$\therefore\ 18^2 - a^2 = 12^2 - (24 - a)^2 \cdots ②$
① − ② 를 하면 $x^2 - 18^2 = y^2 - 12^2$
$\therefore\ x^2 - y^2 = 18^2 - 12^2 = 180 = (x + y)(x - y)$
이때 $x - y = 5$

$$\therefore\ x + y = \frac{180}{5} = 36$$

따라서 삼각형의 둘레의 길이는 $36 + 24 = 60$ 이다.

25. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 60

해설

$\overline{AO} = \overline{OA'} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 60° 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{OA'} = \overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.